ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5
ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Цель работы – изучение динамических свойств типовых звеньев систем автоматического управления.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В теории автоматического регулирования и управления наиболее целесообразно классифицировать элементы автоматических систем по их динамическим свойствам, поскольку её важнейшей задачей является изучение и прогнозирование динамических процессов в автоматических системах.

Динамическим звеном, или просто звеном, называют элемент (часть) автоматической системы, который имеет определённые динамические свойства. Динамические свойства описываются дифференциальными уравнениями, поэтому каждое динамическое звено – определённым дифференциальным уравнением.

Несмотря на большое разнообразие элементов, из которых состоят автоматические системы, можно выделить всего несколько типовых звеньев. Любая линейная система может быть разложена на звенья четырёх типов: интегрирующие, дифференцирующие, суммирующие и масштабные (т.е. умножающие на постоянную величину). Это элементарные типовые звенья. К типовым звеньям относят также и более сложные динамические звенья.

Под типовым звеном понимается такое звено, которое описывается дифференциальным уравнением не выше второго порядка. В дальнейшем для характеристики звена используется в основном передаточная функция, так как именно она даёт связь между входной и выходной величинами, что необходимо знать при использовании того или иного звена в автоматической системе.

Среди типовых звеньев можно выделить инерционные и дифференцирующие.

ИНЕРЦИОННЫЕ ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ

Для инерционных звеньев характерным является отставание выходного сигнала по отношению к входному. Все инерционные звенья можно получить соединением элементарных звеньев трёх типов: интегрирующих, суммирующих и масштабных. Основными из типовых интегрирующих звеньев являются: интегрирующие, апериодические, и колебательные.

Интегрирующее звено (рис.1) описывают дифференциальным уравнением

$$\frac{dX_{вых}}{dt} = kX_{вх}$$

Его передаточная функция $W(s)=k/s$. Таким образом, скорость изменения выходной величины интегрирующего звена пропорциональна входной величине, а коэффициент передачи *к* называют коэффициентом передачи по скорости.

При ступенчатом входном сигнале $X_{вх} = 1(t)$ выходной сигнал интегрирующего звена изменяется с постоянной скоростью, поэтому его переходная функция непрерывно возрастает по линейному закону $h(t)=kt$.

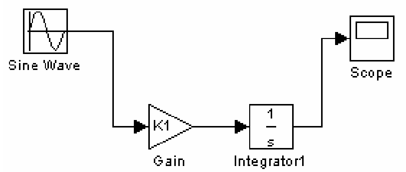


Рис.1. Схема интегрирующего звена

Амплитудно-фазовую частотную характеристику получают подстановкой $s = j\omega$ в $W(s)=k/s$:

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} = -j\frac{k}{\omega}$$

Модуль этой характеристики даёт амплитудно-частотную характеристику звена $A(\omega) = \frac{k}{\omega}$, а фаза – фазочастотную характеристику $\varphi(\omega) = -90^0$.

Следовательно, амплитуда выходной величины звена с ростом частоты убывает обратно пропорционально частоте, и звено вносит отрицательный сдвиг фаз, не зависящий от частоты.

Апериодическое звено (рис.2). Его дифференциальное уравнение имеет вид

$$T\frac{dX_{вых}}{dt}+X_{вых}=kX_{вх} \ ,$$

где T – постоянная времени; k – коэффициент передачи.

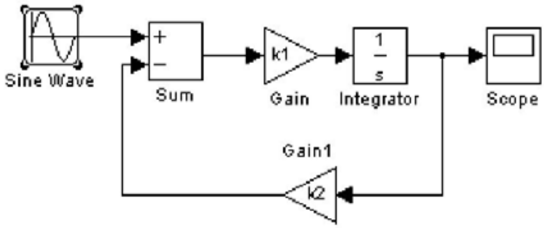


Рис.2. Схема апериодического звена

Передаточная функция $W(s)=k/(Ts+1)$.

Апериодическое звено может быть получено охватом интегрирующего звена $\frac{k_1}{s}$ жесткой отрицательной обратной связью с коэффициентом передачи k_2. Тогда, применяя формулу для соединения типа "обратная связь",

$$W(s)=\frac{W_{np}}{1+W_{np}W_{oc}}=\frac{\frac{k_1}{s}}{1+\frac{k_1k_2}{s}}=\frac{\frac{1}{k_2}}{\frac{1}{k_1k_2}s+1}$$

Следовательно,

$$k=\frac{1}{k_2},$$

$$T=\frac{1}{k_1k_2}.$$

Переходная функция апериодического звена представляет собой экспоненту $h(t)=k(1-e^{-t/T})$. Постоянная времени T являетсяся мерой инерционности переходного процесса (чем больше T, тем дольше длится переходной процесс). Практически, время переходного процесса $t_n = 3\ldots 4T$.

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega \ \ T}.$$

Далее получают амплитудно-частотную характеристику

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}$$

и фазочастотную

$$\varphi(\omega) = -arctg\left(\omega T\right).$$

Из анализа амплитудно-частотной характеристики $A(\omega)$ следует, что апериодическое звено обладает свойствами фильтра, т.е. хорошо пропускает сигналы малых частот $\omega < \frac{1}{T}$ и плохо – больших $\omega > \frac{1}{T}$.

Из анализа фазочастотной характеристики $\varphi(\omega)$ следует, что выходные колебания отстают по фазе от входных. Это отставание изменяется в пределах от 0 до –90 градусов. На частоте $\omega \ \ = 1/T \ \ \varphi(\omega) = - \ \ 45$.

Колебательное звено (рис.3). Его дифференциальное уравнение имеет вид

$$T^2 \frac{d^2 X_{вых}}{dt^2} + 2\xi \ \ T \ \ \frac{dX_{вых}}{dt} + X_{вых} = kX_{вых}$$

где T – постоянная времени звена; ξ – относительный коэффициент затухания; k – коэффициент передачи.

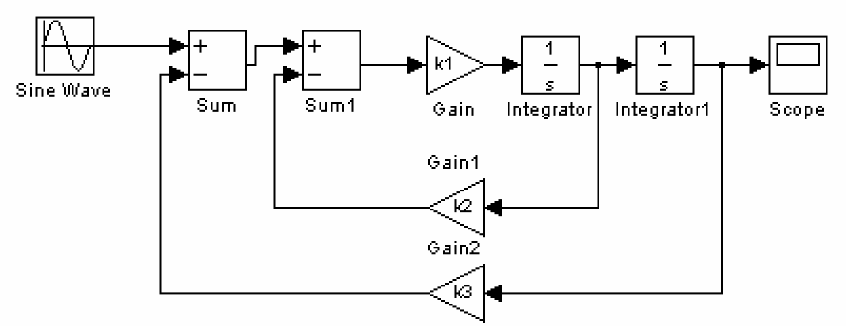


Рис.3. Схема колебательного звена

Передаточная функция

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi \quad Ts + 1}.$$

Схема получения колебательного звена из элементарных типовых звеньев представлена на рис.3. Для этой схемы

$$W(s) = \frac{\dfrac{k_1/s}{1+(k_1k_2)/s} \quad 1/s}{1 + \dfrac{k_1/s}{1+(k_1k_2)/s} \quad k_3/s}$$

Тогда

$$k = 1/k_3$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{k_1k_3}}$$

$$\xi = \frac{k_2}{2 \quad Tk_3} = \frac{\sqrt{k_1}k_2}{2\sqrt{k_3}}$$

При $\xi < 1$ колебательное звено сохраняет своё название, а переходную функцию описывают следующим выражением:

$$h \quad (t) = k \quad \left[1 - \frac{e^{-\xi/_T * t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \quad \left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t + arctg \quad \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right],$$

т.е. переходной процесс представляет собой затухающую синусоиду.

При $\xi = 0$ звено называется консервативным, и переходной процесс выражается незатухающими гармоническими колебаниями.

При $\xi \geq 1$ переходной процесс перестаёт быть колебательным, и получают инерционное звено 2-го порядка, которое можно представить последовательным соединением двух апериодических звеньев

$$W(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

где $T_{1,2} = T(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})$.

Амплитудно-фазовые частотные характеристики звена записывают следующими выражениями:

амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}}$$

фазочастотная –

$$\varphi(\omega) = \boldsymbol{arctg} \ \frac{2 \ \xi \ T\omega}{1 - T^2\omega^2} + \pi n, \ n = 0 \ \ \omega \leq \frac{1}{T}.$$

$$n = -1 \ \ \omega > \frac{1}{T}.$$

Как и переходная функция, частотные характеристики звена сильно зависят от величины относительного коэффициента затухания ξ.

Амплитудно-частотная характеристика для значений $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ имеет максимум (резонансный пик). Высота пика будет тем больше, чем меньше коэффициент затухания. При этом резонансная частота находится вблизи собственной частоты звена $\omega_0 = 1/T$ и левее от неё, т.е. $\omega_p = \omega_0\sqrt{1 - 2\xi^2}$.

Колебательное звено создаёт отрицательный сдвиг фаз, который изменяется от 0 град. при $\omega = 0$ до –180 град. при $\omega = \infty$. На частоте $\omega_0 = 1/T$ фазовый сдвиг $\varphi(\omega) = -90°$.

ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИЕ ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ

Для дифференцирующих звеньев характерным является опережение фазы выходного сигнала по отношению к входному. Все дифференцирующие звенья можно получить соединением элементарных звеньев трёх типов: идеальных дифференцирующих, суммирующих и масштабных. Основными из типовых дифференцирующих звеньев являются идеальное дифференцирующее звено, форсирующие звенья первого и второго порядков. Передаточные функции дифференцирующих звеньев – обратные величины передаточных функций инерционных звеньев, а их свойства противоположны свойствам инерционных звеньев. В чистом виде дифференцирующие звенья техническими устройствами не реализуются. Любое реальное дифференцирующее звено обладает и запаздывающими свойствами, которые проявляются более или менее незначительно, и поэтому условно может быть представлено последовательным соединением дифференцирующего и инерционного звеньев.

Идеальное дифференцирующее звено (рис.4). Его дифференциальное уравнение

$$X_{вых} = k\frac{dX_{вх}}{dt},$$

где k – коэффициент передачи.

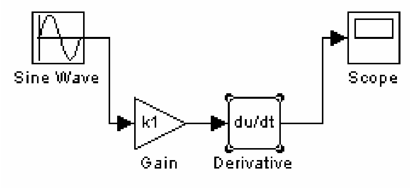


Рис.4. Схема идеального дифференцирующего звена

Передаточная функция

$$W(s) = ks.$$

Дифференцирующее звено не пропускает постоянного по величине сигнала. Переходная функция получается дифференцированием ступенчатой функции $h\ (t) = k\delta(t)$.Таким образом, при подаче на вход звена ступенчатого сигнала, на выходе будет импульс типа $\delta -$ функции.

Амплитудно-фазовая характеристика

$W(j\omega) = jk\omega$.

Следовательно, амплитудно-частотная характеристика

$A(\omega) = k\omega$,

фазочастотная –

$\varphi(\omega) = 90^\circ$.

Возрастающий характер амплитудно-частотной характеристики дифференцирующего звена указывает на то, что с увеличением частоты вынужденных колебаний увеличивается и амплитуда выходного сигнала. Таким образом, дифференцирующее звено хорошо пропускает сигналы больших частот и плохо – малых. В связи с этим оно чувствительно к помехам, которые обычно появляются высокочастотными.

Звено вносит опережение по фазе, равное $+\ 90^{0}$ и не зависящее от частоты.

Форсирующее звено первого порядка (рис.5). Его дифференциальное уравнение:

$$k\tau \frac{dX_{вх}}{dt} + kX_{вх} = X_{вых},$$

где k – передаточный коэффициент; $\tau -$ постоянная времени звена.

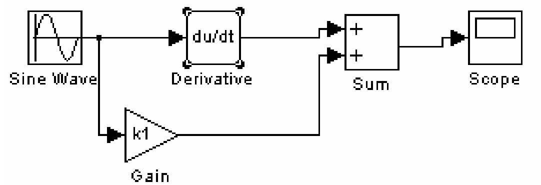


Рис.5. Схема форсирующего звена первого порядка

Тогда передаточная функция

$$W(s) = k(\tau s + 1)$$

Форсирующее звено первого порядка может быть получено параллельным соединением идеального дифференцирующего звена и масштабного звена (см. рис.5).

Для такой схемы получают

$$W(s) = s + k_1 = k_1\left(\frac{1}{k_1}s + 1\right).$$

Таким образом, коэффициент передачи $k = k_1$, постоянная времени $\tau = 1/k_1$.

Переходная функция звена

$$h(t) = k\left[\tau\delta(t) + 1)t)\right]$$

представляет собой сумму импульсной и ступенчатой функций.

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = k\left(j\tau\omega + 1\right),$$

откуда амплитудно-частотная –

$$A(\omega) = k\sqrt{1 + \tau^2\omega^2},$$

фазочастотная –

$$\varphi(\omega) = arctg \quad \tau\omega.$$

Амплитудно-частотная характеристика звена имеет возрастающий характер, особенно начиная с частоты $\omega = 1/\tau$.

Фазочастотная характеристика изменяется от 0^0 при $\omega = 0$ до $+90^0$ при $\omega = \infty$. На частоте $\omega = 1/\tau$ $\varphi(\omega) = +45^0$.

Таким образом, свойства форсирующего звена первого порядка противоположны свойствам апериодического.

Форсирующее звено второго порядка (рис.6). Его дифференциальное уравнение:

$$k\left(\tau^2\frac{d^2X_{вх}}{dt^2} + 2\xi\tau\frac{dX_{вх}}{dt} + X_{вх}\right) = X_{вых}.$$

Передаточная функция

$$W(s) = k\left(\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1\right).$$

Схема получения форсирующего звена второго порядка из элементарных звеньев представлена на рис.6. Для этой схемы

$$W(s) = k_1 s^2 + k_1 k_2 s + k_1 k_3 = k_1 k_3 \left(\frac{1}{k_3} s^2 + \frac{k_2}{k_3} s + 1 \right),$$

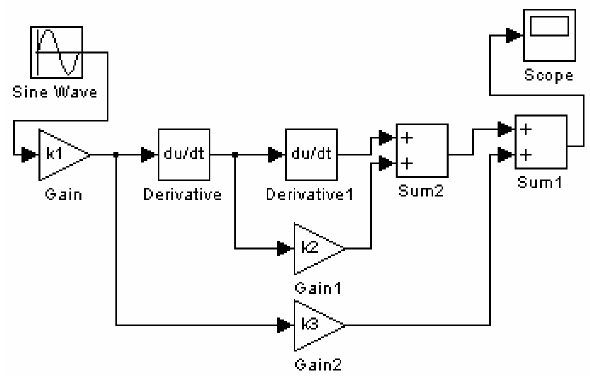


Рис. 6. Схема форсирующего звена 2-го порядка

откуда

$$k = k_1 k_3;$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{k_3}};$$

$$\xi = \frac{k_2}{2\sqrt{k_3}}.$$

Переходная функция форсирующего звена второго порядка

$$h(t) = k\left[\tau^2 \frac{d\delta(t)}{dt} + 2\xi\tau\delta(t) + 1(t) \right].$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = \sqrt{\left(1 - \tau^2\omega^2\right)^2 + 4\xi^2\tau^2\omega^2} .$$

Фазочастотная характеристика

$$\varphi(\omega) = arctg \frac{2\xi\tau\omega}{1 - \tau^2\omega^2} + \pi n .$$

Из этих выражений следует, что частотные свойства форсирующего звена второго порядка противоположны свойствам колебательного звена.

Амплитудно-частотная характеристика носит возрастающий характер, заметный с частоты $\omega = 1/\tau$.

Фазочастотная характеристика меняется от 0^0 при $\omega = 0$ до $+180^0$ при $\omega = \infty$. На частоте $\omega = 1/\tau$ $\varphi(\omega) = +90°$.

В лабораторных работах по типовым звеньям автоматических систем для каждого типового звена определяют:

1) переходную функцию звена и анализ влияния его параметров на переходную функцию;

2) амплитудно-частотную характеристику звена и анализ влияния его параметров на эту характеристику.

При выполнении лабораторных работ следует руководствоваться специальной инструкцией и индивидуальным заданием.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать структурную схему звена.
2. Подставить числовые значения соответствующего варианта.
3. Построить переходной процесс
4. Построить АЧХ и ФЧХ (методика построения описана ниже)
5. Занести результаты моделирования в отчёт.

Указания:

Каждое звено моделируется четыре раза с разными коэффициентами.

Коэффициент усиления всегда постоянен (для колебательного звена и форсирующего звена II-го порядка).

Постоянная времени увеличивается на 2 секунды.

Коэффициент демпфирования увеличивается на 0.4

Табл. Наборы коэффициентов в опытах

№ опыта	Значения коэффициентов
1	k, T, ξ
2	$k, T, (\xi + 0.4)$

3	$k,(T+2),\xi$
4	$k,(T+2),(\xi+0.4)$

В каждом опыте строится график переходного процесса и АЧХ.

ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЁТУ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

В отчете на каждое звено должно быть:

1. Название звена
2. Передаточная функция.
3. Схема модели.
4. Таблица с коэффициентами на каждый опыт.
5. График переходного процесса (4 графика в одних осях координат)
6. Графики АЧХ и ФЧХ (по 4 графика в одних осях координат)
7. Выводы (влияние коэффициентов на характеристики звена)

ПОСТРОЕНИЕ АЧХ И ФЧХ

Для построения АЧХ какого-либо звена необходимо:

- подключить ко входу системы генератор синусоидального сигнала 

;

(**Примечание**. При снятии характеристик с интегрирующего звена необходимо установить на нём начальное условие, равное –1)

Измерения производить в диапазоне частот, определяемом по следующему правилу:

- определить собственную частоту звена $\frac{1}{T}$;

- для определения границ взять частоту на декаду меньше и на декаду больше (декада – десятикратное изменение частоты) и в полученном диапазоне проводить измерения.

Пример. Например, для $T = 0,5$ с собственная частота составляет 2 c^{-1}, соответственно, диапазон частот для измерений – $\left(0,2 \div 20\right)$ Гц.

- в свойствах генератора Sin Wave указываются последовательно соответствующие частоты, одна за другой (см. 2-ю графу сверху)- см. рис. 7

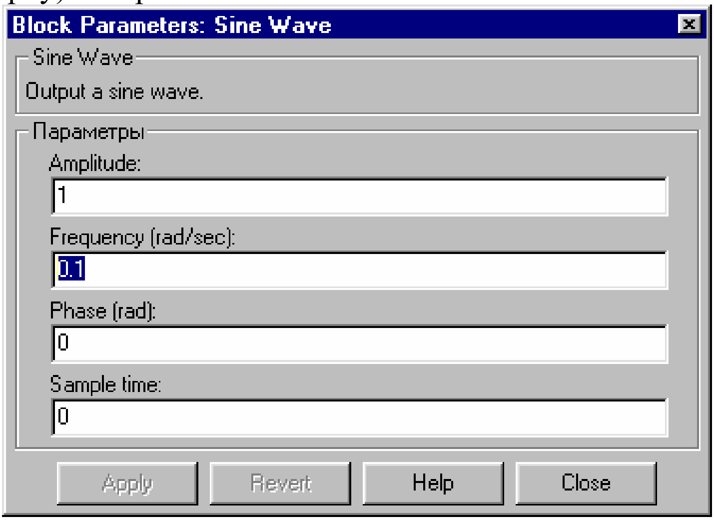
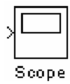


Рис. 7

- при этом, для каждой частоты, на осциллографе 

необходимо просмотреть получаемые синусоиды, замеряя у каждой амплитуду выходного сигнала в **установившемся режиме** (т.е. после того, как амплитуда перестанет изменяться). Амплитуда входного сигнала может быть задана или изменена в 1-й графе свойств Sine Wave (см. выше).

Если амплитуда входного сигнала отлична от 1 (например, 2), то необходимо каждую измеренную амплитуду выходного сигнала поделить на это значение.

Таким образом, для набора 5-ти частот необходимо получить набор 5-ти амплитуд выходного сигнала, зная которые и амплитуду входного сигнала, можно построить кривую АЧХ.

Построение ФЧХ какого-либо звена

Построение фазочастотной характеристики покажем на примере колебательного звена со следующими параметрами: T=1, ξ=0,25 (схема – см. рис. 8)

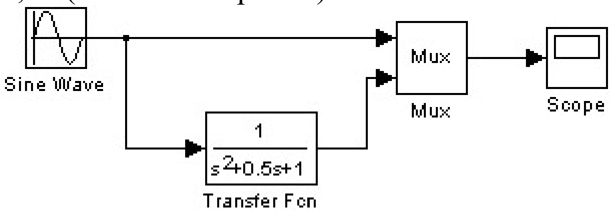


Рис. 8

(Mux-блок здесь необходим для одновременного отображения на осциллографе Scope как входного (верхняя подводящая линия), так и выходного сигнала. Амплитуда входного сигнала в блоке Sine Wave была принята равной 2).

- задавшись тем же набором частот, что и для АЧХ, получить на экране осциллографа по 2 кривых для каждой частоты: кривую входного сигнала и кривую выходного сигнала. При необходимости (графики слишком велики или не успела произойти стабилизация) можно увеличить время моделирования (Stop time) – рис. 9:

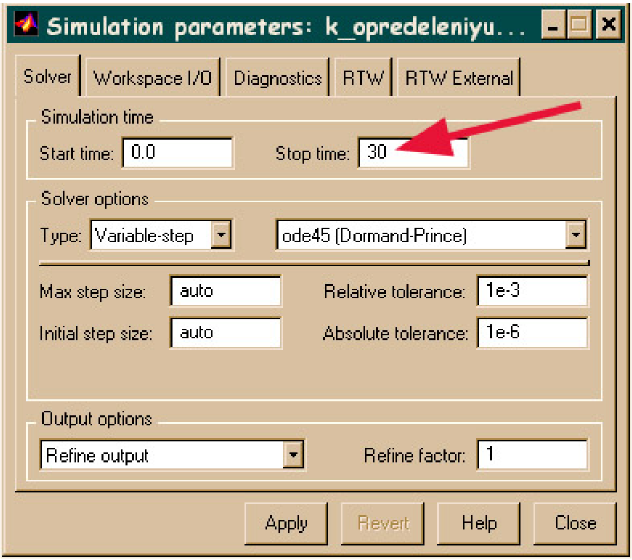


Рис. 9

- для установившегося режима (в нашем примере он наступает примерно после 15 сек, т.к. – см. рис. 10 – амплитуда выхода перестаёт увеличиваться) по оси абсцисс определить период T (как нетрудно убедиться, он одинаков у выходной и входной синусоиды), а также временное смещение Δt между этими кривыми, которое необходимо пересчитать в фазовый сдвиг $\Delta\varphi$

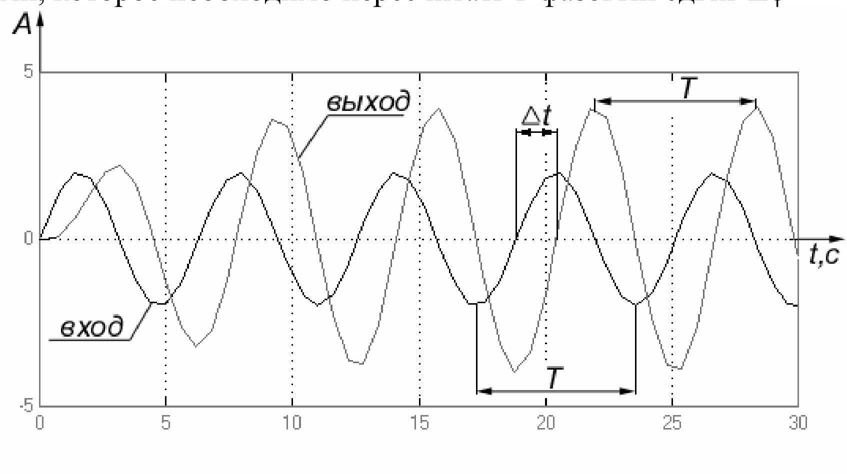


Рис. 10

следующим образом:

Δφ=(Δ*t*/*T*)*360, [град]

по полученным 5-ти точкам построить зависимость фазы от частоты входного сигнала.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

№	k	ξ	T, c
1	2,00	0,32	0,01
2	2,50	0,33	0,03
3	3,00	0,34	0,05
4	3,50	0,35	0,07
5	4,00	0,36	0,09
6	4,50	0,37	0,11
7	5,00	0,38	0,13
8	5,50	0,39	0,15
9	6,00	0,40	0,17
10	6,50	0,41	0,19
11	7,00	0,42	0,21
12	7,50	0,43	0,23
13	8,00	0,44	0,25
14	8,50	0,45	0,27
15	9,00	0,46	0,29
16	9,50	0,47	0,31
17	10,00	0,48	0,33
18	10,50	0,49	0,35
19	11,00	0,50	0,37
20	11,50	0,51	0,39
21	12,00	0,32	0,41
22	12,50	0,33	0,43
23	13,00	0,34	0,45
24	13,50	0,35	0,47
25	14,00	0,36	0,49
26	14,50	0,37	0,51
27	15,00	0,38	0,53

28	15,50	0,39	0,55
29	16,00	0,40	0,57
30	16,50	0,41	0,59