ММГ 18.02.2010.

Вибрационный гироскоп – устройство, подвижное тело которого совершает быстрые циклические движения (вращение, колебание) и чувствительное в силу этого к абс. угловой скорости основания, причем возникающий гир. момент вызывает доп. колебания подвижн. тела, в хар-ках которого содержится инф. об абс. угл. скорости вращ. основания.

Актюатор – привод (ДМ или ДС)

Сенсор – ДУ или датчик перемещения

Трансдьюсер – преобразователь

Характеристики ММГ

1. Нулевой сигнал – вых. сигнал ДУС при отсутствии абс. угл. скорости основания (смещ. нуля)

2. Дрейф нулевого сигнала – плавное монотонное изм. нулевого сигнала во времени.

3. Стабильность нулевого сигнала – изм. нулевого сигнала немонотонного характера. (случайный). (повторяемость н. сигнала – стабильность run-to-run).

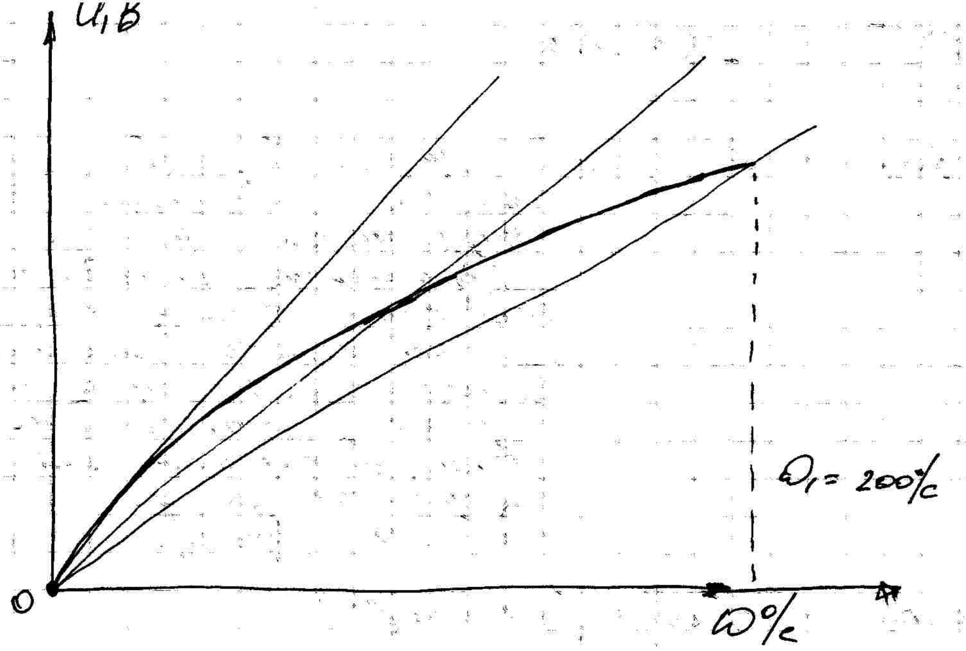
4. Порог чувствительности – мин. угл. скорость основания, которую ДУС способен почувствовать (не измерить).

5. Диапазон измеряемых скоростей – макс. угл. скорость, кот. ДУС способен измерить.

6. Выходная характеристика – завис. вых. сигнала от измеряемой угл. скорости.

7. Масштабный коэффициент – крутизна вых. характеристики

8. Стабильность масшт. коэф. – изменение масшт. коэф. в завис. от к-л факторов.



9. Нелинейность вых. характеристики – макс. отклонение от лин. характеристики, отнесенное к диапазону прибора.

10. Полоса пропускания – опред. диапазоном частот, ~~если~~ изменение угл. скорости в котором характер-ся погрешностью прибора в 3 дБ.

11. Температурный диапазон – 1. диапазон температур, при кот. ДУС должен сохранять свои характ-ки. (термостабильность)
2. при кот. ДУС сохраняет работоспособность. (темп. хранения t, термостойкость).

12. Перегрузка – 1. диап., при кот. ДУС сохраняет свои характ-ки. (устойч. к перегрузке)
2. диап. уск-ий, при кот. ДУС сохраняет работоспособность (стойкость к перегрузке, ударам).

13. Масса и габариты

Классификация ММГ:

I. Роторное вибрационные

Для применения в микромеханике не подходит, за исключением:

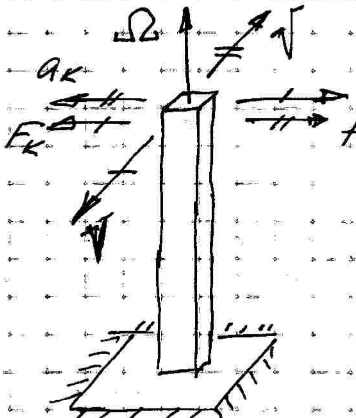
① Ротори. вибрац. гироскоп с собств. двигателем.
Двигатель внутри

② Ротори. вибр. гироскоп с вращ. носителем
Внутри двигатель отсутствует, а кин. момент создается носителем (турбина, колесо).

II. Осцилляторные вибрационные.

1. По форме ЧЭ:
   - плоские (микромех-е, кремний и кварц):
     - L-L типа
     - R-R типа
     - L-R или R-L типа
     - кольцевые гироскопы
   - объемные ВГ:
     - камертонные
     - балочный
     - ТВГ ("рюмка")
2. По конструкции ЧЭ:
   - в виде замкнутой оболочки
     - ТВГ
     - кольцевой
   - в виде несбалансированного осциллятора
     - балочный
   - в виде сбалансированного осциллятора
     - камертонный

Балочный ММГ



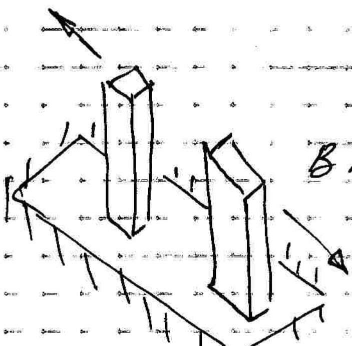
Недостаток: влияние движ. основания на ЧЭ и наоборот. Схема нерабочая.

Сила возд. на основание

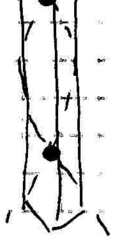
$$ma = mx_0\omega^2 =$$

$$= 0{,}1 \cdot 10^{-3} кг \cdot 10^{-6} м \cdot (10^4 Гц)^2 \cdot (2\pi)^2 =$$

$$= 0{,}4 Н \ (40 г).$$

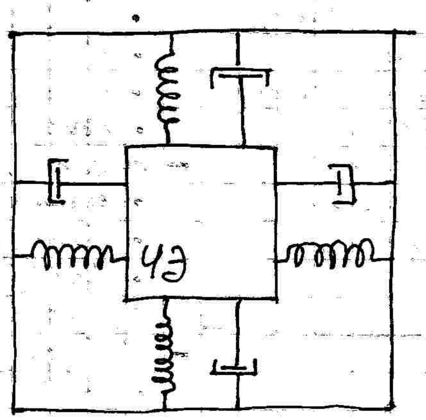


В противофазе



Закрепление в узловых точках

Любой ВГ имеет подвижное тело (ЧЭ) с как минимум 2-мя степ. свободы. Одна ось — входная, возбуждения, первичн. колеб. — ось задания колеб; Вторая — выходная, съема, вторичных колеб — ось съема сигнала.

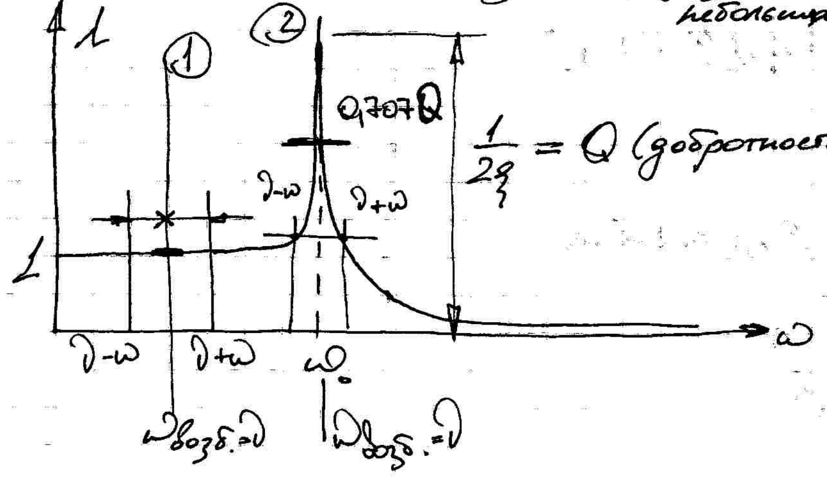


Очень сильное влияние колеб. одной оси на другую, резонансные св-ва по обоим осям.

По оси возбужд. колебания всегда в резонансе с целью обеспеч. макс. чувствит. гироскопа со след. системой стабилизации.

По оси съема:

1. С несовпадающими резонанс. частотами по осям возб. и съема (стабильн., низк. чувств. большая пп).
2. С совп. или близкими (низк. стабильн., выс. чувств., небольшая пп).



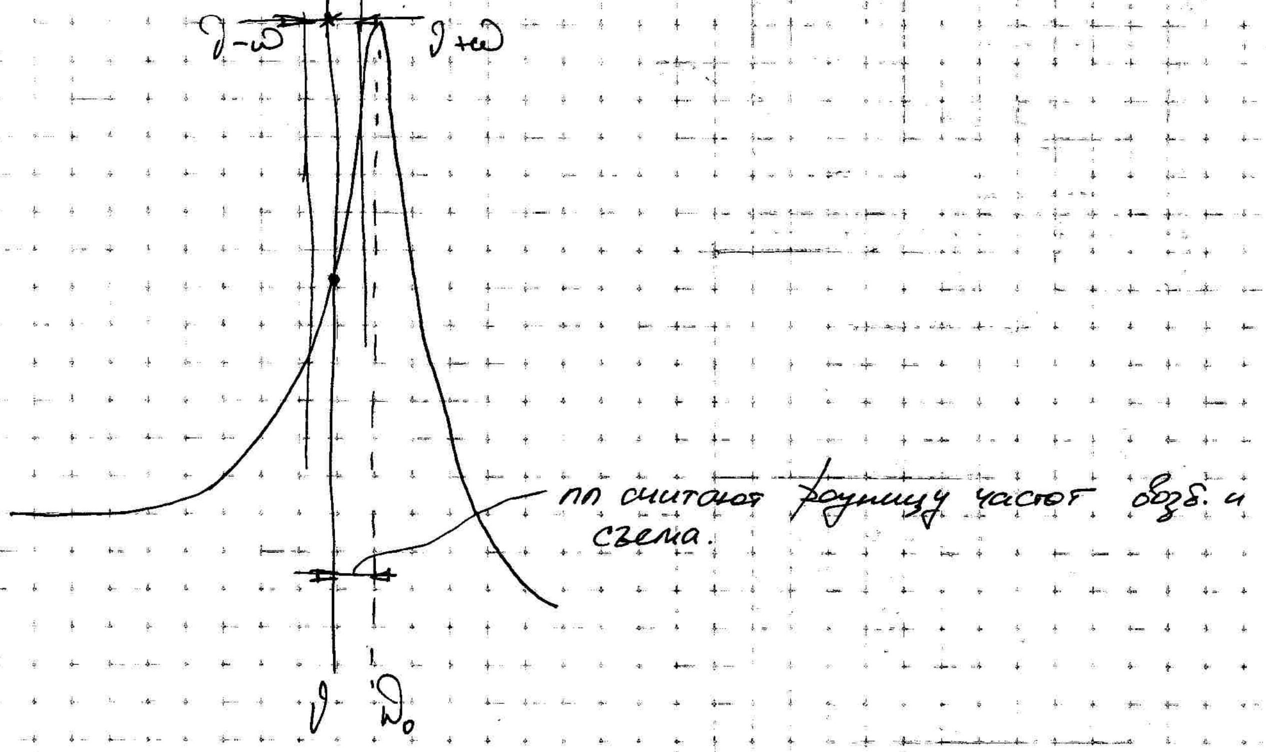
$\frac{1}{2\xi} = Q$ (добротность)

$\Omega = \Omega_0 \sin \omega t$, ω - частота съема

$M^Г = H\Omega \sin \vartheta t$, ϑ - частота колеб. возб.

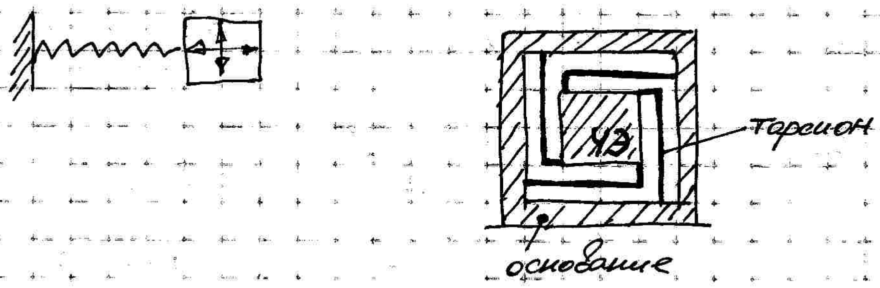
$M^Г = H\Omega_0 \sin \vartheta t \sin \omega t = \frac{1}{2}A_1 \sin[(\vartheta+\omega)t] + \frac{1}{2}A \sin[(\omega-\vartheta)t]$

С близкими частотами:

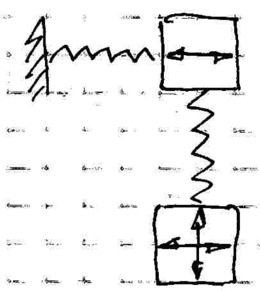


Пути уменьш. взаимного влияния частот:

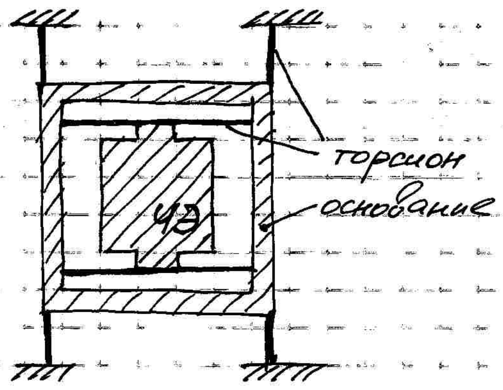
1)



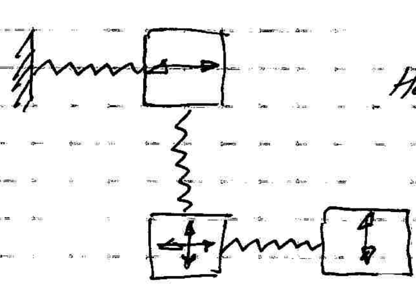
2)



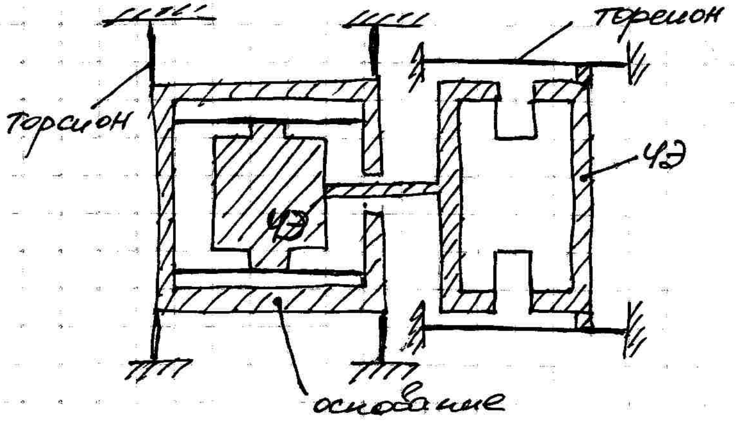
Съем относительно рамки.



3)



Не реализовано

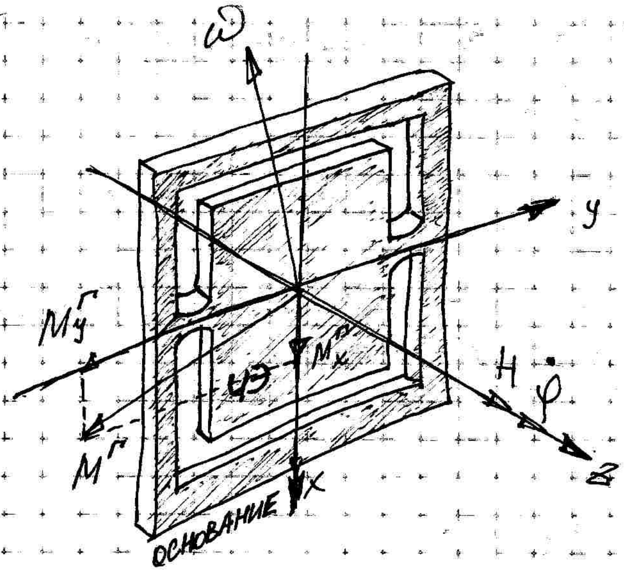


Типы возбуждений:
- электростатическое
- электромагнитное
- пьезоэлектрическое
- магнитоэлектрическое
- тепловое

Типы съема сигнала:
- емкостной
- пьезоэлектрический, пьезорезистивный
- магнитоэлектрический.

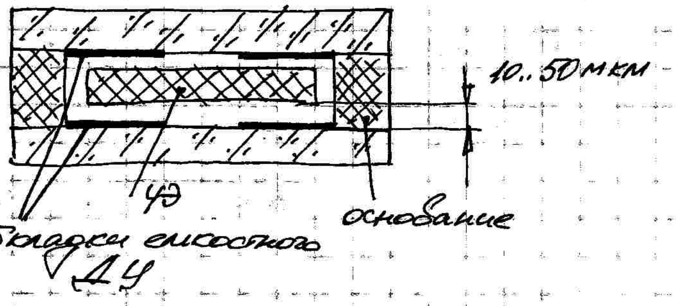
Параметры	Размерность	ширпотреб	тактические приборы	инерциальные приборы
1. Случ. дрейф	°/с °/ч	0,003..1 10..3600	0,1..10	<0,01
2. Стаб. МК	%	0,1..1	0,01..0,1	0,001
3. Макс. диап.	°/с	50..1000	500	400
4. Удар, 1 мс	ед. g	10^3	$10^3..10^4$	10^3
5. Полоса пропускания	Гц	70	100	100

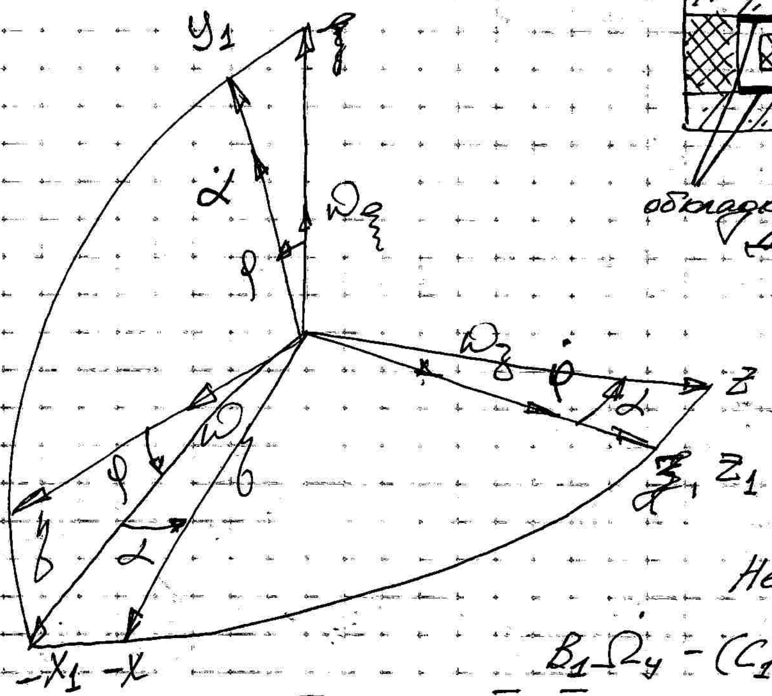
Роторный вибрационный гироскоп



$\dot{\varphi}$ – скорость собств. вращения (носителя)

$$M_y^Г = H\omega\cos\varphi = H\omega\cos[\dot{\varphi}t]$$
$$M_x^Г = H\omega\sin\varphi = H\omega\sin[\dot{\varphi}t]$$





$$\bar{\omega} = (\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta)$$

$A_1 B_1 C_1$ – мом-ты инерции по осям x_1, y_1, z_1

Необобщ. ур-я Эйлера:

$$B_1\dot{\Omega}_y - (C_1 - A_1)\Omega_x\Omega_z = M_y^{вн}$$

$$\bar{\Omega} = \bar{\omega} + \bar{\dot{\alpha}} + \bar{\dot{\varphi}}$$

$$\Omega_x = -(\dot{\varphi} + \omega_\zeta)\sin\alpha - (\omega_\eta\cos\varphi - \omega_\xi\sin\varphi)\cos\alpha$$
$$\Omega_y = \dot{\alpha} + \omega_\xi\cos\varphi + \omega_\eta\sin\varphi$$
$$\Omega_z = (\dot{\varphi} + \omega_\zeta)\cos\alpha - (\omega_\eta\cos\varphi - \omega_\xi\sin\varphi)\sin\alpha$$

Считаем угол α малым, $\dot{\varphi} \gg \omega_\zeta, \omega_\eta, \omega_\xi$

$$\Omega_x = -\dot{\varphi}\alpha - \omega_\eta\cos\varphi + \omega_\xi\sin\varphi$$
$$\Omega_y = \dot{\alpha} + \omega_\xi\cos\varphi + \omega_\eta\sin\varphi; \quad \dot{\Omega}_y = \ddot{\alpha} + \dot{\omega}_\xi\cos\varphi - \omega_\xi\dot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\omega}_\eta\sin\varphi + \omega_\eta\dot{\varphi}\cos\varphi$$
$$\Omega_z = \dot{\varphi}$$

$$M_y^{BH} = -D_\alpha\dot\alpha - K_\alpha\alpha + M_y^{BP}$$

$$B_1\ddot\alpha + D_\alpha\dot\alpha + [K_\alpha + (C_1 - A_1)\dot\varphi^2]\alpha = -B_1[\dot\omega_\xi\cos\varphi + \dot\omega_\eta\sin\varphi] +$$
$$+ [\omega_\xi\sin\varphi - \omega_\eta\cos\varphi](C_1 - A_1 + B_1)\dot\varphi + M_y^{BP}$$

Суммарный момент упругости содержит псевдоупругий момент $(C_1 - A_1)\dot\varphi^2\alpha$, пропорциональный углу.

$B_1[\dot\omega_\xi\cos\varphi + \dot\omega_\eta\sin\varphi]$ - инерционный момент переносного движения. Влияет на полосу пропускания.

$C_1\dot\varphi[\omega_\xi\sin\varphi - \omega_\eta\cos\varphi]$ - гироскопич. момент

$B_1[\omega_\xi\sin\varphi - \omega_\eta\cos\varphi]$ - инерц. момент

$A_1[\omega_\xi\sin\varphi - \omega_\eta\cos\varphi]$ - центробежн. момент.

Рассмотрим движ. с пост. скоростью.

Обозначим $(C_1 - A_1 + B_1)\dot\varphi = H$
$$[K_\alpha + (C_1 - A_1)\dot\varphi^2] = K.$$

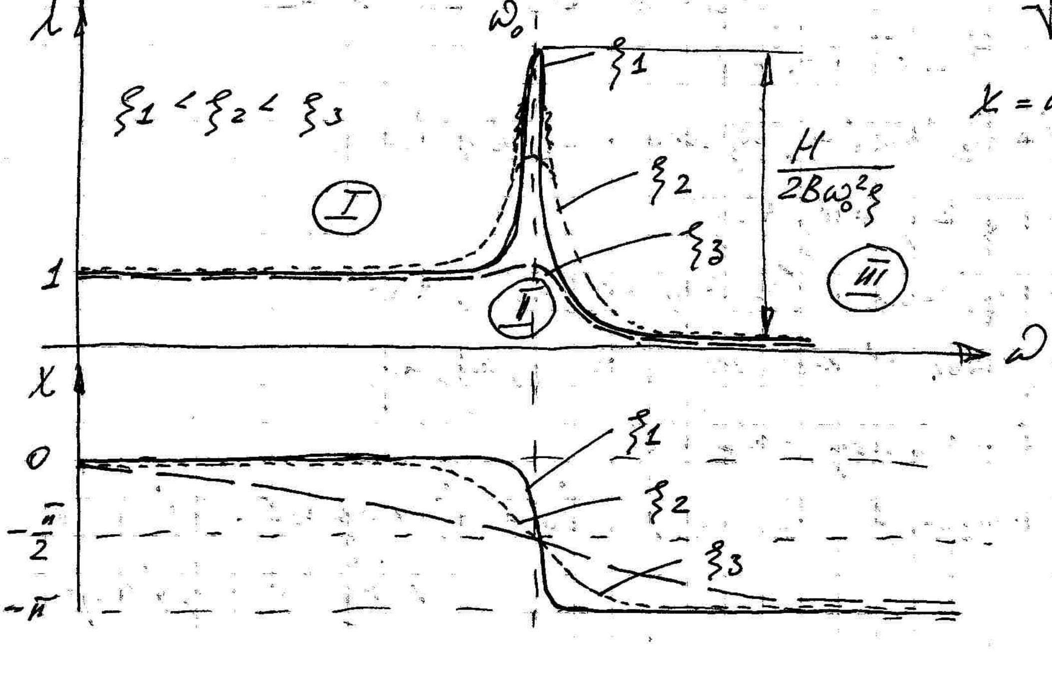
$$B_1\ddot\alpha + D_\alpha\dot\alpha + K\alpha = H\omega_{\xi\eta}\sin(\dot\varphi t + \delta), \quad \text{где } \omega_{\xi\eta} = \sqrt{\omega_\xi^2 + \omega_\eta^2}$$
$$\delta = \operatorname{arctg}\frac{\omega_\eta}{\omega_\xi}$$

Будем считать, что $\delta = 0$, $\omega_{\xi\eta} = \omega_x$.

$$\ddot\alpha + 2\xi\omega_0\dot\alpha + \omega_0^2\alpha = \frac{H}{B_1}\omega_{\xi\eta}\sin(\dot\varphi t), \text{ где } \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{B_1}},\ \xi = \frac{D_1}{2\sqrt{KB_1}}$$

В уст. режиме: $\alpha_{уст} = \dfrac{H\lambda}{B_1\omega_0^2}\omega_{\xi\eta}\sin(\dot\varphi t + \chi)$, $\lambda = \dfrac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\dot\varphi^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi\frac{\dot\varphi}{\omega_0}\right)^2}}$

$$\chi = \operatorname{arctg}\left[\frac{2\xi\frac{\dot\varphi}{\omega_0}}{\left(1 - \frac{\dot\varphi^2}{\omega_0^2}\right)}\right]$$



(II) Резонансный режим. $\omega_0 = \dot\varphi$

$$\lambda = \frac{1}{2\xi}, \quad \chi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\alpha_{уст} = -\frac{H}{2\xi B_1 \omega_0^2}\,\omega_{\xi\eta}\cos(\dot\varphi t) = \frac{H\omega_{\xi\eta}}{\sqrt{(K - B_1\dot\varphi^2)^2 + (D_2\dot\varphi)^2}}\sin\left(\dot\varphi t - \operatorname{arctg}\left[\frac{D_\alpha\dot\varphi}{K - B_1\dot\varphi^2}\right]\right) =$$

$$\alpha_{уст}^{ампл} = \frac{H\omega_{\xi\eta}}{\sqrt{\left(K_\alpha + (C_1 - A_1 - B_1)\dot\varphi^2\right)^2 + (D_\alpha\dot\varphi)^2}}$$

В резонансе $\dot\varphi = \sqrt{\frac{K}{B_1}} = \sqrt{\frac{K_\alpha + (C_1 - A_1 - B_1)\dot\varphi^2}{B_1}}$

$$B_1\dot\varphi^2 = K_\alpha + (C_1 - A_1)\dot\varphi^2$$

$K_\alpha = (-C_1 + A_1 + B_1)\dot\varphi^2$ – условие резонансной настройки.

"Исчезает" инерционное и упругое сопротивление

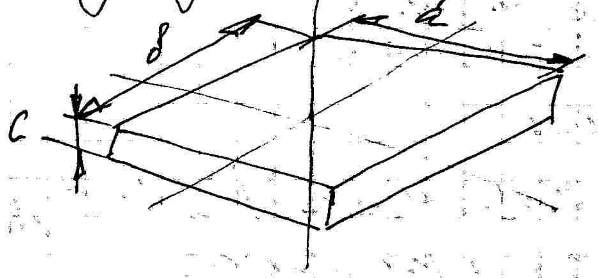
$\alpha_{уст.}^{ампл} D_\alpha\dot\varphi = H\omega_{\xi\eta}$ Работает только демпф. момент

$$\alpha_{уст.}^{ампл} = \frac{(C_1 - A_1 + B_1)\dot\varphi\,\omega_{\xi\eta}}{D_\alpha\dot\varphi}$$

Не нужно обеспечивать стабильность $\dot\varphi$

Но одновременно обеспечить это невозможно.

Можно сделать подвес неупругим.
Тогда условие настройки $C_1 = A_1 + B_1$.



$$A_1 = \frac{m}{12}(c^2 + b^2)$$

$$B_1 = \frac{m}{12}(a^2 + c^2)$$

$$C_1 = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$$

$$C_1 - A_1 - B_1 = \frac{m}{12}(-2c^2) = -\frac{mc^2}{6}$$

Т.е. нужно, чтобы $c = 0$ (???) о_О

Ⓘ Дорезонансн. режим

$$\alpha_{уст}^{ампл.} = \frac{H\omega_{\xi\eta}}{K_\alpha}$$

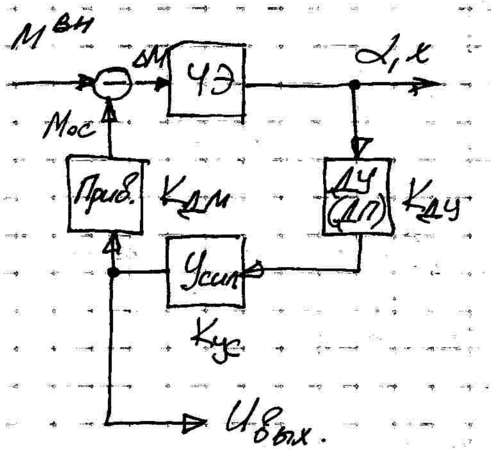
$K_\alpha \alpha_{уст}^{ампл.} = H\omega_{\xi\eta}$. Работает только упругий момент.

$$\alpha_{уст}^{ампл} = \frac{(C_1 - A_1 + B_1)\omega_{\xi\eta}\dot\varphi}{K_\alpha}.$$ Необходима стабильная $\dot\varphi$ или информация о нестаб-ти $\dot\varphi$.

Для неупругого подвеса $K_\alpha = 0$:

$$\alpha_{уст}^{ампл} = \frac{(C_1 - A_1 + B_1)\omega_{\xi\eta}}{(C_1 - A_1)\dot\varphi}$$ Обратная зависимость от $\dot\varphi$.

Введение обратной связи



Весь гир. момент должен компенсироваться только мом. обр. связи.

Т.е. мом. обр. связи д.б. на пару порядков больше остальных.
~~Собств. часто~~

Организация обр. связи.

$$B_1\ddot\alpha + D_\alpha\dot\alpha + [K_\alpha + (C_1 - A_1)\dot\varphi^2]\alpha = H\omega_{\xi\eta}\sin(\dot\varphi t) - M_{oc}$$

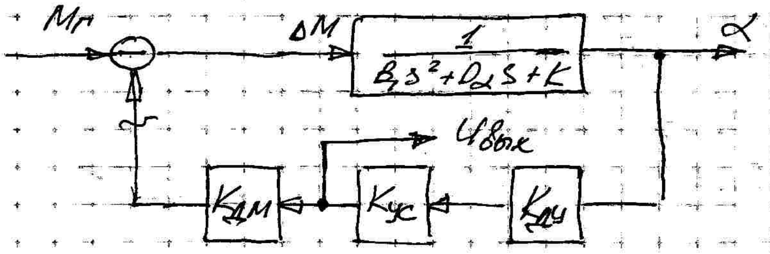
$M_{oc} \sim \alpha, x$ – позиц. ОС
$M_{oc} \sim \dot\alpha, \dot x$ – скоростная ОС

① Позиц. ОС:

$$B_1\ddot\alpha + D_\alpha\dot\alpha + [K_\alpha + (C_1 - A_1)\dot\varphi^2]\alpha = H\omega_{\xi\eta}\sin[\dot\varphi t] - K_{oc}\alpha$$

$$B_1 s^2\alpha + D_\alpha s\alpha + K\alpha = \Delta M(s)$$

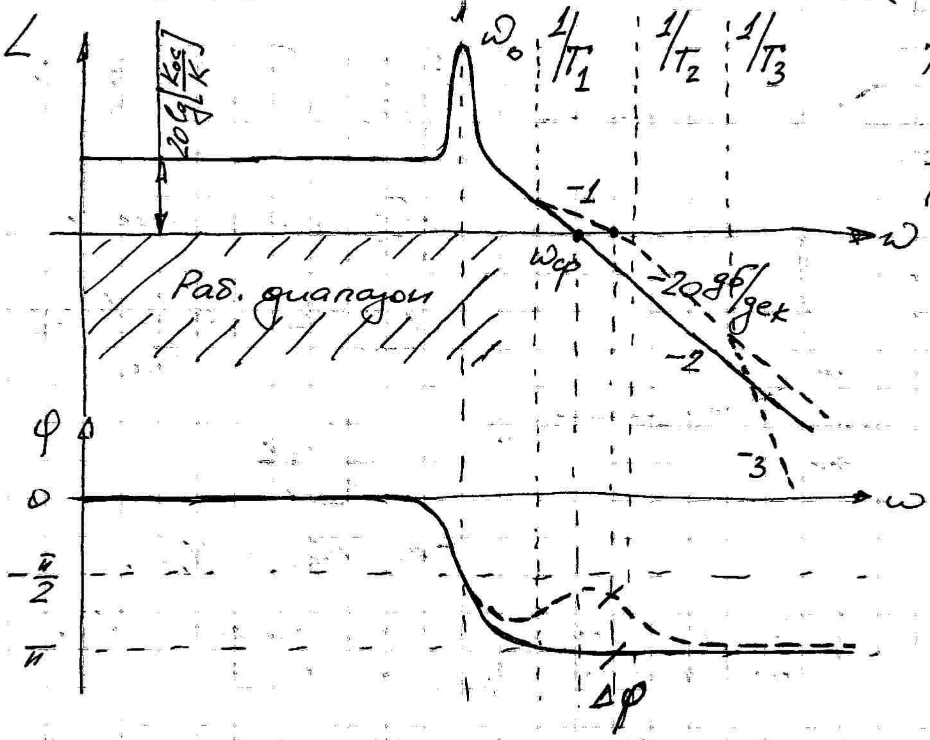
$$\frac{\alpha(s)}{\Delta M(s)} = \frac{1}{B_1 s^2 + D_\alpha s + K}$$



$$W(S) = \frac{K_{ам} K_{ус} K_{ду}}{B_1 S^2 + D_\alpha S + K} = \frac{K_{ос}}{B_1 S^2 + D_\alpha S + K} = \frac{K_{ос}}{K(T^2 S^2 + 2\xi T S + 1)}$$

$$T = \sqrt{\frac{B_1}{K}} = \frac{1}{\omega_0}$$

$$\xi = \frac{D_\alpha}{2KT} = \frac{D_\alpha}{2\sqrt{B_1 K}}$$



Необходима коррекция

$$20\lg \frac{K_{ос}}{B_1 \omega_{ср}^2} = 0$$

$$\omega_{ср} \cong \sqrt{\frac{K_{ос}}{B_1}}$$

$$W_{кз} = \frac{1 + T_1 S}{1 + T_2 S} \cdot \frac{1}{1 + T_3 S}$$

$$\Phi(S) = \frac{W(S)}{1 + W(S)} = \frac{M_{\alpha}(S)}{M_r(S)} = \frac{\frac{K_{ос}}{B_1 S^2 + D_\alpha S + K} \cdot \frac{1 + T_1 S}{1 + T_2 S} \cdot \frac{1}{1 + T_3 S}}{1 + \frac{K_{ос}(1 + T_1 S)}{(B_1 S^2 + D_\alpha S + K)(1 + T_2 S)(1 + T_3 S)}} =$$

$$= \frac{K_{ос}(1 + T_1 S)}{(B_1 S^2 + D_\alpha S + K)(1 + T_2 S)(1 + T_3 S) + K_{ос}(1 + T_1 S)}$$

Пренебр. $T_1 S$, $T_2 S$, $T_3 S$

$$\Phi(S) = \frac{K_{ос}}{B_1 S^2 + D_\alpha S + K + K_{ос}}$$

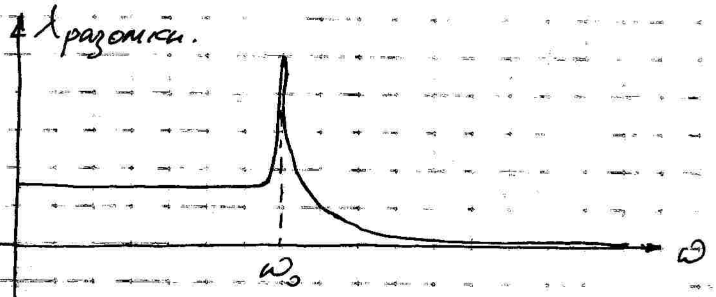
$$\Phi^*(S) = \frac{U_{вых}(S)}{M_r(S)} = \frac{\Phi(S)}{K_{ам}}$$

$$U_{вых} = |\Phi^*(S)|_{S = j\omega} \cdot H\omega_{зу} \sin[\dot\varphi t + \arg(\Phi^*(S))_{S = j\omega}]$$

$$U_{вых}^{ампл.} = \frac{K_{ду} K_{ус} H\omega_{зу}}{\sqrt{[K + K_{ос} - B_1 \dot\varphi^2]^2 + [D_\alpha \dot\varphi]^2}}$$

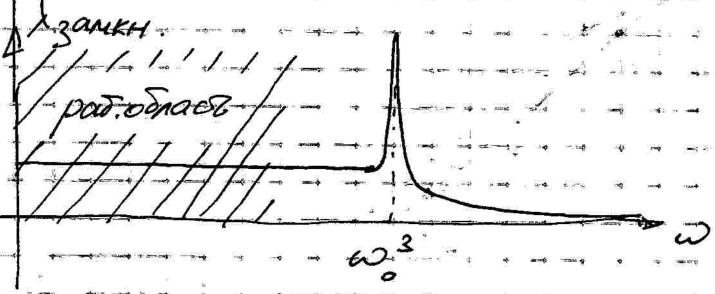
Для замкн. системы $\omega_0^{з} = \sqrt{\frac{K + K_{ос}}{B_1}}$, а при $K_{ос} \gg K$

$$\omega_0^{з} = \sqrt{\frac{K_{ос}}{B_1}},$$ т.е. факт-ки это частота среза.



$$\dot\varphi = \omega_0^{з} = \sqrt{\frac{K_2+K_{oc}}{-C_1+A_1+B_1}}$$

Смысл ОС пропадает, если настроиться в резонансе



Для дорезонансн. области:

$$U_{вых}^{ампл.} = \frac{K_{ДУ}K_{ус}H\omega_{ЗУ}}{K_{oc}} = \frac{H\omega_{ЗУ}}{K_{ДМ}}$$

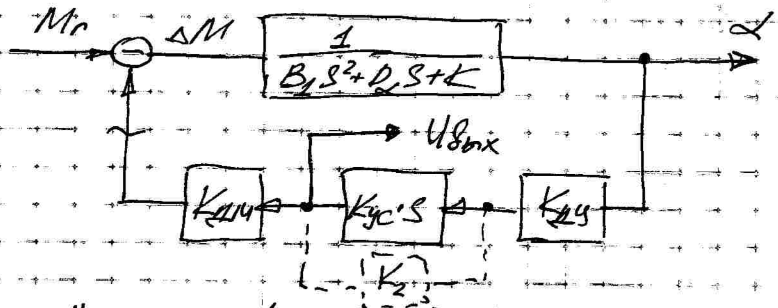
т.е. $M_{oc} = M_Г$.

Вых. сигнал зависит только от стабильности $K_{ДМ}$ и не зависит от стабильности $K_{ДУ}$, K_{oc} и т.д.

Зона нечувствит-ти опред-ся упругостью K, поэтому нужно уменьшать K до уровня, пока держатся перегрузки.

Вариант работы на $\omega_0^{раз-ой}$ предпочтительнее, поскольку в этом случае скомп-но все, кроме демпфирования, т.е. вероятность заработать ОС выше (зона нечувств. меньше).

(2) Скоростная ОС.

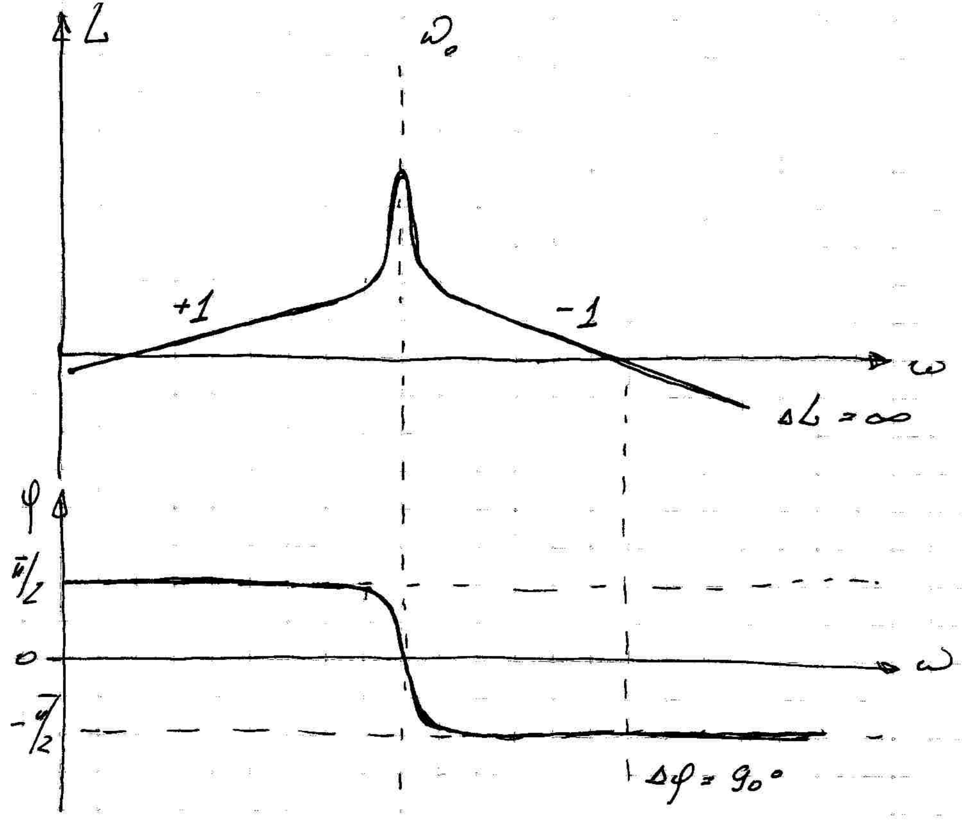


$$B_1\ddot\alpha + D_\alpha\dot\alpha + [K_2 + (C-A)\dot\varphi^2]\alpha = H\omega_{ЗУ}\sin[\dot\varphi t] - K_{oc}\dot\alpha$$

Создаем доп. демпф. момент.

$$W(s) = \frac{K_{oc}S}{B_1S^2+D_\alpha S+K}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{B_1}}$$

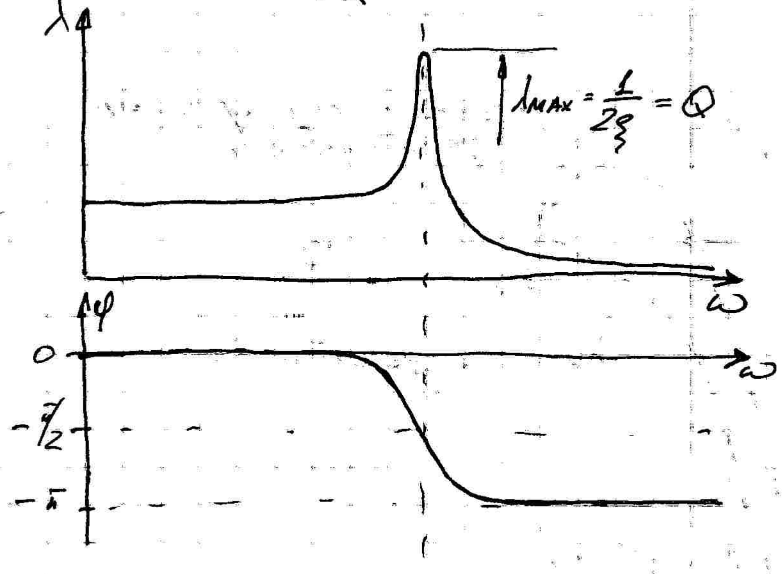


Получить чистый дифференциатор нереально, поэтому вместо S получается $-1\frac{TS+1}{T_1}$

$$\alpha = \frac{M_0}{J}\sqrt{\frac{1}{(\omega_{0B}^2-\omega^2)^2+(2\xi\omega_{0B}\omega)^2}}\sin\left[\omega t + \operatorname{arctg}\left(\frac{2\xi\omega_{0B}\omega}{\omega_{0B}^2-\omega^2}\right)\right]$$

$$= \frac{\lambda}{\omega_{0B}^2}$$

$$\alpha^{\text{амп.}} = \frac{M_0\lambda}{K_\alpha}$$



Для обеспеч. стабильности колеб. необх. обеспечивать стабильность M_0, Q, $\omega \approx \omega_{0B}$

Поэтому в таком разомкнутом виде возбужд. никогда не используется.

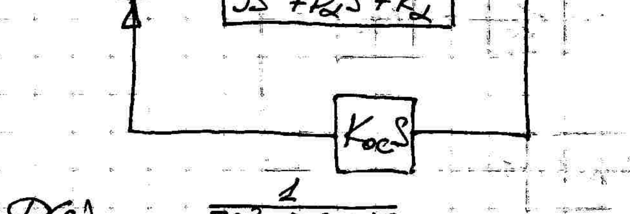
Как вариант, можно исп-ть фазовую подстройку частоты, но необх. стабилиз. амплитуду моментом M_0.

② Метод автовозбуждения

Необх. сделать систему неустойчивой на частоте резонанса:

1) ОС по положению
2) ОС по скорости.

По скорости:



$$K_{oc} = K_{ДУ} \cdot K_{УС} \cdot K_{ДМ}$$

$$\Phi(S) = \frac{\frac{1}{JS^2+D_\alpha S+K_\alpha}}{1-\frac{K_{oc}S}{JS^2+D_\alpha S+K_\alpha}} = \frac{1}{JS^2+(D_\alpha-K_{oc})S+K_\alpha}$$

Хар-е ур-е: $JS^2+(D_\alpha-K_{oc})S+K_\alpha=0$.

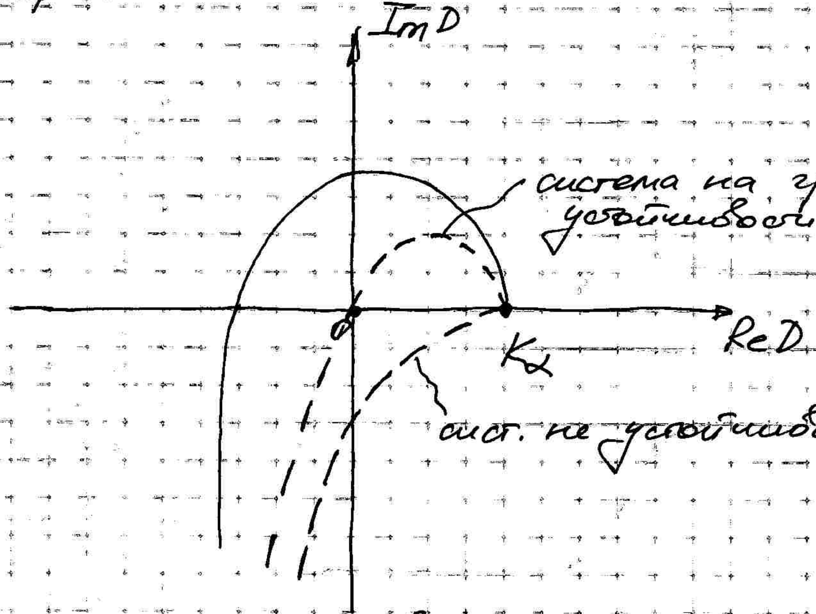
По Гурвицу система устойчива, если $D_\alpha > K_{oc}$.

Если $D_\alpha = K_{oc}$, то возникнут автоколебания с незатухающей амплитудой, но сами могут не возникнуть.

Если $D_\alpha < K_{oc}$, то возникнут колеб. с возрастающей амплитудой.

$$D(j\omega) = K_\alpha - J\omega^2 + j(D_\alpha - K_{oc})\omega$$

Годограф Михайлова:



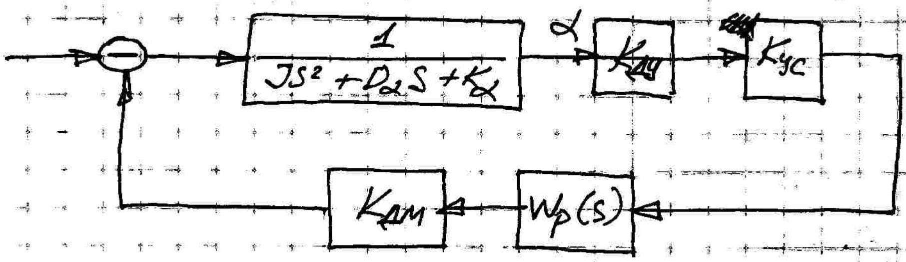
Для границы устойчивости:

$\operatorname{Im} D = 0 \Rightarrow D_\alpha - K_{oc} = 0,\ D_\alpha = K_{oc}$

$\operatorname{Re} D = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{K_\alpha}{J}}$ – потеря устойчивости на резонансной частоте.

Реально делают D_α чуть меньше K_{oc}, получают расходящиеся колебания и в ОС вводят нелинейный элемент, ограничивающий амплитуду.

<u>По положению:</u>



$$W_p(s) = \frac{1}{T_1 S + 1} \cdot \frac{1}{T_2 S + 1}$$

$$\Phi_\alpha(S) = \frac{\dfrac{1}{JS^2+D_\alpha S+K_\alpha}}{1+\dfrac{K_{дч}K_{ус}K_{1м}}{(JS^2+D_\alpha S+K_\alpha)(T_1S+1)(T_2S+1)}} =$$

$$= \frac{(T_1S+1)(T_2S+1)}{(JS^2+D_\alpha S+K_\alpha)(T_1S+1)(T_2S+1)+K_{ос}}$$

Хар-е ур-е: $K_\alpha\left[T^2s^2+2\xi Ts+1\right](T_1s+1)(T_2s+1)+K_{ос}=0.$

$$T=\sqrt{\frac{J}{K_\alpha}}=\frac{1}{\omega_{ов}};\quad \xi=\frac{D_\alpha}{2K_\alpha T}=\frac{D_\alpha}{2\sqrt{K_\alpha J}}$$

Вводем $K=\dfrac{K_{ос}}{K_\alpha}$:

$$(T^2s^2+2\xi Ts+1)(T_1s+1)(T_2s+1)+K=0.$$

$$T^2T_1T_2s^4+2\xi TT_1T_2s^3+T_1T_2s^2+T^2s^2+2\xi Ts+1+T^2(T_1+T_2)s^3+$$
$$+2\xi T(T_1+T_2)s^2+(T_1+T_2)s+K.$$

$$D(j\omega)=T^2T_1T_2\omega^4-\left[T_1T_2+T^2+2\xi T(T_1+T_2)\right]\omega^2+K+1+$$
$$+j\left[-(2\xi TT_1T_2+T^2(T_1+T_2))\omega^3+(2\xi T+T_1+T_2)\omega\right]$$

На границе устойчивости:

$$T^2T_1T_2\omega^4-\left[T_1T_2+T^2+2\xi T(T_1+T_2)\right]\omega^2+K+1=0$$

$$-\left[2\xi TT_1T_2+T^2(T_1+T_2)\right]\omega^3+\left[2\xi T+T_1+T_2\right]\omega=0.$$

Пусть $T_2=0$ (одно апериодич. звено):

$$-T^2\omega^2-2\xi TT_1\omega^2+1+K=0 \quad\Big|\quad (2\xi T+T_1)\omega-T^2T_1\omega^3=0.$$

При $T_1=0$ (вообще без апериодич. звеньев) при $\xi>0$ обеспечить неустойчивость невозможно.

При малых ξ $\omega=\dfrac{1}{T}$:

$$\cancel{\frac{T_1T_2}{T^2}}-\cancel{\frac{T_1T_2}{T^2}}-\cancel{1}-2\xi\frac{T_1+T_2}{T}+\cancel{1}+K=0$$

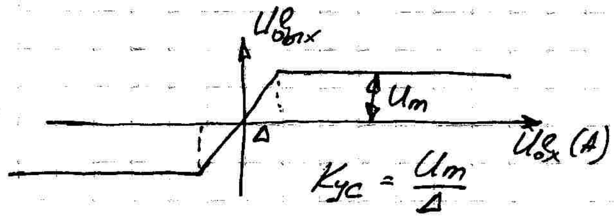
$$2\xi+\cancel{\frac{T_1+T_2}{T}}-2\xi\frac{T_1T_2}{T^2}-\cancel{\frac{T_1+T_2}{T}}=0$$

$$\boxed{\begin{aligned}K&=2\xi\frac{T_1+T_2}{T}\\ T^2&=T_1T_2\end{aligned}}$$

Условия нахождения системы на границе устойчивости.

При $T_1=T_2=T$, $K=4\xi$

Огранич. амплитуду можно нелин. элементом, например, усилителем.



$$K_{ус}=\frac{U_m}{\Delta}$$

$$\begin{cases} K_{ус} = \dfrac{U_m}{\Delta}, & A < \Delta \\ K_э = K_{ус}\dfrac{2}{\pi}\left[\arcsin\left(\dfrac{\Delta}{A}\right) - \dfrac{\Delta}{A}\sqrt{1-\dfrac{\Delta^2}{A^2}}\right], & A > \Delta. \end{cases}$$

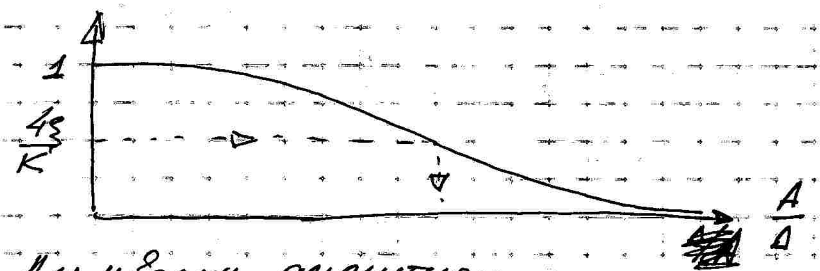
$$K = \underbrace{\frac{K_{1у}K_{ус}K_{дм}}{K_э}}_{=K_1} = K_1 \cdot K_э.$$

$$K_1 K_э = \left[T_1T_2 + T^2 + 2\xi T(T_1+T_2)\right]\omega^2 - T^2T_1T_2\omega^4 - 1.$$

$$\omega^2 = \frac{2\xi T + T_1 + T_2}{2\xi T_1T_2T + T^2(T_1+T_2)}$$

При $\omega = \dfrac{1}{T}$ и $T_1 = T_2 = T$: $K_1K_э = 4\xi$, $K_э = \dfrac{4\xi}{K_1}$

$$\frac{2}{\pi}\left[\arcsin\left(\frac{\Delta}{A}\right) - \frac{\Delta}{A}\sqrt{1-\frac{\Delta^2}{A^2}}\right] = \frac{4\xi}{K}$$



Для увелич. амплитуды

$K\uparrow$, $Q = \dfrac{1}{2\xi}\uparrow$

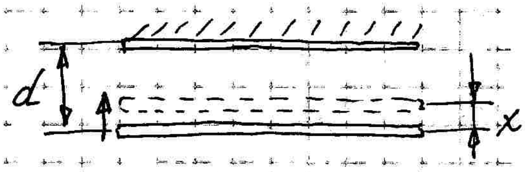
Емкостные датчики угла

$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-15}\,\frac{Ф}{мм}$ для воздуха.

S – площадь перекрытия обкладок

d – зазор

1) Изменение зазора



$$\Delta C = \varepsilon_0 S\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d-x}\right) = -\frac{\varepsilon_0 S x}{d(d-x)} = C_1\frac{x}{d-x}$$ – при увелич. емкости

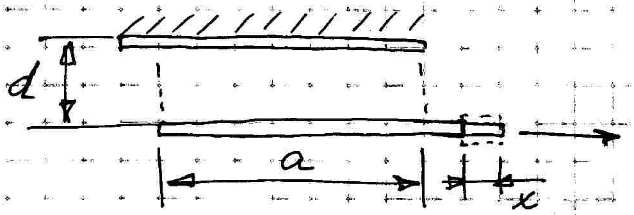
Обычно $d \gg x$

Поэтому $C \cong C_1\frac{x}{d}$.

$$\Delta C = C_1\frac{x}{d+x}$$ – при уменьш. емкости.

Но нужно учитывать нелинейность при d, соизмеримом с x.

2) Изменение площади.

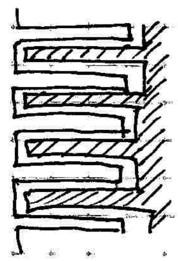


$$C = \frac{\varepsilon_0 a l}{d}$$

$$\Delta C = \frac{\varepsilon_0 l x}{d} = \frac{C x}{a}$$

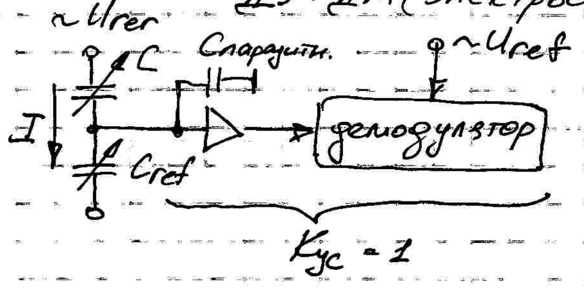
Низкая чувствительность, большая линейность.

Повыш. чувствит-ти:



Достоинства:

1. Простота конструкции
2. Хорошая чувствительность (отр-ся способностью электроники выделять сигнал из шума).
3. Хорошая темп. стабильность
4. Возможность совмещ. нескольких ДУ или ДУ + ДМ (электростатич.)

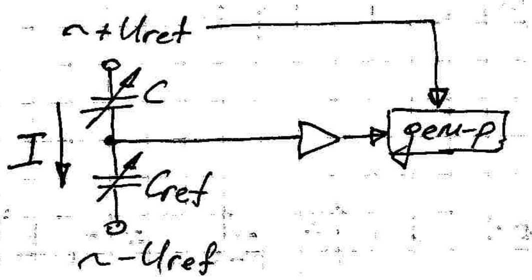


$$I = \frac{U_{ref}}{\frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega C_{ref}}}$$

$$U_{вых} = I\,\frac{1}{j\omega C_{ref}} = \frac{U_{ref}\cdot C}{C_{ref} + C}$$

Необходимо $C_{ref} \gg C$.

$$\left.\begin{array}{l} U^0_{вых} \approx \dfrac{U_{ref}}{C_{ref}} \cdot C. \\ C = C_0 + \Delta C \end{array}\right\} \quad U^0_{вых} = \underbrace{\frac{U_{ref}}{C_{ref}} C_0}_{\text{смещ. нуля ДУ}} + \frac{U_{ref}}{C_{ref}} \Delta C.$$



$$I = \frac{2U_{ref}}{\frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega C_{ref}}}$$

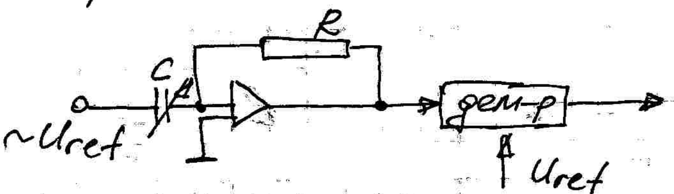
$$U_{ref} - U^0_{вых} = I \frac{1}{j\omega C}$$

$$U^0_{вых} = U_{ref} - \frac{2U_{ref}C_{ref}}{C + C_{ref}} =$$

$$= \frac{U_{ref}C - U_{ref}C_{ref}}{C + C_{ref}} =$$

$$= \frac{U_{ref}C}{C + C_{ref}} - \frac{U_{ref}C_{ref}}{C + C_{ref}}$$

При $C \ll C_{ref}$ $\quad U^0_{вых} = \dfrac{U_{ref}C}{C_{ref}} - U_{ref}$

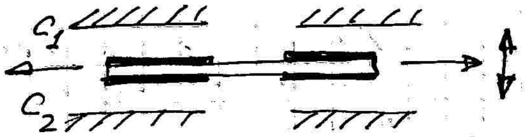


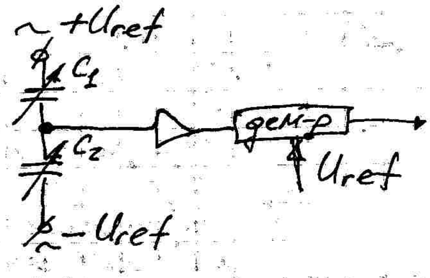
$$U^0_{вых} = U_{ref} \cdot \frac{R}{\frac{1}{j\omega C}} = U_{ref} R j\omega C = U_{ref} R j\omega (C_0 + \Delta C).$$

Схема усилителя заряда — вместо R — C_{ref}.

$$U^0_{вых} = U_{ref} \frac{\frac{1}{j\omega C_{ref}}}{\frac{1}{j\omega C_{ref}}} = U_{ref} \frac{C}{C_{ref}}$$

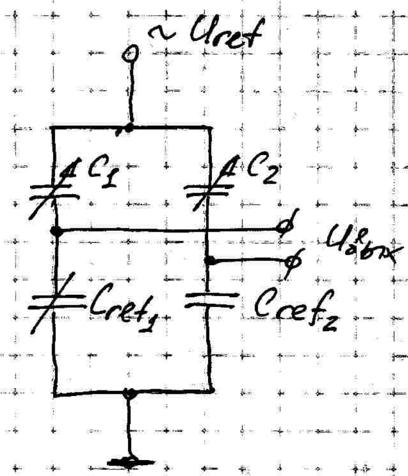
<u>Дифференц. датчик угла:</u>



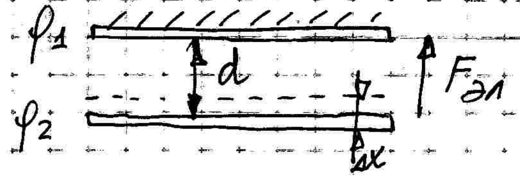


$$C_1 = C_0 + \Delta C$$
$$C_2 = C_0 - \Delta C$$

Можно также вычесть два сигнала на диф. усилителе.



Датчики силы

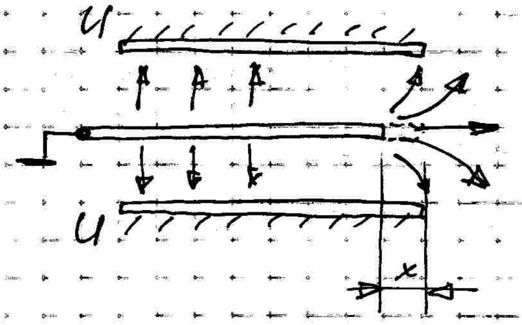


$F_{эл} = \frac{\partial E}{\partial x}$; $E = \frac{1}{2} C U^2$; $U = \varphi_1 - \varphi_2$

$$F_{эл} = \frac{1}{2} U^2 \frac{\partial C}{\partial x}$$

$$C = \frac{\varepsilon S}{d-x}$$

$$F_{эл} = \frac{1}{2} U^2 \frac{\varepsilon S^2}{(d-x)^2}$$

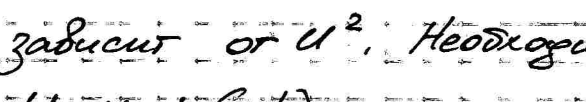


$$C = \frac{\varepsilon l (a+x)}{d}$$

$$F_{эл} = \frac{1}{2} U^2 \frac{\varepsilon l}{d}$$

Особенности:

- $F_{эл}$ всегда сила притяжения. Поэтому с пом-ю 2-х обкладок создать ДС нельзя. Нужны 2 неподв. обкладки.



- $F_{эл}$ зависит от U^2. Необходима линеаризация.

$$U = U_0 \sin(\omega t)$$

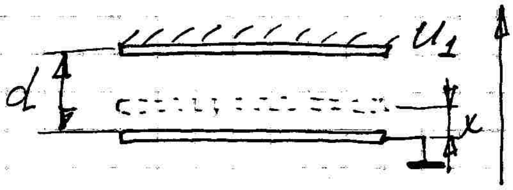
$$F_{эл} \sim U_0^2 \sin^2(\omega t) \sim \underbrace{U_0^2\left(\frac{1}{2}\right.}_{const} - \underbrace{\left.\frac{1}{2}\cos(2\omega t)\right)}_{2\omega}$$

Выход - $U = U' + U_0 \sin \omega t$

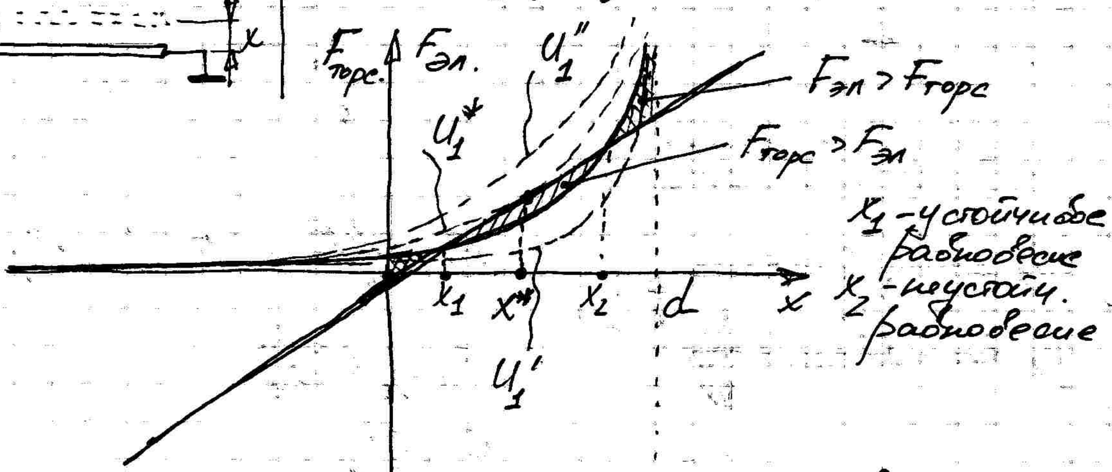
$$F_{эл} \sim U'^2 + 2U'U_0 \sin(\omega t) + U_0^2 \sin^2(\omega t)$$

Пост. сост-я не уходит все равно.

- $F_{эл}$ зависит от x.
- Чем ближе пластины, тем больше $F_{эл}$.



$$F_{эл} = \frac{\varepsilon S U_1^2}{2(d-x)^2} \qquad F_{торс} = K_T x$$



Если считать, что $x_1 \ll d$, то $x_1 = \dfrac{\varepsilon S U_1^2}{2d^2 K_T}$

При гарм. возбуждении система устойчива в диапазоне (x_1, x_2), т.к. $F_{торс} > F_{эл}$.

Лучше, чтобы $x_2 \to d$. поднятием K_T. Но увеличивается ω_0, что не нужно. Лучше делать это ум-ем U_1. При $U_1 \uparrow$ $F_{эл} \uparrow$, при $U_1 \downarrow$ $F_{эл} \downarrow$.

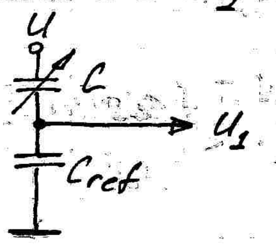
Система на границе устойчивости при касании графиков:

$$\begin{cases} \dfrac{\varepsilon S U_1^{*2}}{(d-x^*)^3} = K_T \\ \dfrac{\varepsilon S U_1^{*2}}{2(d-x^*)^2} = K_T x^* \end{cases} \Rightarrow \frac{\varepsilon S U_1^{*2}}{2(d-x^*)^2} = \frac{\varepsilon S U_1^{*2}}{(d-x^*)^3} x^*$$

$$2x^* = d - x^* \Rightarrow x^* = \frac{d}{3}.$$

$$U_1^* = \sqrt{\frac{8 K_T d^3}{27 \varepsilon S}}$$

Оптимально $x_1 \to 0$, $x_2 \to d$.



$$U_1 = \frac{U}{\frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega C_{ref}}} \cdot \frac{1}{j\omega C_{ref}}$$

$$\Delta U = U - U_1 = U - \frac{U}{\frac{C_{ref}}{C} + 1} =$$

$$\Delta U = U\frac{C_{ref}}{C_{ref}+C} = U_1\frac{1}{1+\frac{C}{C_{ref}}}$$

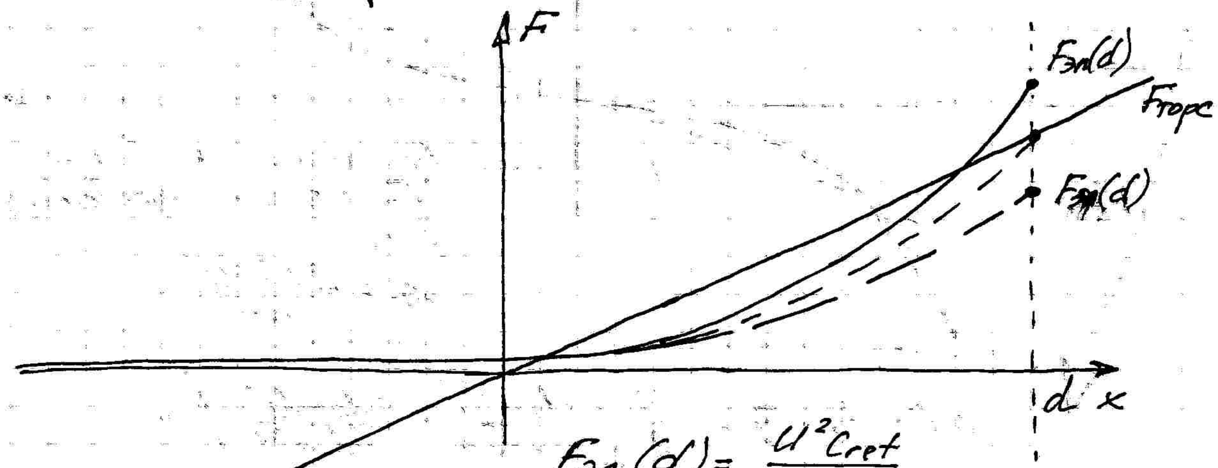
$$\left.\begin{aligned} F_{эл} &= \frac{\varepsilon S U^2}{2(d-x)^2}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{C}{C_{ref}}\right)^2} \\ \frac{C}{C_{ref}} &= \frac{\varepsilon S}{(d-x)C_{ref}} \end{aligned}\right\} \quad F_{эл} = \frac{\varepsilon S U^2}{2\left(d-x+\frac{\varepsilon S}{C_{ref}}\right)^2}$$

Если $\frac{\varepsilon S}{d} = C_0$, то

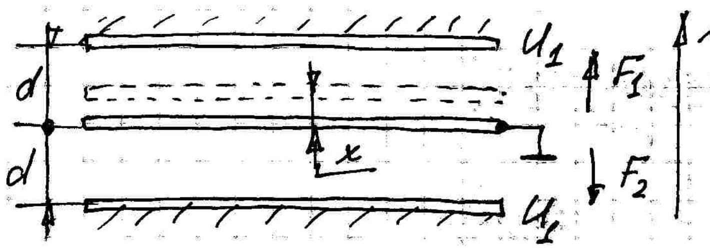
$$\frac{\varepsilon S}{C_{ref}} = d\frac{C_0}{C_{ref}}$$

т.е. $x^* = \frac{1}{3}d\left(1+\frac{C_0}{C_{ref}}\right)$

$$U_1^* = \sqrt{\frac{8K_T d_3\left(1+\frac{C_0}{C_{ref}}\right)^3}{27\varepsilon S}}$$



$$F_{эл}(d) = \frac{U^2 C_{ref}}{2\varepsilon S}$$



В нулевом положении

$$F_1 = F_2 = \frac{\varepsilon S U_1^2}{2d^2}$$

При x_1:

$$\left\{\begin{aligned} F_1 &= \frac{\varepsilon S U_1^2}{2(d-x)^2} \\ F_2 &= \frac{\varepsilon S U_1^2}{2(d+x)^2} \end{aligned}\right.$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \frac{\varepsilon S U_1^2}{2(d+x)^2} - \frac{\varepsilon S U_1^2}{2(d-x)^2} =$$

$$= \frac{\varepsilon S U_1^2}{2}\left(\frac{-4dx}{(d^2-x^2)^2}\right) =$$

$$= -\frac{2\varepsilon S U_1^2 dx}{(d^2-x^2)^2}$$

ДС создает пружину с отрицательной упругостью.

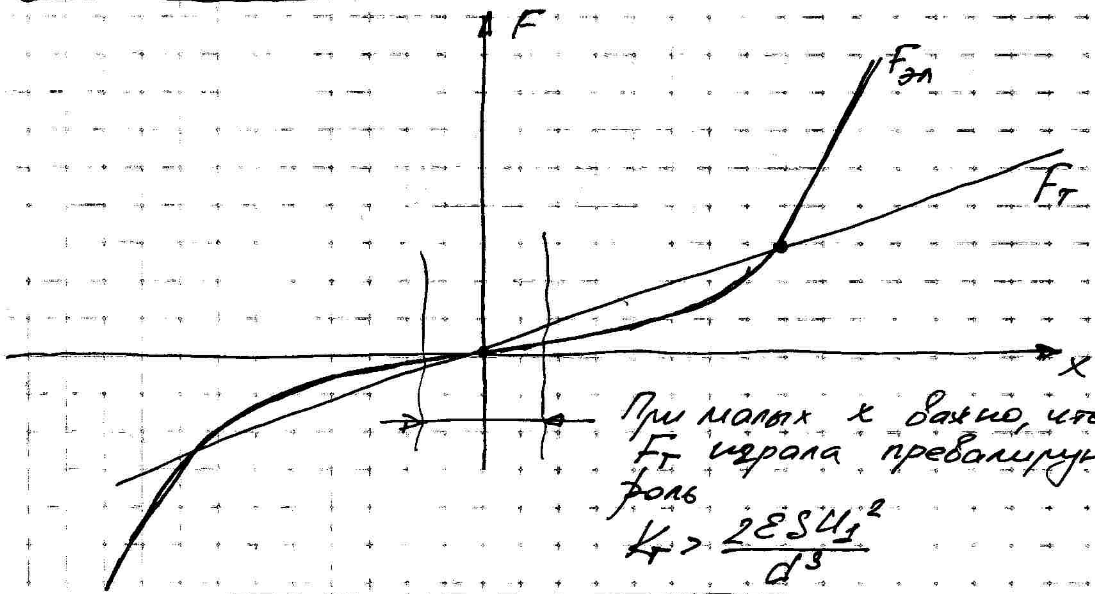
при $x<<d$, то $\Delta F = -\dfrac{2\varepsilon S U_1^2 x}{d^3}$

$K_\Sigma = K_T - \dfrac{2\varepsilon S U_1^2}{d^3}$ Такой способ прим. для регулир-я собственных частот системы.

Чтобы избавиться от квадр. зависимости от U_1, на подвижн. обкладку подают U_0.

$$F_1 = \frac{\varepsilon S(U_0-U_1)^2}{2(d-x)^2}$$

$$F_2 = \frac{\varepsilon S(U_0+U_1)^2}{2(d+x)^2}$$



При малых x важно, чтобы F_T играла превалирующую роль

$K_T > \dfrac{2\varepsilon S U_1^2}{d^3}$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \frac{\varepsilon S}{2}\left[\frac{(U_0+U_1)^2}{(d+x)^2} - \frac{(U_0-U_1)^2}{(d-x)^2}\right] =$$

$$= \frac{2\varepsilon S U_0 U_1 (d^2+x^2)}{(d^2-x^2)^2} - \frac{2\varepsilon S d x (U_0^2+U_1^2)}{(d^2-x^2)}$$

Для $x<<d$:

$$\Delta F = \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0 U_1}{d^2}}_{\text{Направлена в ту сторону, где на обкладку добавлено } U_0} - \frac{2\varepsilon S(U_0^2+U_1^2)}{d^3}\cdot x$$

$$\frac{2\varepsilon S U_0 U_1}{d^2} + \frac{2\varepsilon S(U_0^2+U_1^2)}{d^3}x = K_T x \Rightarrow x = \ldots$$

В этом случае д. б. $K_T > \dfrac{2\varepsilon S(U_0^2+U_1^2)}{d^3}$ для сохранения устойчивости при $x<<d$.

① Обратная связь по положению.

$$U_1 = K_{oc} x$$

$$\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc} x (d^2+x^2)}{(d^2-x^2)^2} - \frac{2\varepsilon S d x (U_0^2 + K_{oc}^2 x^2)}{(d^2-x^2)^2} =$$

$$= \frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc} d^2}{(d^2-x^2)^2} x + \frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc}}{(d^2-x^2)^2} x^3 - \frac{2\varepsilon S d U_0^2}{(d^2-x^2)^2} x - \frac{2\varepsilon S d K_{oc}^2}{(d^2-x^2)^2} x^3$$

Здесь однозначно можно считать $x \ll d$, поскольку ОС по положению.

$$\Delta F = \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc}}{d^2} x}_{\text{Момент ОС упругий полезная сост-я}} + \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0 K_{oc}}{d^4} x^3}_{\text{нелинейность момента ОС}} - \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0^2}{d^3} x}_{\text{минус упругость отриц. коэф.}} - \underbrace{\frac{2\varepsilon S K_{oc}^2}{d^3} x^3}_{\text{— // —}}$$

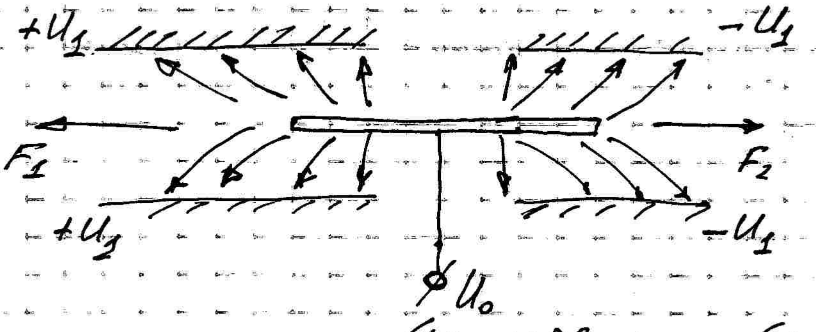
$$\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0}{d^2}\left(K_{oc} - \frac{U_0}{d}\right) x + \frac{2\varepsilon S K_{oc}}{d^3}\left(\frac{U_0}{d} - K_{oc}\right) x^3$$

$\Delta F = 0$: 1) $x = 0$
2) $K_{oc} = \frac{U_0}{d}$
3) $x = \sqrt{\frac{U_0 d}{K_{oc}}}$

Для устойчивости необх. $K_{oc} > \frac{U_0}{d}$ для упругой сост.
$K_{oc} < \frac{U_0}{d}$ для нелин. сост.

Поэтому чтобы нелин. сост. не оказывала действия необх. $x \ll d$.

Для случая движ. ЧЭ вдоль зазора:



$$F = \frac{U^2 \varepsilon l}{2d} N$$

N – кол-во "зубцов" в гребенке.

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \frac{(U_0+U_1)^2 \varepsilon l}{2d} N - \frac{(U_0-U_1)^2 \varepsilon l}{2d} N =$$

$$= \frac{2 U_0 U_1 \varepsilon l}{d} N$$

В случае ОС по положению $\Delta F = \frac{2U_0 \varepsilon \ell K_{oc} N}{d} x$.

(2) Возбуждение колебаний с помощью ~~эл~~ электростатич. ДС.

$U_1 = U_m \sin(\omega t)$.

Для ДС с перемещ. ЧЭ вдоль зазора:

$$\Delta F = \frac{2U_0 U_m \varepsilon \ell}{d} N \sin(\omega t)$$

Для ДС с перемещ. ЧЭ поперек зазора:

$$\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 U_m (d^2+x^2)}{(d^2-x^2)^2}\sin(\omega t) - \frac{2\varepsilon S d x U_0^2}{(d^2-x^2)^2} - \frac{2\varepsilon S d x U_m^2}{(d^2-x^2)^2}\sin^2(\omega t)$$

$$\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\omega t)$$

$x \ll d$

$$\Delta F = \underbrace{\frac{2\varepsilon S U_0 U_m}{d^2}\sin(\omega t)}_{\text{полезная сос.}} - \underbrace{\frac{\varepsilon S(2U_0^2+U_m^2)}{d^3}x}_{\text{упругая сос.}} - \underbrace{\frac{\varepsilon S U_m^2}{d^3}x\cos(2\omega t)}_{\text{вредная сос.}}$$

Поскольку мы создаем колебания в резонансе, то

$x = x_m \cos(\omega t)$.

$$\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 U_m}{d^2}\sin(\omega t) - \frac{\varepsilon S(2U_0^2+U_m^2)}{d^3}x_m\cos(\omega t) - \frac{\varepsilon S U_m^2 x_m}{d^3}\cos(\omega t)\cos(2\omega t)$$

2 сост-е на частоте 1ω, что меняет и амплитуду и фазу раскачки.

$$\cos(\omega t)\cos(2\omega t) = \frac{1}{2}\cos(2\omega t+\omega t) + \frac{1}{2}\cos(2\omega t - \omega t) = \frac{1}{2}\cos(3\omega t) + \frac{1}{2}\cos(\omega t)$$

$$\Delta F = \frac{2\varepsilon S U_0 U_m}{d^2}\sin(\omega t) - \frac{\varepsilon S}{d^3}x_m\left[2U_0^2 + \frac{3}{2}U_m^2\right]\cos(\omega t) - \frac{\varepsilon S U_m x_m}{2d^3}\cos(3\omega t)$$

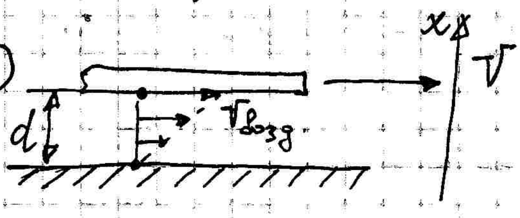
(3) Скоростная ОС.

$U_1 = K_{oc}\dot{x}$

Рассмотреть самостоятельно.

Влияние демпфирования на ДС.

(1)



$$\tau = \mu \frac{dV}{dx} = \mu \frac{V}{d}$$

$$F = \tau S$$

Вязкость μ, $\frac{cH c}{мм^2}$:
воздух – $1{,}82 \cdot 10^{-9}$
азот – $1{,}67 \cdot 10^{-9}$

Величина этого демпфирования очень мала. Можно получить высокую добротность.

(2) Движение поперек зазора.

Будем считать, что газ несжимаем и течение ламинарное.

$$\Delta P = -\frac{12\mu V}{d^3}$$

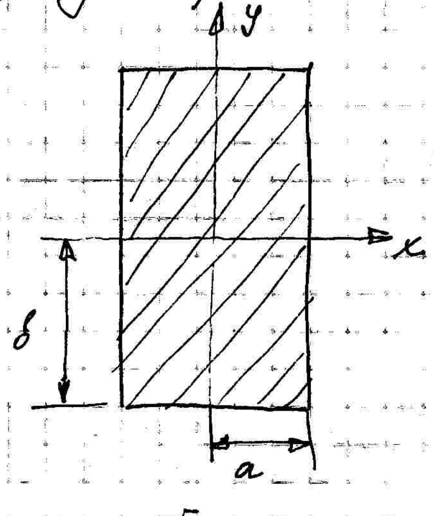
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ – лапласиан

$$F = \int P\,dS$$

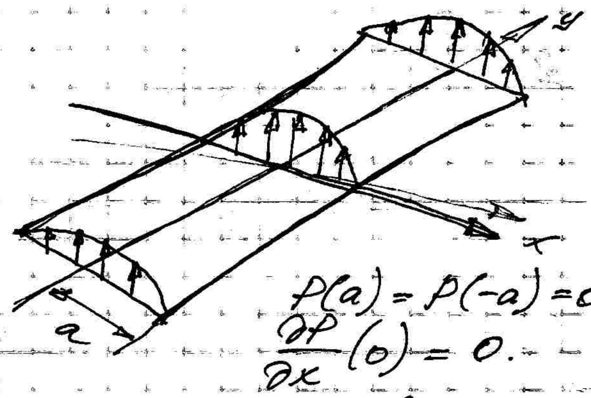
$$D = F/V$$

Все зависит от формы ЧЭ.

1) Одномерная полоса (полоса бесконечной длины).



Давление изменяется только по x.
Давление рассм-ся $P - P_{атм}$.
$a < b$.



$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = -\frac{12\mu V}{d^3}$$

$$P = -\frac{12\mu V}{d^3}\frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2$$

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = \frac{6\mu V a^2}{d^3}$$

$$P = \frac{6\mu V}{d^3}\left[a^2 - x^2\right].$$

$$P(a) = P(-a) = 0.$$

$$\frac{\partial P}{\partial x}(0) = 0.$$

$$F = \int P\,dS = 4\int_0^a P b\,dx =$$

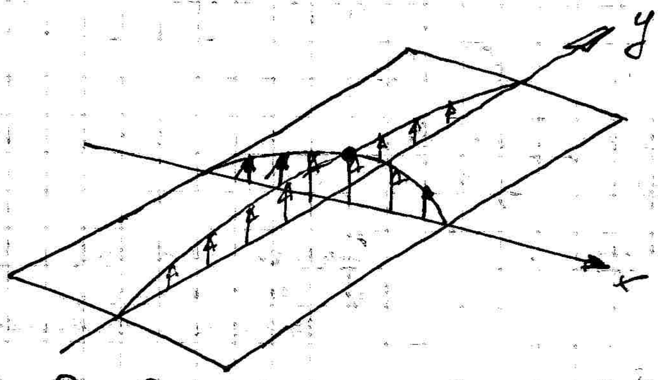
$$= 4\int_0^a \frac{6\mu V}{d^3}\left[a^2 - x^2\right] b\,dx =$$

$$= 4\frac{6\mu V}{d^3}\left[a^2 x - \frac{x^3}{3}\right]\Big|_0^a \cdot b = \frac{16\mu V}{d^3} a^3 b.$$

$$D = \frac{F}{V} = \frac{16\mu}{d^3} a^3 b$$

② Двумерная пластина.

~~Давление меняется~~ и по ~~а и по~~ в x и по y.
$a<b$. Рассм-ся $P-P_{атм}$.



$$\begin{cases} P(a,y)=0 \\ P(-a,y)=0 \\ P(x,b)=0 \\ P(x,-b)=0. \\ \frac{\partial P}{\partial x}(a,y)=0 \\ \frac{\partial P}{\partial y}(x,0)=0 \end{cases}$$

$P=P_n+P_n$

$$\frac{\partial^2 P_n}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 P_n}{\partial x^2}+\cancel{\frac{\partial^2 P_n}{\partial y^2}}+\frac{\partial^2 P_n}{\partial y^2}=-\frac{12\mu V}{d^3}$$

$\to 0$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 P_n}{\partial x^2}=-\frac{12\mu V}{d^3} \\ \frac{\partial^2 P_n}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 P_n}{\partial y^2}=0 \end{cases}$$

Для такого случая д.б. $P_n(x,-b)=-P_n$
$P_n(x,b)=-P_n$
Чтобы выполнить $P(x,-b)=P(x,b)=0$.

$$P_n=\frac{6\mu V}{d^3}(a^2-x^2)$$

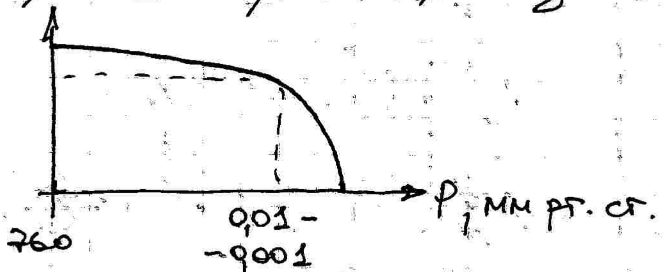
$$P_n=\frac{2}{a}\sum_n^{\infty}\left[ch\frac{2n-1}{2a}\pi y\left(\int P_n\cos\frac{2n-1}{2a}\pi x\,dx\right)\frac{\cos\frac{2n-1}{2a}\pi x}{ch\frac{2n-1}{2a}\pi b}\right].$$

$$D=\frac{4}{V}\int_0^a\int_0^b(P_n+P_n)\,dx\,dy.$$

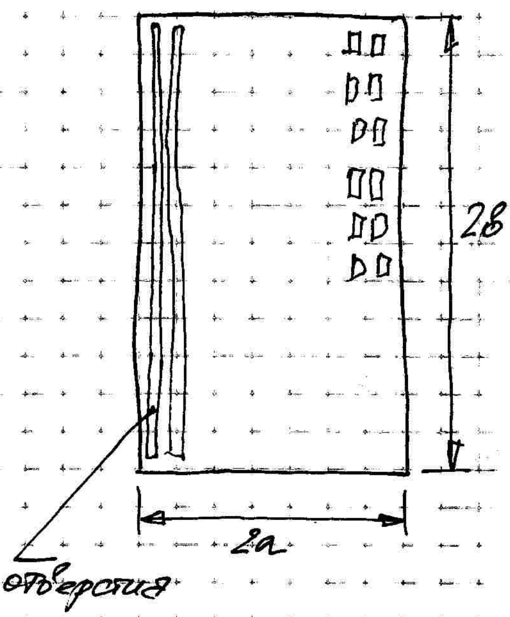
$$D=-\frac{1536\mu}{\pi^4 d^3}a^3\sum_n^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^4}\left[\frac{th\frac{2n-1}{2a}\pi b}{\frac{2n-1}{2a}\pi}-b\right].$$ Вполне можно ограничиться $n=1$.

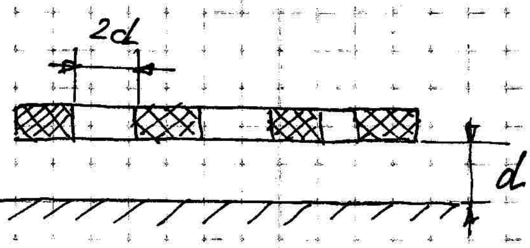
Способы снижения демпфирования:

1). Вакуумирование.
При 1 мм рт. ст. D снизится в неск. раз. :(((



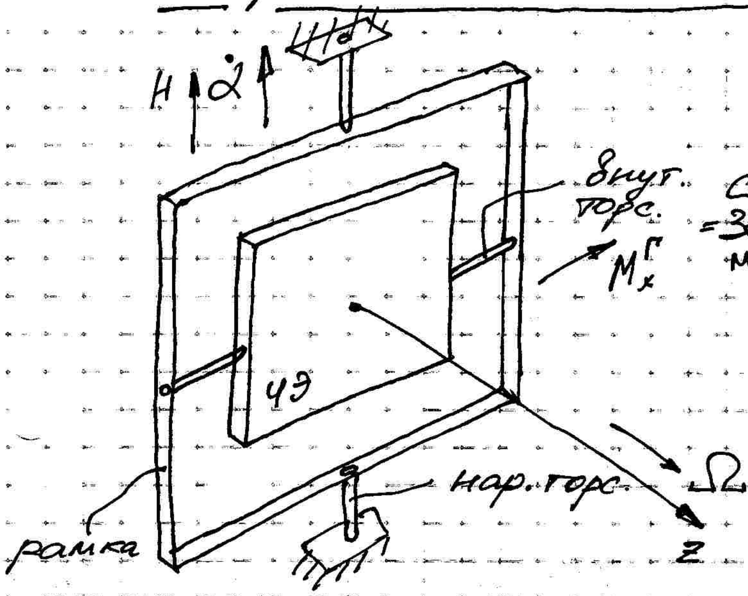
2) Уменьшение a.

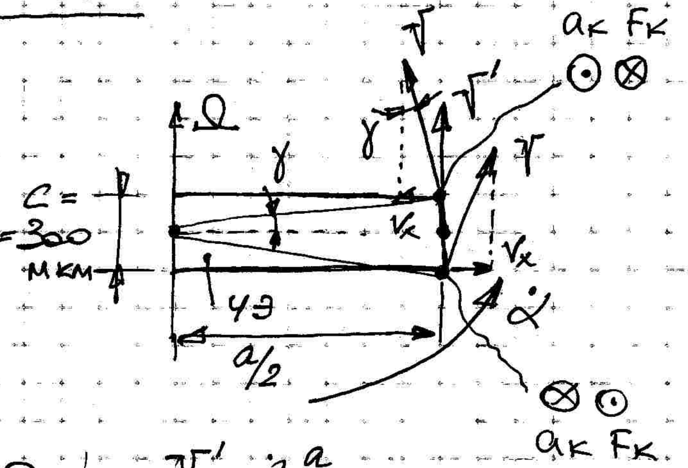




Зазор 2d делается, чтобы впрямую пользоваться выше приведённой формулой.

Гироскоп R-R типа.





$$V' = \dot\alpha \frac{a}{2}$$

$$V_x = V \sin\gamma$$

$$\sin\gamma = \frac{c}{2\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{c^2}{4}}}$$

$$V = \dot\alpha\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{c^2}{4}}$$

$$V_x = \dot\alpha\frac{c}{2}.$$

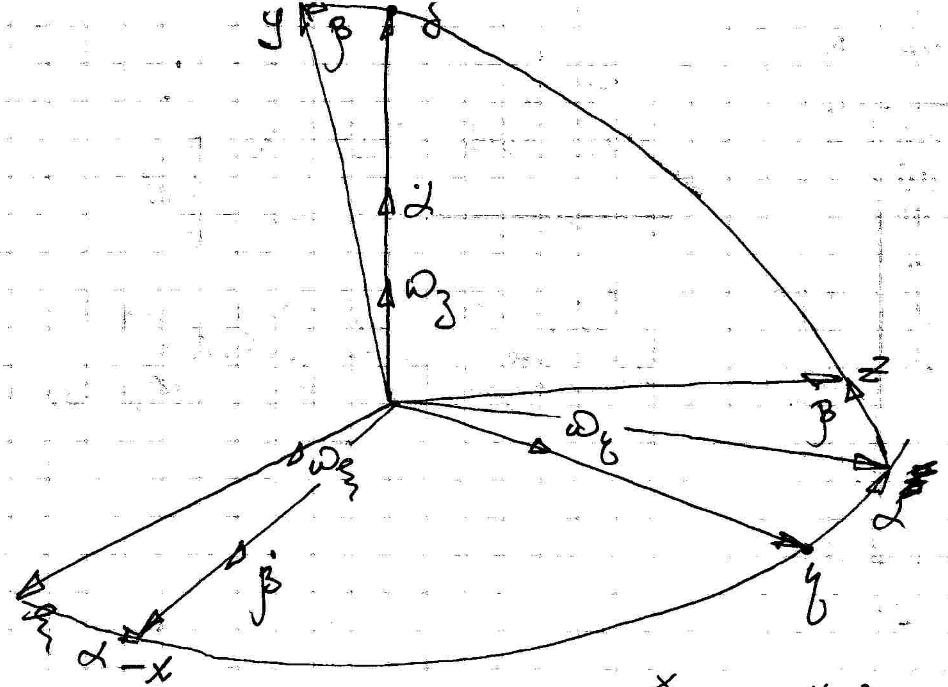
$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t).$$

$$a_K = 2\Omega V_x = \Omega\dot\alpha c$$

Условно $F_K = m\Omega\dot\alpha c$

$$M = m\Omega\dot\alpha c^2$$

Гир. момент зависит только от C, т.е. гироскоп очень низкой чувствит-ти.



Необобщ. ур-е Эйлера: $A\dot\Omega_x - (B-C)\Omega_y\Omega_z = M_x^B$

$\Omega_x = -\dot\beta - \omega_\xi\cos\alpha - \omega_\eta\sin\alpha$

$\Omega_y = (\dot\alpha + \omega_\zeta)\cos\beta - \omega_\eta\cos\alpha\sin\beta + \omega_\xi\sin\alpha\sin\beta$

$\Omega_z = (\dot\alpha + \omega_\zeta)\sin\beta + \omega_\eta\cos\alpha\cos\beta - \omega_\xi\sin\alpha\cos\beta$

$\dot\Omega_x = -\ddot\beta - \dot\omega_\xi\cos\alpha + \omega_\xi\dot\alpha\sin\alpha - \dot\omega_\eta\sin\alpha - \omega_\eta\dot\alpha\cos\alpha$

Для малых α и β:

$\dot\Omega_x = \ddot\beta - \dot\omega_\xi + \omega_\xi\dot\alpha\alpha - \dot\omega_\eta\alpha - \omega_\eta\dot\alpha$

$\Omega_y = \dot\alpha + \omega_\zeta - \omega_\eta\beta + \omega_\xi\alpha\beta$

$\Omega_z = (\dot\alpha + \omega_\zeta)\beta + \omega_\eta - \omega_\xi\alpha$

$A(-\ddot\beta - \dot\omega_\xi - \dot\omega_\eta\alpha + \omega_\xi\alpha\dot\alpha - \omega_\eta\dot\alpha) - (B-C)\left[(\dot\alpha + \omega_\zeta)^2\beta - (\omega_\eta - \omega_\xi\alpha)^2\beta + (\dot\alpha + \omega_\zeta)(\omega_\eta - \omega_\xi\alpha)\right] = M_x^B$

$M_x^B = M_x^{ДМ} + D_\beta\dot\beta + K_\beta\beta.$

$A\ddot\beta + D_\beta\dot\beta + \left[K_\beta + (B-C)\dot\alpha^2\right]\beta = -\underbrace{(A+B-C)}_{\sim C^2\ (\text{толщ. ЧЭ})}(\omega_\eta - \omega_\xi\alpha)\dot\alpha - A(\dot\omega_\xi + \dot\omega_\eta\alpha).$

то, что измеряем