

## Домашнее задание по курсу “Трехосный гиросtabilизатор”

Данные: Вариант 7

$$A = 1000$$

$$B = 10$$

$$H = 10^4$$

$$\frac{\mu_\alpha}{A} = \frac{\mu_\beta}{B} = 1$$

$$M = 1000$$

$$\alpha_{cm} = 2'' = 2 * \frac{\pi}{180 * 60 * 60} = 9,7 * 10^{-6} \approx 10^{-5}$$

$$\omega_+ \geq 20\omega_0$$

### 1. Записать уравнения движения ТГС с учетом перекрестных связей через ДУ прецессии и вязкого трения в осях прецессии гироскопа.

Уравнения собственного движения ТГС для общего случая расположения гироскопов на стабилизированной площадке в предположении абсолютной жесткости элементов конструкции, неподвижности основания и малости углов стабилизации и прецессии.

$$\begin{cases} A_i \ddot{\alpha}_i + f_i \dot{\alpha}_i - H_i \dot{\beta}_i - \mu_i \dot{\varepsilon}_i \cos \varphi_j + \mu_k \dot{\varepsilon}_i \sin \varphi_k - k_i(D) \varepsilon_i = 0 \\ B_i \ddot{\mu}_i + \mu_i \dot{\varepsilon}_i + H_i \dot{\alpha}_i = 0 \\ \varepsilon_i = \beta_i + \alpha_j \sin \varphi_i - \alpha_k \cos \varphi_i \\ i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 1; k = 3, 1, 2 \end{cases}$$

Обозначения в этих уравнениях

$\alpha_i, \beta_i$  - абсолютные углы стабилизации и прецессии  $i$ -го канала стабилизации

$A_i, f_i$  - приведенные моменты инерции платформы и коэффициенты вязкого трения относительно  $i$ -х осей стабилизации

$B_i, \mu_i$  - приведенные моменты инерции гироскопов и коэффициенты вязкого трения относительно  $i$ -х осей прецессии

$H_i$  - кинетические моменты гироскопов

$K_i(D)$  - передаточные функции цепей стабилизации одноосных каналов

$\varepsilon_i$  - относительные углы прецессии  $i$ -х гироскопов

$\varphi_i$  - углы разворота гироскопов относительно  $i$ -х осей стабилизации

**2. Пренебрегая перекрестными связями, осуществить синтез цепи стабилизации одного из каналов с заданной полосой пропускания  $\omega_x$ , при условии  $f(\varepsilon_i) = \varepsilon_i$ . Построить ЛЧХ разомкнутой цепи. Записать переходной процесс. Построить ЛЧХ замкнутой системы.**

Если пренебречь перекрестными связями, то уравнения движения имеют следующий вид

$$\begin{cases} A\ddot{\alpha} + \mu_\alpha \dot{\alpha} - H\dot{\beta} - K_{cm}\beta = M_\alpha \\ B\ddot{\beta} + \mu_\beta \dot{\beta} + H\dot{\alpha} = M_\beta \end{cases}$$

Преобразуем по Лапласу

$$\begin{cases} AS^2\alpha + \mu_\alpha S\alpha - HS\beta - K\beta = M_\alpha \\ BS^2\beta + \mu_\beta S\beta + HS\alpha = M_\beta \end{cases}$$

В матричной форме

$$\begin{pmatrix} AS^2 + \mu_\alpha S & -HS - K \\ HS & BS^2 + \mu_\beta S \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_\alpha \\ M_\beta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AS^2 + \mu_\alpha S & -HS - K \\ HS & BS^2 + \mu_\beta S \end{pmatrix}^{-1} * \begin{pmatrix} M_\alpha \\ M_\beta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta(S)} \begin{pmatrix} BS^2 + \mu_\beta S & HS + K \\ -HS & AS^2 + \mu_\alpha S \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} M_\alpha \\ M_\beta \end{pmatrix}$$

Пишем в общем случае

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_\alpha^\alpha(S) & W_\beta^\alpha(S) \\ W_\alpha^\beta(S) & W_\beta^\beta(S) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} M_\alpha \\ M_\beta \end{pmatrix}$$

$$\Delta(S) = (AS^2 + \mu_\alpha S)(BS^2 + \mu_\beta S) + HS(HS + K) = S[ABS^3 + (A\mu_\beta + B\mu_\alpha)S^2 + \mu_\alpha\mu_\beta S + H(HS + K)]$$

Тогда

$$W_{\alpha}^{\alpha}(S) = \frac{BS + \mu_{\beta}}{ABS^3 + (A\mu_{\beta} + B\mu_{\alpha})S^2 + \mu_{\alpha}\mu_{\beta}S + H(HS + K)}$$

$$\alpha(S) = W_{\alpha}^{\alpha}(S) * M_{\alpha}(S) = \frac{BS + \mu_{\beta}}{ABS^3 + (A\mu_{\beta} + B\mu_{\alpha})S^2 + \mu_{\alpha}\mu_{\beta}S + H(HS + K)} * \frac{M_{\alpha}}{S}$$

$$W_{\alpha}^{\beta}(S) = \frac{-H}{ABS^3 + (A\mu_{\beta} + B\mu_{\alpha})S^2 + \mu_{\alpha}\mu_{\beta}S + H(HS + K)}$$

$$\beta(S) = W_{\alpha}^{\beta}(S) * M_{\alpha}(S) = \frac{-H}{ABS^3 + (A\mu_{\beta} + B\mu_{\alpha})S^2 + \mu_{\alpha}\mu_{\beta}S + H(HS + K)} * \frac{M_{\alpha}}{S}$$

Найдем формулы для статических ошибок по 2 каналам

$$a^* = \alpha(\infty) = \lim_{S \rightarrow 0} a(S) * S = \frac{\mu_{\beta} * M_{\alpha}}{K * H}$$

$$\beta^* = \beta(\infty) = \lim_{S \rightarrow 0} \beta(S) * S = \frac{M_{\alpha}}{K}$$

Составим структурную схему для расчета устойчивости ГИЛУ

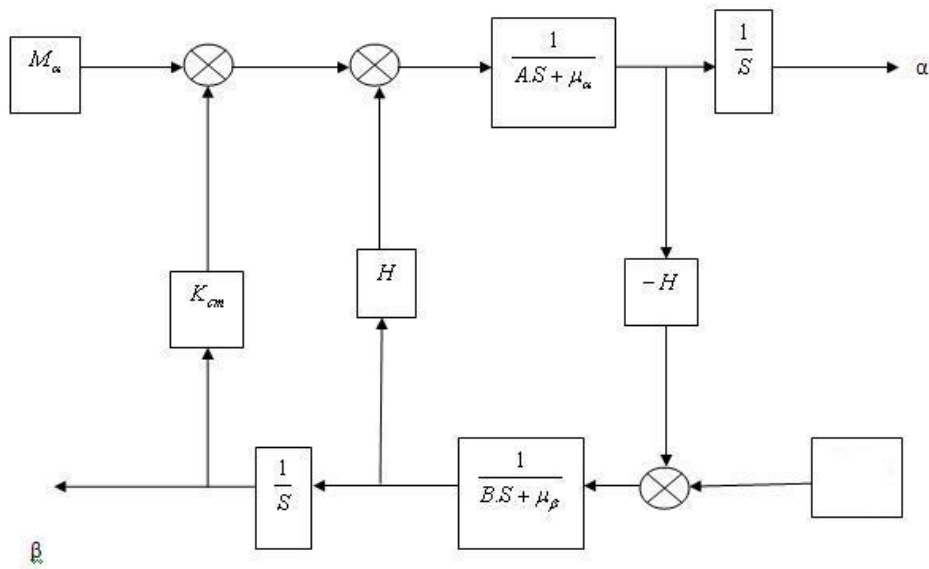


Рис 1

$$W_o(S) = \frac{-H}{1 + \frac{(AS + \mu_\alpha)(BS + \mu_\beta)}{H^2}} * \frac{1}{S} = \frac{-H}{(AS + \mu_\alpha)(BS + \mu_\beta) + H^2} * \frac{1}{S}$$

$$= \frac{-H}{S[ABS^2 + (A\mu_\beta + B\mu_\alpha)S + \mu_\alpha\mu_\beta + H^2]} = \frac{-H}{S[\frac{AB}{\mu_\alpha\mu_\beta + H^2}S^2 + \frac{A\mu_\beta + B\mu_\alpha}{\mu_\alpha\mu_\beta + H^2}S + 1]}$$

$$= \frac{K_o}{S(T_0^2S^2 + 2\xi_0T_0S + 1)}$$

$$K_o = \frac{-H}{(\mu_\alpha\mu_\beta + H^2)}$$

Где  $T_0^2 = \frac{AB}{\mu_\alpha\mu_\beta + H^2}$

$$2\xi_0T_0 = \frac{A\mu_\beta + B\mu_\alpha}{\mu_\alpha\mu_\beta + H^2}$$

Найдем значение  $K_{cm}$

$$K_{cm} = \frac{\mu_\beta * M}{H * \alpha_{cm}} = \frac{10 * 10^3}{10^4 * 10^{-5}} = 10^5$$

В среде Simulink реализуем структурную схему системы

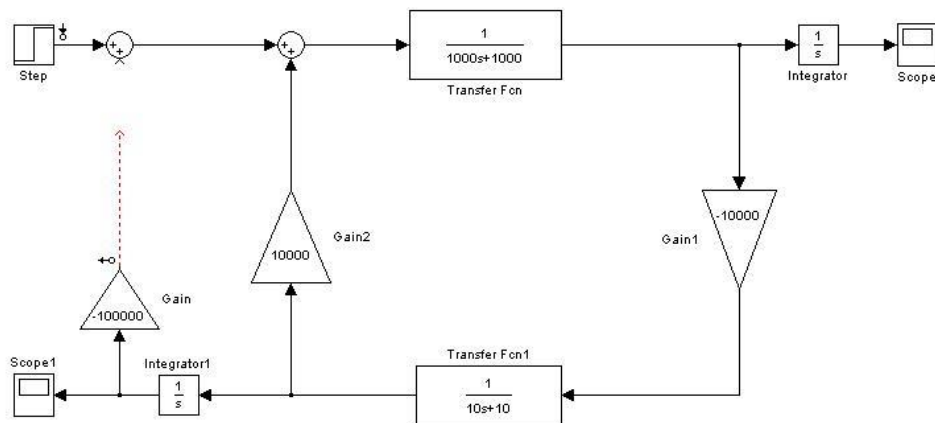


Рис 2

Построим ЛАФЧХ для разомкнутой системы и получим следующие графики

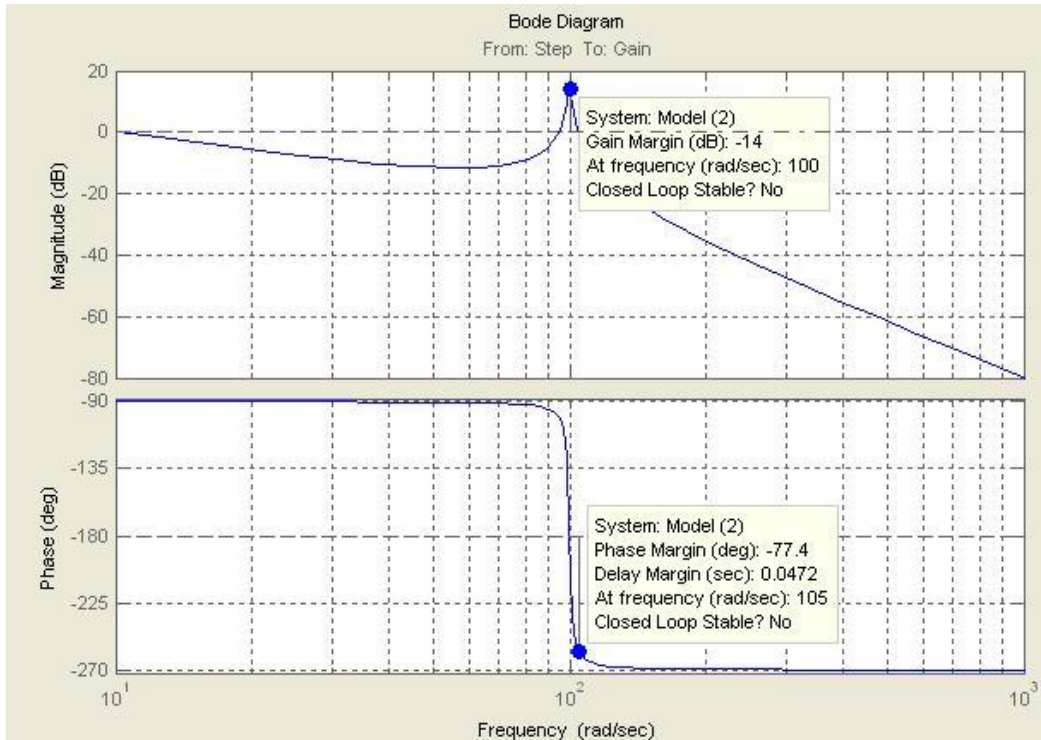


Рис 3

Из графиков видно что система не устойчива . для того чтобы она была устойчивой нужно ввести в схему корректирующее звено типа  $\left(\frac{T_2 S + 1}{T_1 S + 1}\right)^2$

Выбираем  $T_1 = 10^{-4}$   
 $T_2 = 10^{-1}$

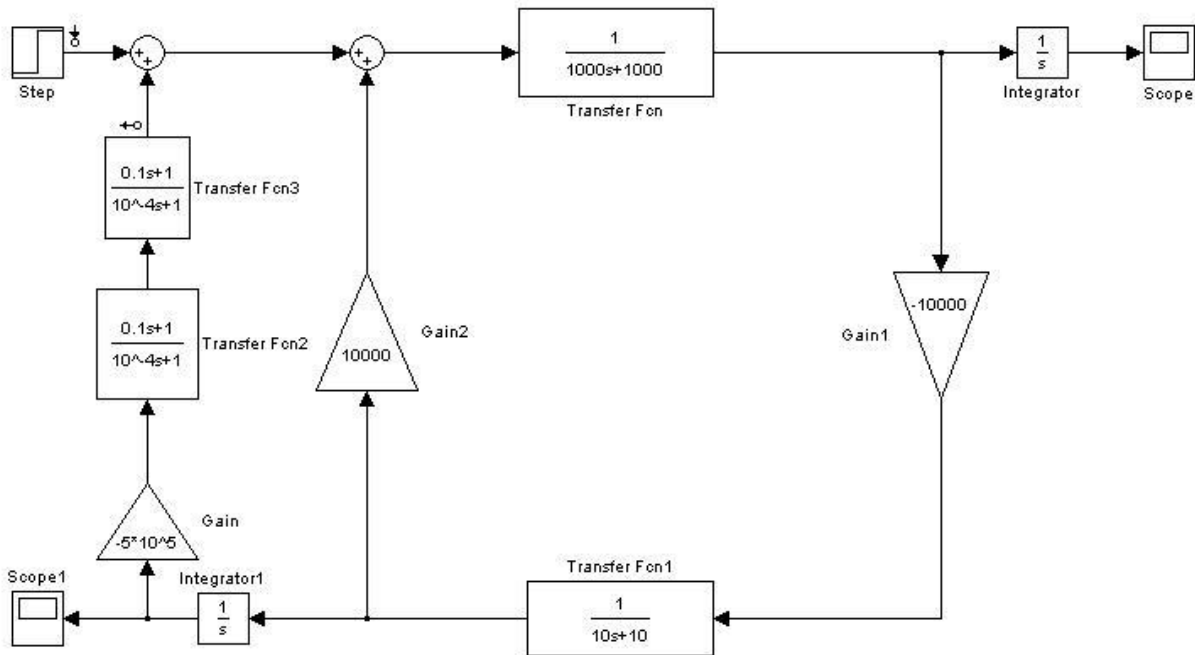


Рис 4

### ЛАЧХ разомкнутой цепи

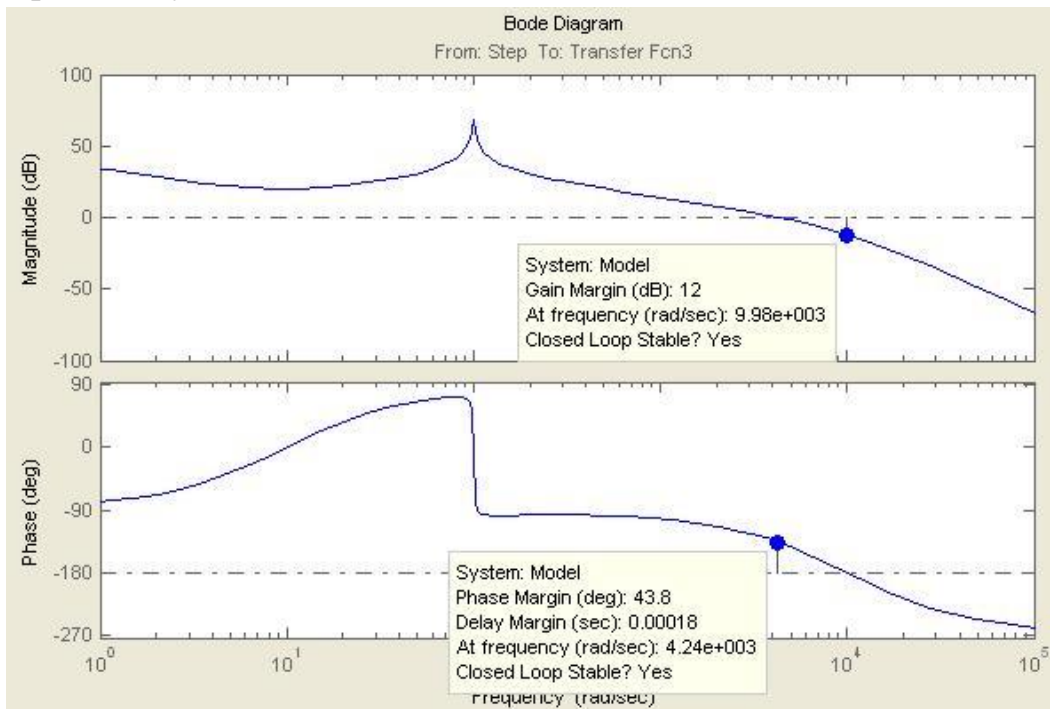


Рис 5

Скорректируемая система устойчива с следующими параметрами

$$\Delta L = 12 \text{ dB}$$

$$\Delta \varphi = 43,8^\circ$$

Переходный процесс

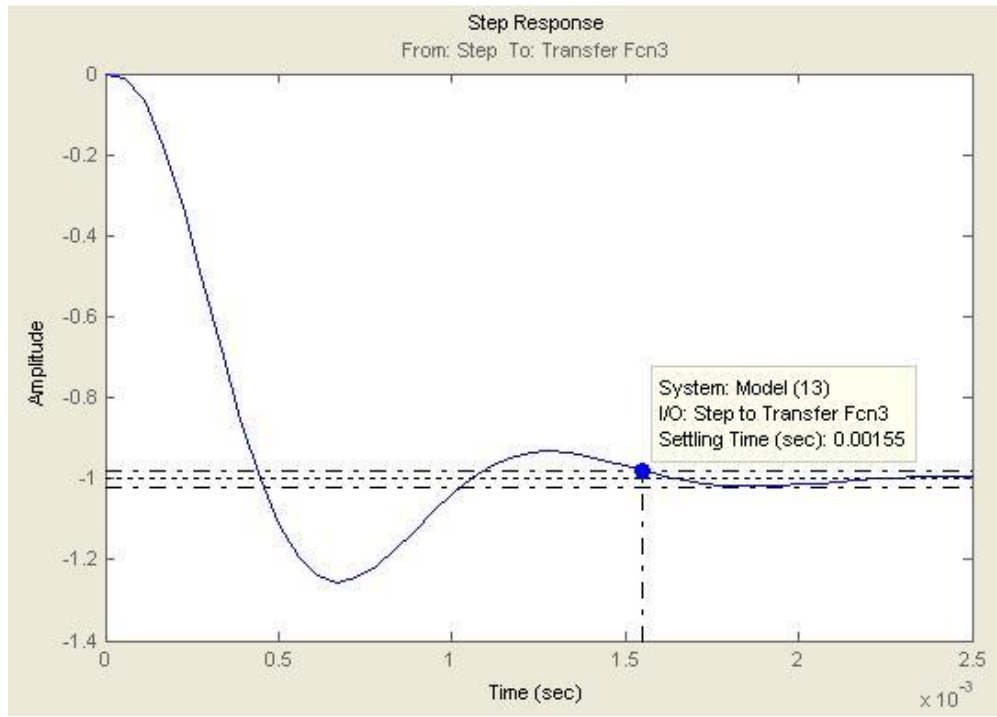


Рис 6

Проанализировать влияние нелинейности  $\phi(\varepsilon)$  в цепи стабилизации на устойчивость ОГС

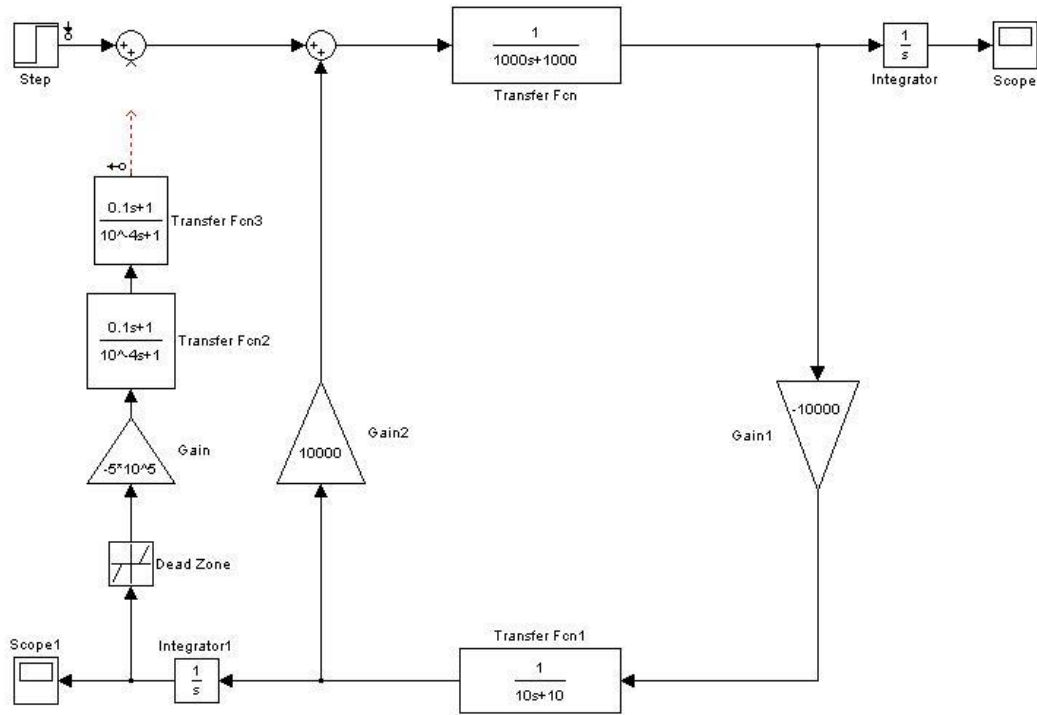


Рис 7

## ЛАЧХ разомкнутой системы

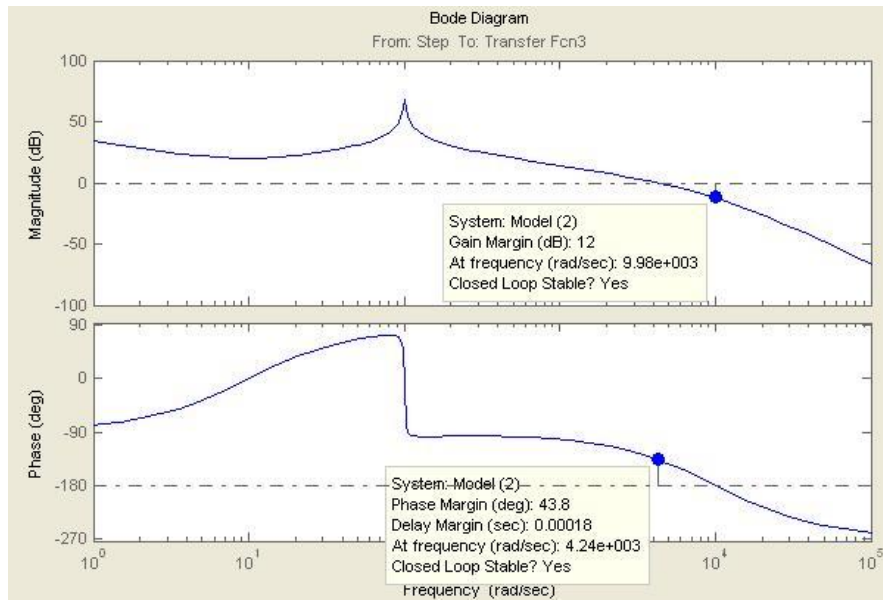


Рис 8

## Преходной процесс



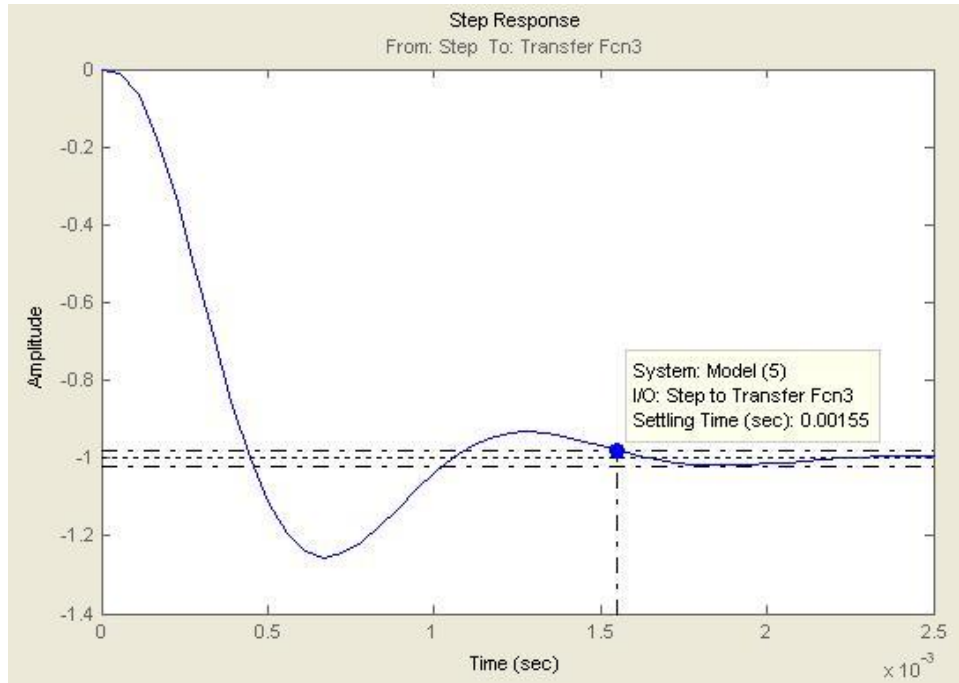


Рис 9

**3. Проанализировать устойчивость трехканальной системы с выбранными параметрами цепи стабилизации ОГС. Записать переходный процесс трехосного гиросtabilизатора. Вычислить корни характеристического уравнения ТГС.**

Если  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0, \varphi_3 = \frac{\pi}{2}$

$$\varepsilon_i = \beta_i + \alpha_j \sin \varphi_i - \alpha_k \cos \varphi_i$$

Тогда

$$\varepsilon_1 = \beta_1 - \alpha_3$$

$$\varepsilon_2 = \beta_2 - \alpha_1$$

$$\varepsilon_3 = \beta_3 + \alpha_1$$

По условию задачи  $\varepsilon_+ \geq 20\omega_0$ , следовательно имеем дело с широкополосной системой, значит 2 канала связаны через ДУ прецессии

Уравнения движения

$$\begin{cases} A_i \ddot{\alpha}_i + \mu_{ai} \dot{\alpha}_i - H \dot{\beta}_i - K(p) \varepsilon_i = M_{ai} \\ B_i \ddot{\beta}_i + \mu_{\beta i} \dot{\varepsilon}_i + H \dot{\alpha}_i = 0 \end{cases}$$

$$\alpha_i = -\frac{B_i}{H} \beta_i p$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -\frac{B_1}{H} \beta_1 p \\ \alpha_2 = -\frac{B_2}{H} \beta_2 p \\ \alpha_3 = -\frac{B_3}{H} \beta_3 p \end{cases}$$

Подставим  $\alpha_i$  в выражения  $\varepsilon$  получаем

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \beta_1 + \frac{B}{H} \beta_3 p \\ \varepsilon_2 = \beta_2 - \frac{B}{H} \beta_1 p \\ \varepsilon_3 = \beta_3 + \frac{B}{H} \beta_1 p \end{cases}$$

Построим структурную схему

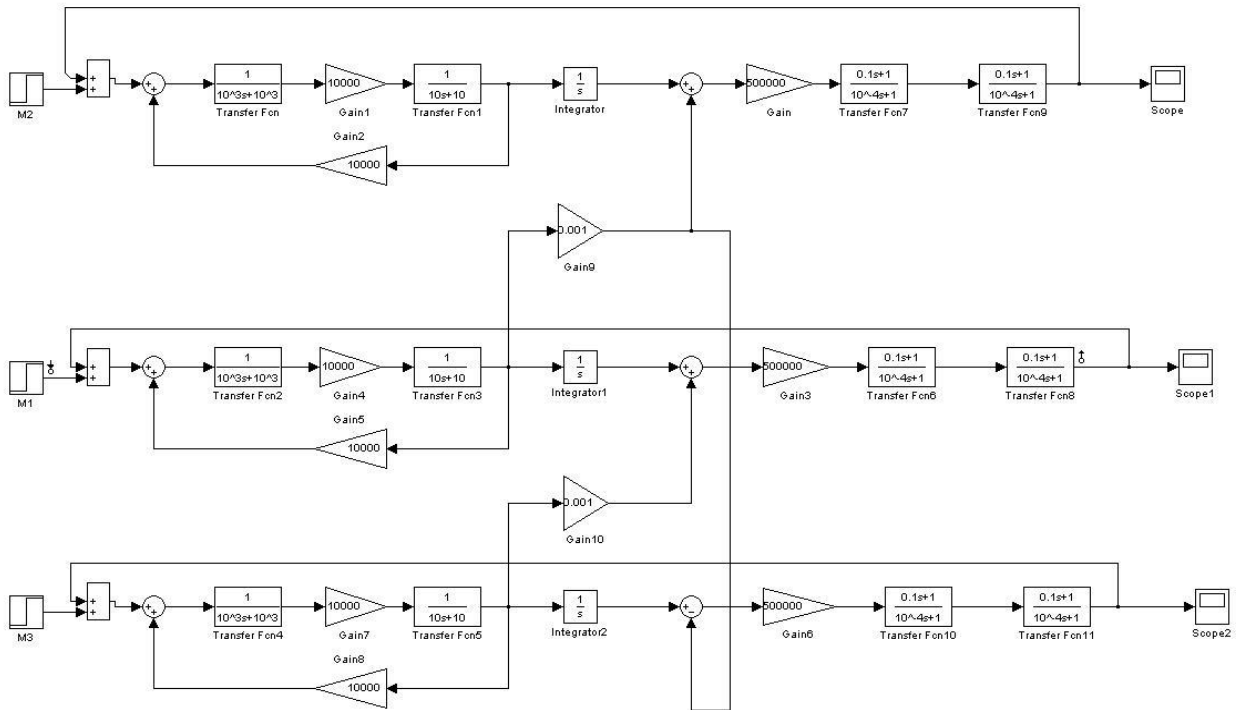


Рис 10

ЛАФЧХ разомкнутого канала «X»:

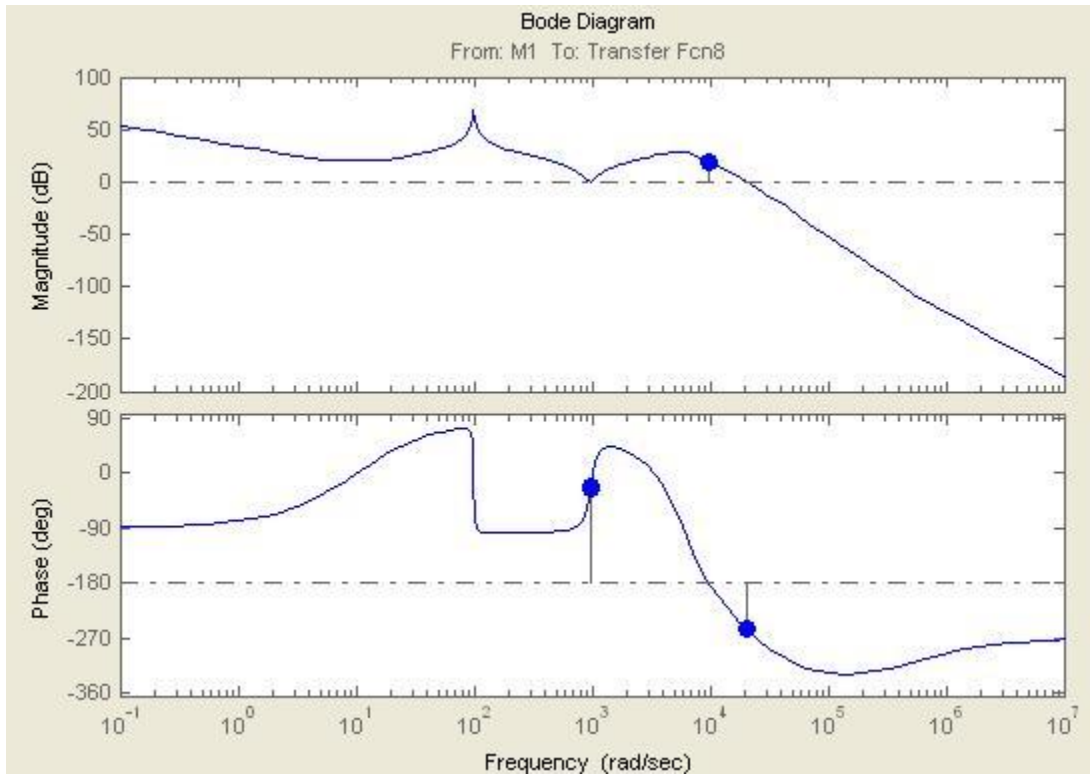


Рис 11

Годограф Найквиста в разомкнутом канале «X»:

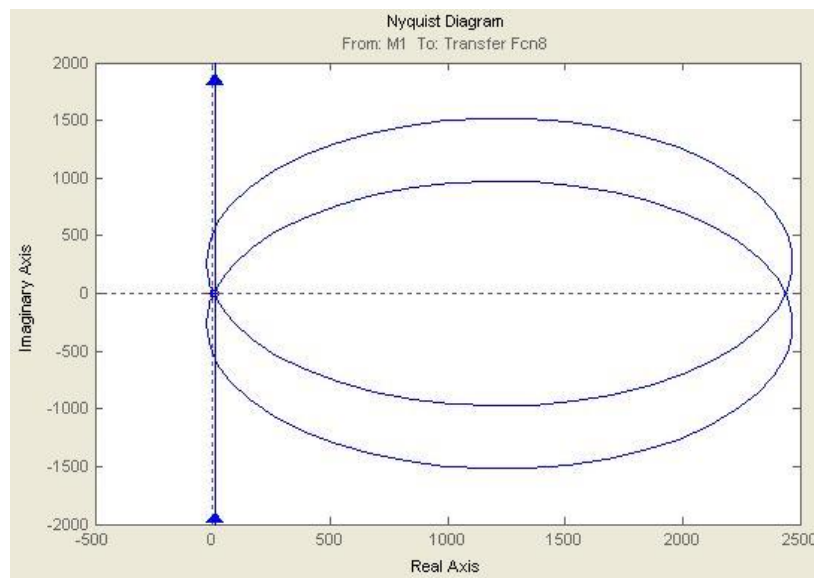


Рис 12

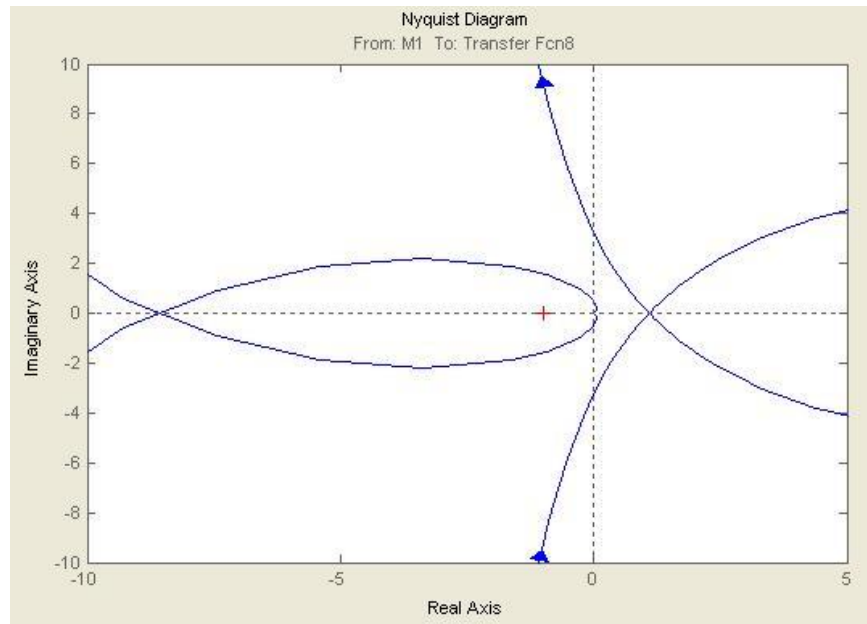


Рис 13

Преходной процесс по каналу X

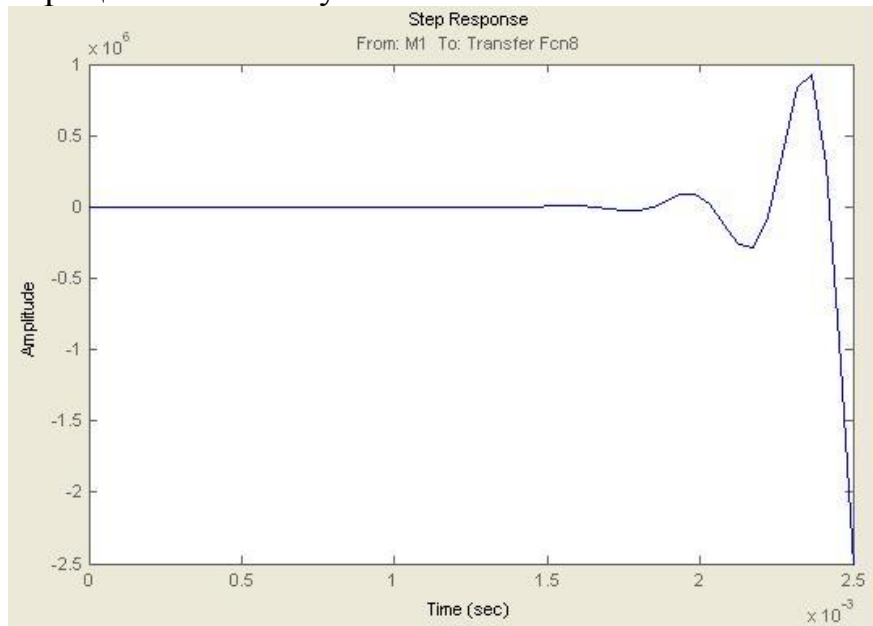


Рис 14

ЛАФЧХ разомкнутого канала «Y»:

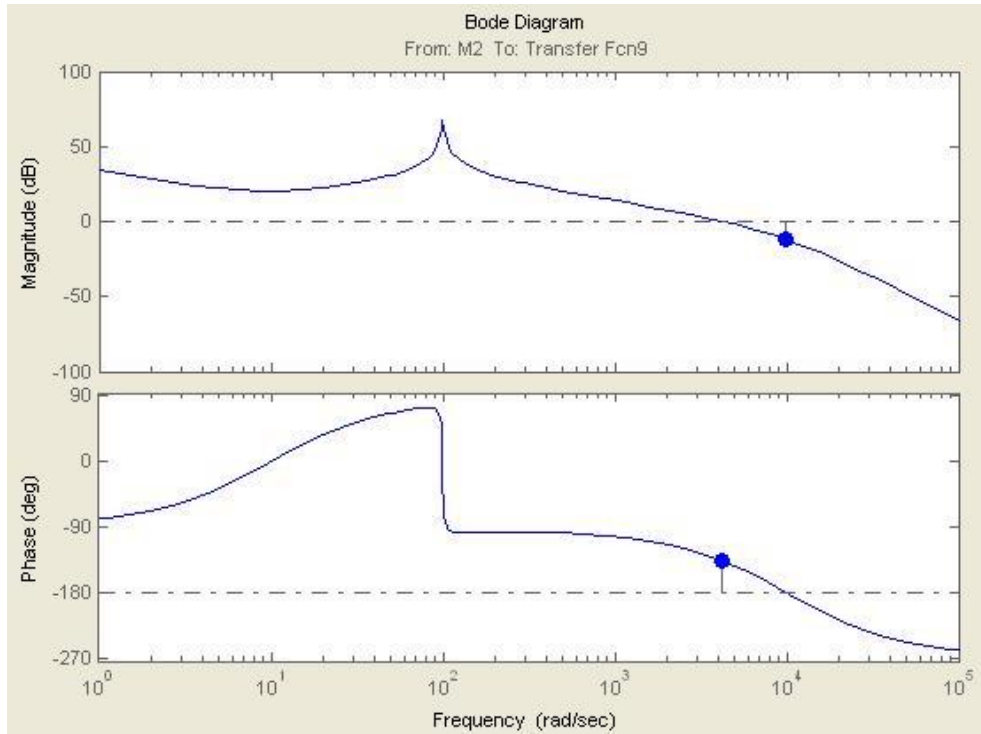


Рис 15

Годограф Найквиста разомкнутого канала «У»:

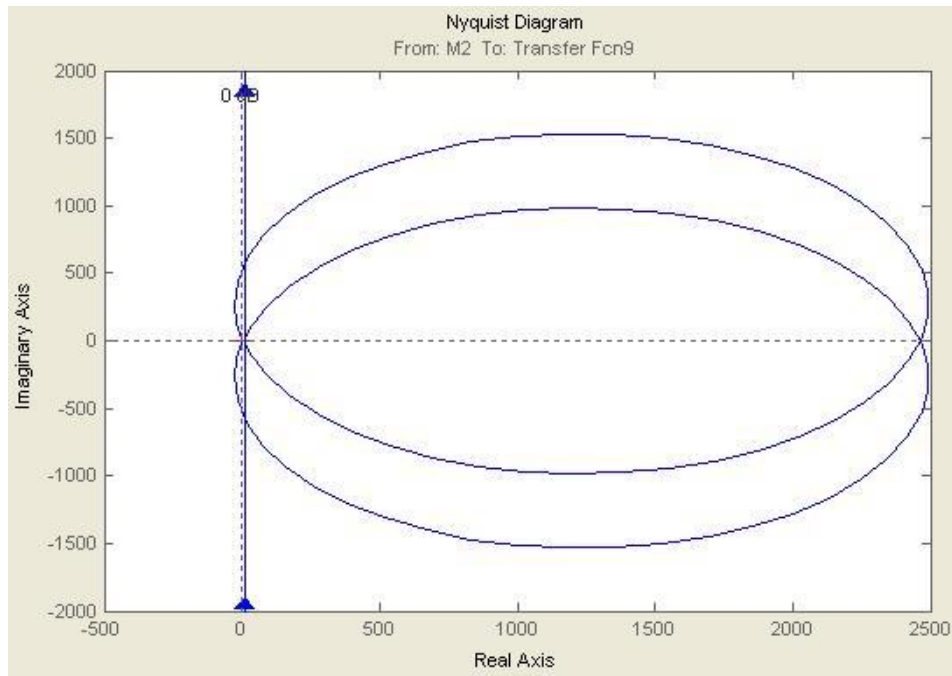


Рис 16

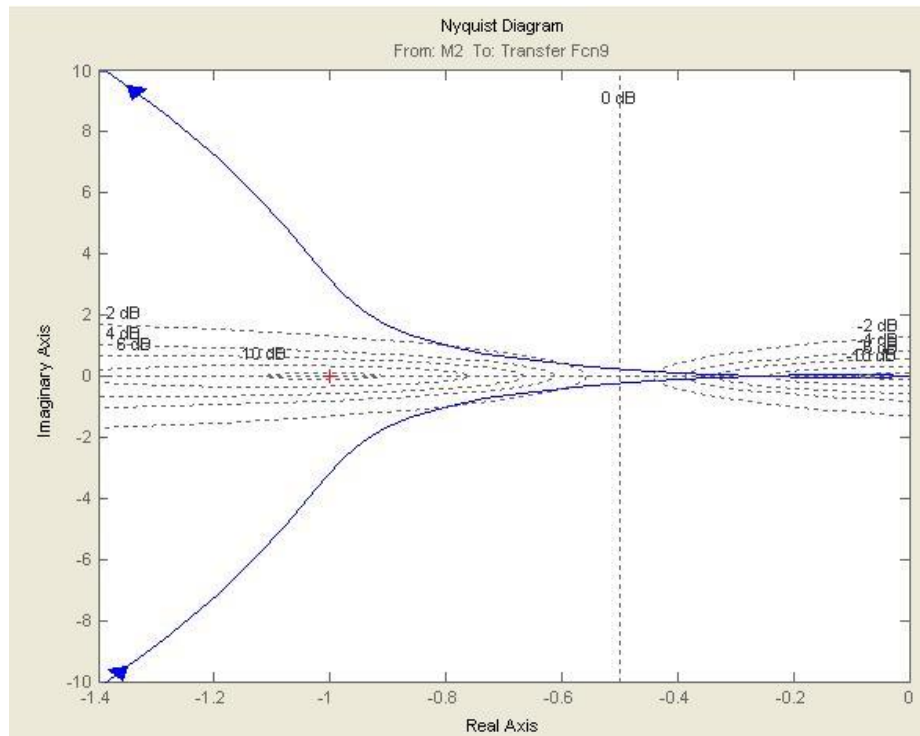


Рис 17

Преходной процесс по каналу Y

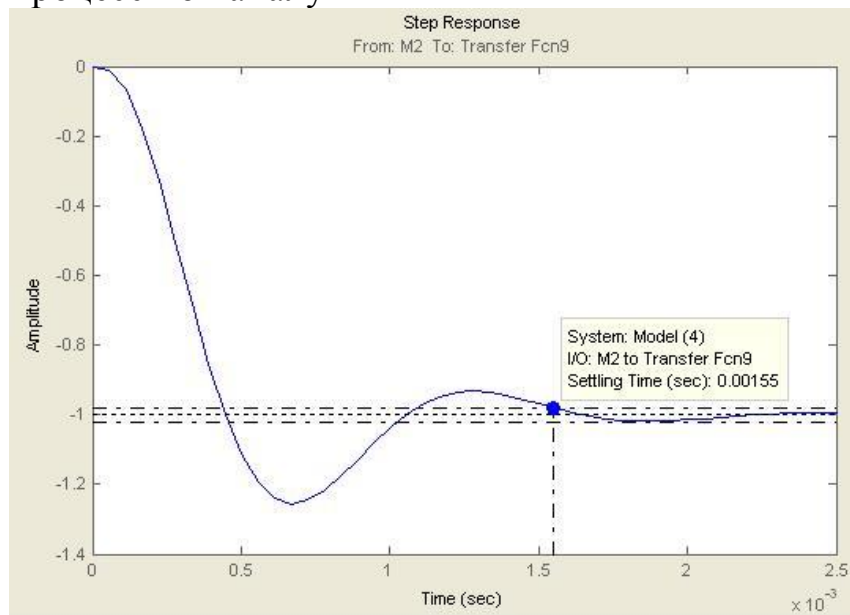


Рис 18

ЛАФЧХ разомкнутого канала «Z»:

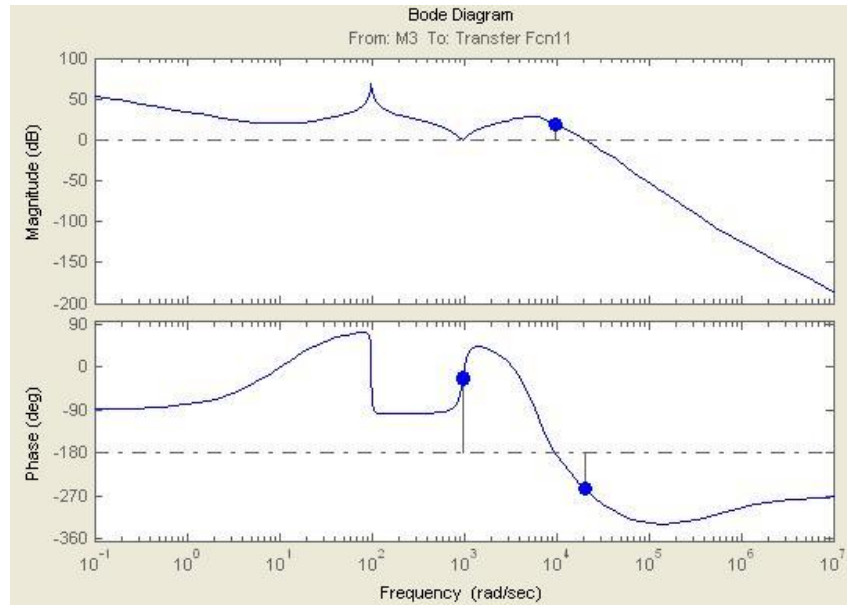


Рис 19

Годограф Найквиста разомкнутого канала «Z»:

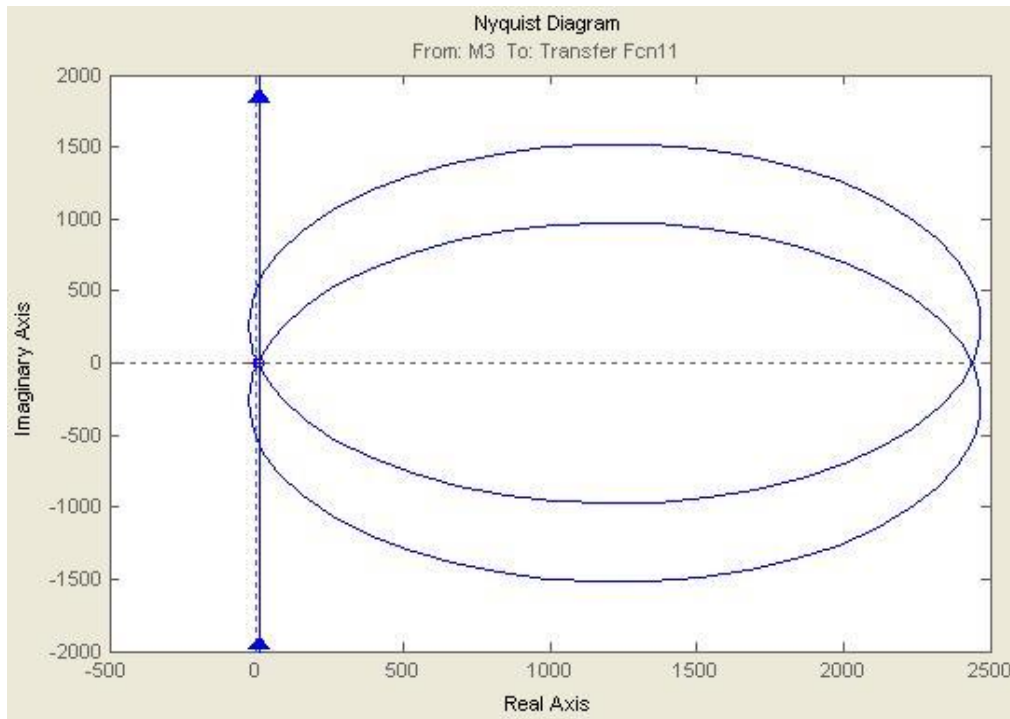


Рис 20

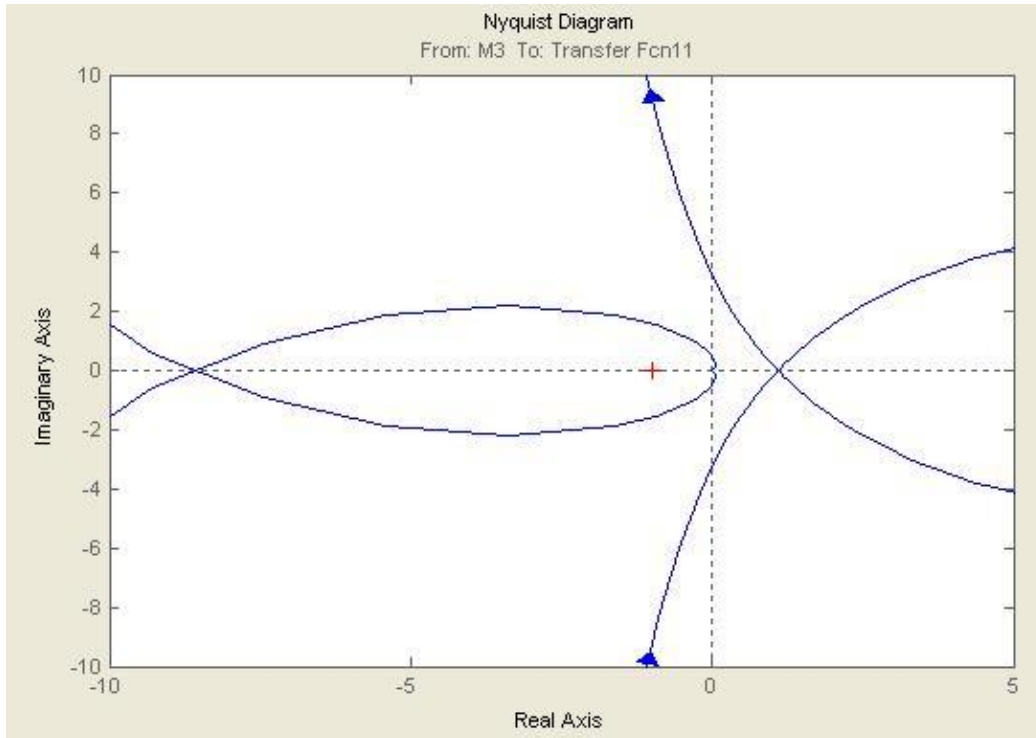


Рис 21

Переходной процесс по каналу Z

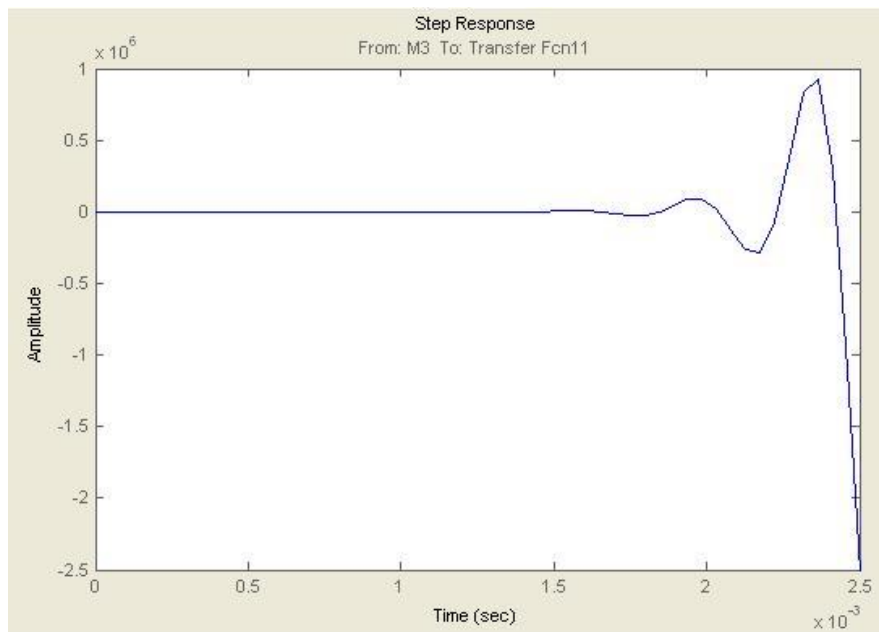


Рис 22



## Корни характеристического уравнения ТГС

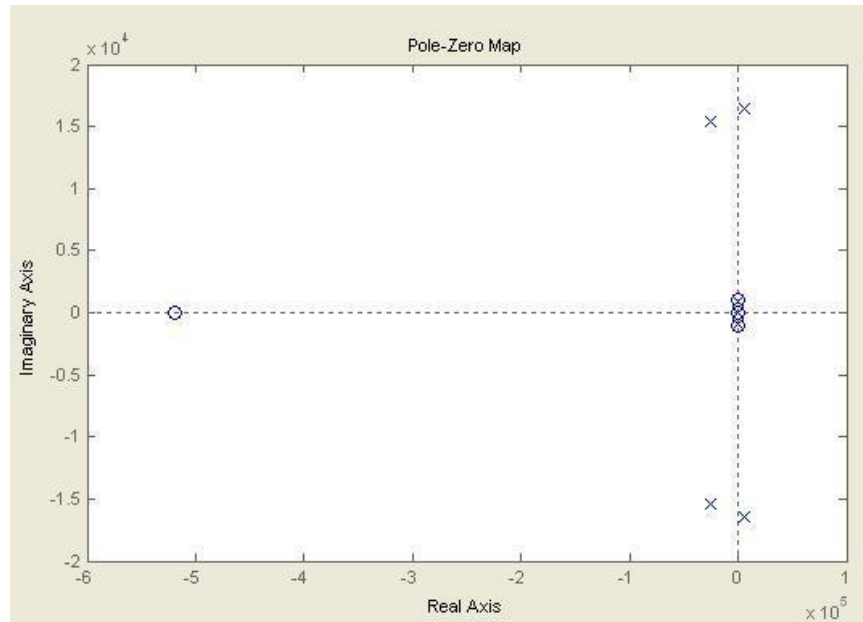


Рис 23

## 4. Проанализировать влияние нелинейности $\phi(\varepsilon)$ в цепи стабилизации на устойчивость ТГС

Канал X

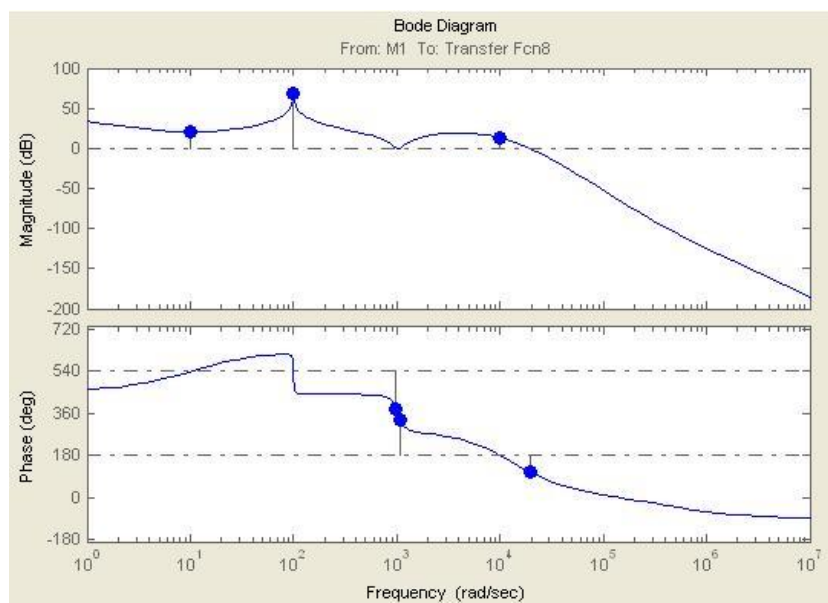


Рис 24

Канал У

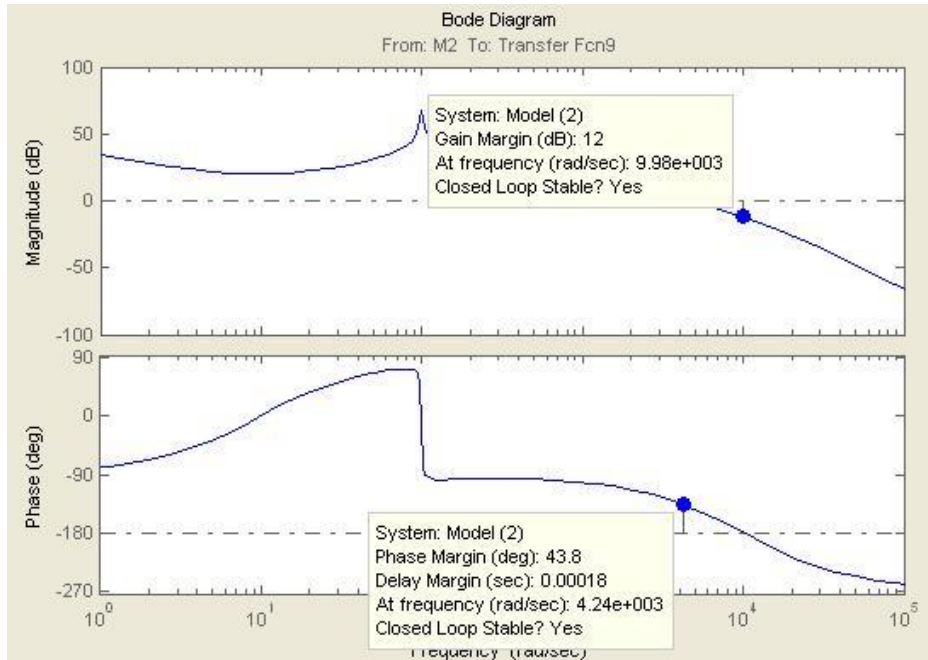


Рис 25

Канал Z

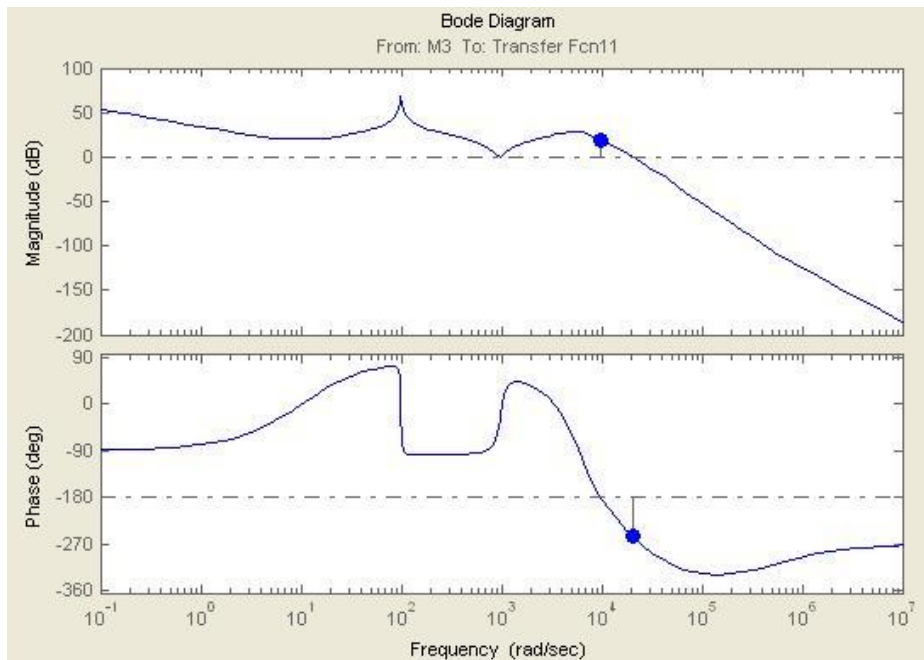


Рис 26