Баранов А. М., Осипов Е. В.

СИНТЕЗ ФИЛЬТРА КАЛМАНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MATLAB

Работа выполнена под руководством к.т.н., доц. Артемовой С. В.

ТГТУ, Кафедра «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем»

В настоящее время актуальна задача оптимального управления энергоемкими объектами. Существует множество подходов к решению задач такого рода - это применение различных систем оптимального управления (СОУ) с использованием простых, линейно-квадратичных или энергосберегающих регуляторов.

Однако, при применении различных СОУ, возникает проблема, связанная с появлением шумов измерения на выходе объекта управления, что приводит к значительному снижению эффективности системы. Решить указанную проблему позволяет применение различных фильтров. Наиболее широкое применение получил фильтр Калмана.

Для дискретного случая в общем виде предполагается заданной следующая модель объекта управления:

$$\begin{cases} x(n+1) = Ax(n) + BU + Gw \\ y_v(n) = Cx(n) + DU + Hw + v \end{cases}, \qquad (1)$$

Первое уравнение системы – уравнение состояния, второе – уравнение наблюдений, где x – фазовая переменная, y – измеренное ее значение.

Известны входное воздействие U и возмущения на входе w и измерения v, которые являются «белым шумом» со следующими характеристиками:

$$M\{w\} = M\{v\} = 0,$$

$$M\{w(t)w^T(\tau)\} = Q_n\delta(t-\tau),$$

$$M\{v(t)v^T(\tau)\} = R_n\delta(t-\tau),$$

$$M\{v(t)w^T(\tau)\} = N_n\delta(t-\tau).$$

Синтез наблюдателя для оценивания вектора переменных состояния объекта проводится исходя из минимизации установившейся ошибки оценивания:

$$P = \lim_{t\to\infty} M\{\left(x-\bar{x}\right)\left(x-\bar{x}\right)^T\}.$$

Оптимальным решением является фильтр Калмана описываемый уравнениями:

$$\begin{cases} x(n+1) = Ax(n) + BU(n) + L\big(y_v(n) - Cx(n) - DU(n)\big) \\ \begin{bmatrix} x(n) \\ y(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(I-MC) \\ I-MC \end{bmatrix} x(n) + \begin{bmatrix} (I-CM)D & CM \\ -MD & M \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U(n) \\ y_v(n) \end{bmatrix}, \end{cases} \qquad (2)$$

где матрица коэффициентов обратной связей L определяется на основе решения уравнения Рикатти [*1*].

На рисунке *1* показана структурная схема СОУ с использованием фильтра Калмана.

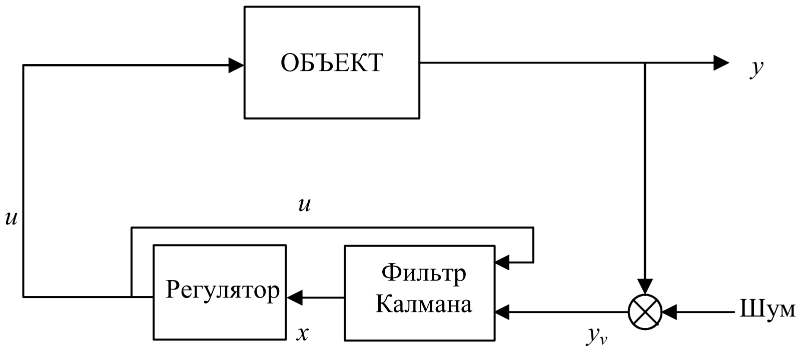

Рис.1. Структурная схема СОУ с применением фильтра Калмана

В данной статье рассматривается применение фильтра Калмана с целью обеспечения устойчивости СОУ к воздействию помех. В качестве объекта управления рассматривается технологическая установка термообработки магнитопроводов ТОМ-1.

Объект управления принадлежит классу электрических печей сопротивления, в которых электрическая энергия превращается в тепло в твердых или жидких телах при протекании через них тока.

Погрешности измерительных приборов – основные источники помех, влияющие на точность управления.

Рассмотрим процесс синтеза фильтра Калмана с использованием *MatLab*. В результате идентификации экспериментальных данных получена модель объекта в дискретном виде – двойной интегратор:

$$\begin{cases} x_1(n+1) = x_2(n) \\ x_2(n+1) = bU(n) \end{cases}.$$

Шаг дискретизации $\Delta t = 0{,}1$с.

Параметры модели следующие:

a = 1,

b = 0.2,

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \overline{B} = \begin{pmatrix} 0.003 \\ 0.06 \end{pmatrix}.$$

Значения весовых коэффициентов:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}, \; R = 1, \; N = 0.$$

Этапы синтеза фильтра Калмана на основе исходных данных следующие:

1. Задаем исходные данные (модель ДИ-звено):

a=[*0 0.1*; *0 1*],

b=[*0.003*;*0.06*],

c=[*1 0*],

q=[*1 1*;*1 7*],

r=*1*.

2. Рассчитываем матрицу коэффициентов обратной связи:

[*k,s,e*] = *dlqr*(*a,b,q,r*)

В результате расчета получаем:

$$k = \begin{pmatrix} 0{,}9081 & 2{,}9665 \end{pmatrix}, \; s = \begin{pmatrix} 22{,}6657 & 17{,}2191 \\ 17{,}2191 & 57{,}2531 \end{pmatrix},$$

$$e = \begin{pmatrix} 0{,}9618 \\ 0{,}8575 \end{pmatrix}.$$

3. Задаем исходные данные для расчета фильтра Калмана:

qn=*7* – ошибка измерения,

rn=*1* – возмущение,

nn=*0*,

sys=*ss*(*a,b,c,0,0.1*).

Синтезируем переменную *Kest* при помощи функции *Kalman*:

[*kest,L,P,M,Z*] = *kalman*(*sys,qn,rn,nn*);

Kest – *ss*-модель фильтра Калмана,

L и P – матрицы приведенного вида,

M – обновленная матрица обратной связи,

Z – ковариационная матрица оценивания ошибок в установившемся режиме.

В результате получаем:

$$a = \begin{pmatrix} 0{,}8223 & 0{,}1 \\ -0{,}1452 & 1 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 0{,}1777 \\ 0{,}1452 \end{pmatrix},$$

$$c = \begin{pmatrix} 0{,}8368 & 0 \\ 0{,}8368 & 0 \\ -0{,}1452 & 1 \end{pmatrix},\ d = \begin{pmatrix} 0{,}1632 \\ 0{,}1632 \\ 0{,}1452 \end{pmatrix},$$

$$L = \begin{pmatrix} 0{,}1777 \\ 0{,}1452 \end{pmatrix},\ P = \begin{pmatrix} 0{,}1950 & 0{,}1735 \\ 0{,}1735 & 0{,}2957 \end{pmatrix},$$

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}1632 \\ 0{,}1452 \end{pmatrix},\ Z = \begin{pmatrix} 0{,}1632 & 0{,}1452 \\ 0{,}1452 & 0{,}2705 \end{pmatrix}.$$

Окончательный вид фильтра можно получить, подставив данные коэффициенты в выражение (*2*).

В результате проведенной работы был синтезирован фильтр Калмана для заданного объекта управления, что позволило существенно повысить точность управления.

Список литературы

1. Дьяконов В., Круглов В. *MATLAB*. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник. – Спб.: Питер, *2002*г. – *448* с.