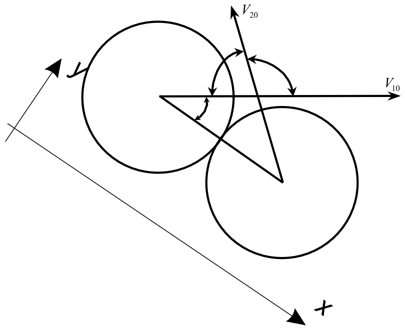
Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 9 вариант

Задача 1-1

Условие

Две гладкие частицы сферической формы с массами m_1 и m_2 движущиеся со скоростями $\vec{V}_{10}$ и $\vec{V}_{20}$, сталкиваются друг с другом, как указано на рис. 1



$$m_1 = 10^{-3}\text{кг}; \quad m_2 = 10^{-3}\text{кг}; \quad V_{10} = 10\text{м/с}; \quad V_{20} = V10\text{м/с}; \quad \alpha = \frac{\pi}{4}; \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Вид удара: **абсолютно упругий**
Требуется определить следующие величины:$V_1; V_2; \gamma$
Из закона сохранения импульса:

$$m_1\vec{V}_{10} + m_2\vec{V}_{20} m_1\vec{V}_2 + m_2\vec{V}_1$$

Из закона сохранения энергии:

$$\frac{m_1V_{10}^2}{2} + \frac{m_2V_{20}^2}{2} = \frac{m_1V_1}{2} + \frac{m_2V_2}{2} + E_{\text{удар}}$$

Так как удар абсолютно упругий, то энергия при столкновении не выделяется, тогда $E_{\text{удар}} = 0$.
Рассмотрим данные соотношения в проекциях на оси x и y:
Направим ось x вдоль линии, соединяющей центры частиц. При соударении меняются проекции скоростей частиц на ось x, проекции на ось y остаются неизменными.
Обозначим: $\beta = \alpha - \varphi$; $\quad V_{1x}$иV_{2x} - проекции на ось x скоростей первой и второй частиц соответственно после удара.

$$\begin{cases} m_1V_{10}\cos\varphi - m_2V_{20}\cos\beta = m_1V_{1x} + m_2V_{2x} \\ m_1V_{10}^2 + m_2V_{20}^2 = m_1(V_{1x}^2 + (V_{10}\sin\varphi)^2) + m_2(V_{2x}^2 + (V_{20}\sin\beta)^2) \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, найдем проекции на ось x скоростей частиц после удара:

$$\begin{cases} V_{1x} = \frac{(m_1-m_2)V_{10}\cos\varphi - 2m_2V_{20}\cos\beta}{m_1+m_2} \\ V_{2x} = \frac{(m_1-m_2)V_{20}\cos\beta + 2m_1V_{10}\cos\varphi}{m_1+m_2} \end{cases}$$

В рассматриваемом случае $m_1 = m_2$ и $\beta = 0$. Тогда:

$$\begin{cases} V_{1x} = -\frac{2m_2V_{20}}{m_1+m_2} \\ V_{2x} = \frac{2m_1V_{10}\cos\varphi}{m_1+m_2} \end{cases}$$

Найдем искомые величины:

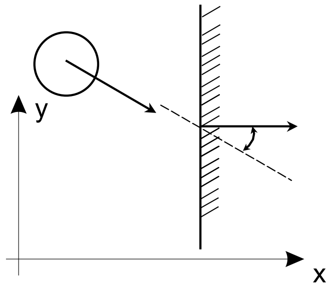
$$\begin{cases} V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + (V_{10}\sin\varphi)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2m_2V_{20}}{m_1+m_2}\right)^2 + (V_{10}\sin\varphi)^2} = 5\sqrt{6} \approx 12.247\text{м/с}, \\ V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + (V_{20}\sin\beta)^2} = \frac{2m_1V_{10}\cos\varphi}{m_1+m_2} = 5\sqrt{2} \approx 7.071\text{м/с}, \\ \gamma = \pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{V_{10}\sin\varphi}{V_{1x}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{V_{20}\sin\beta}{V_{2x}}\right) = \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{(m_1+m_2)V_{10}\sin\varphi}{2m_2V_{20}}\right) = \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 2.526. \end{cases}$$

Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 14 вариант

Задача 1-2

Условие

Гладкая частица сферической формы массы m, летящая со скоростью $\vec{V}_0$, ударяется о гладкую массивную стенку, которая движется со скоростью $\vec{U}$. Угол, образованный векторами $\vec{V}_0$ и $\vec{U}$ равен β. Массу стенки считать бесконечной.



$$m = 3 \cdot 10^{-3}\text{кг}; \quad V_0 = 3\text{м/с}; \quad U = 1\text{м}/c; \quad \beta = \frac{\pi}{6};$$

Вид удара:**абсолютно упругий**.
Требуется определить следующие величины:

$$V_K, \Delta E, |\Delta\vec{p}|, F\Delta t$$

Обозначим $\vec{V}_1$ - скорость частицы до удара, $\vec{V}_2$ - после удара в системе отсчета, связанной со стенкой. Масса стенки бесконечна, тогда стенка не меняет свою скорость в процессе удара, следовательно, система отсчета, связанная со стенкой - инерциальная. Тогда:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_0 - \vec{U}, \quad \vec{V}_2 = \vec{V}_K - \vec{U}.$$

По закону сохранения энергии для абсолютно упругого удара:

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2}$$

Тогда:

$$|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2|$$

Так как стенка параллельна оси y, то проецкия скорости частицы на эту ось остается неизменной. Тогда $V_{1x} = -V_2x$. Найдем скорость частицы после удара:

$$\begin{cases} V_{Kx} = 2U - V_{0x} \\ V_{Ky} = V_{0y} \end{cases}$$

Тогда:

$$V_K = \sqrt{V_{Kx}^2 + V_{Ky}^2} = \sqrt{(2U - V_0\cos\beta)^2 + (V_0\sin\beta)^2}$$

Изменение кинетической энергии во время удара считается по формуле:

$$\Delta E = m(V_K^2 - V_0^2).$$

По закону сохранения импульса:

$$m\vec{V}_K = m\vec{V}_0 + \Delta\vec{p}, \quad \text{где}\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t.$$

Тогда

$$|\Delta\vec{p}| = |\vec{F}\Delta t| = |m(V_{Kx} - V_{0x})| = |2m(U - V_0\sin\beta)|.$$

Ответ:

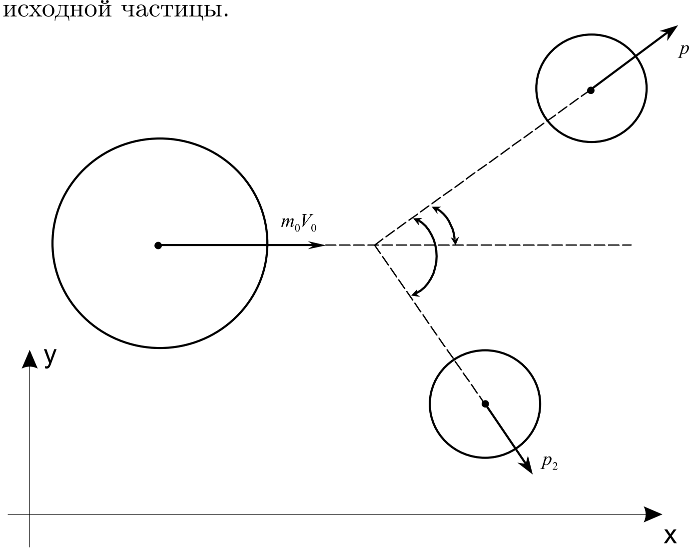
$$\begin{cases} V_K = \sqrt{(2U - V_0\cos\beta)^2 + (V_0\sin\beta)^2} = \sqrt{16 - 6\sqrt{3}} \approx 1.615\text{м/с}, \\ \Delta E = m((2U - V_0\cos\beta)^2 + (V_0\sin\beta)^2 - V_0^2) = -\frac{6-9\sqrt{3}}{500} \approx -0.019\text{Дж}, \\ |\Delta\vec{p}| = |\vec{F}\Delta t| = |2m(U - V_0\sin\beta)| = 3 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}. \end{cases}$$

Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 26 вариант

Задача 1-3

Условие

Нерелятивистская частица с внутренней энергией E_0 и массой m_0, летящая со скоростью $\vec{V_0}$ распадается на две нерелятивистские частицы, скорости которых $\vec{V_1}$ и $\vec{V_2}$, массы m_1 и m_2. Импульсы $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$, кинетические энергии E_1 и E_2. При этом часть внутренней энергии E_0 исходной частицы в количестве ηE_0 расходуется на увеличение кинетической энергии образовавшихся частиц. φ - Угол разлета частиц, θ - угол отклонения первой частицы от первоначального направления полета исходной частицы.



$m_0 = 10^{-2}$кг,
$V_0 = 20$м/с,
$\varphi = \frac{\pi}{2}$,
$m_1 = \frac{2}{3}m$,
$m_2 = \frac{1}{3}m$,
$p_2 = \frac{m_0V_0}{2}$

Необходимо определить следующие величины:

$$\theta, V_1, p_1, E_1, E_2, \eta E_0$$

Так как $p_2 = \frac{mV_0}{2}$, а $m_2 = \frac{m}{3}$, то $V_2 = \frac{p_2}{m_2} = \frac{3V_0}{2}$
По закону сохранения импульса:

$$m_0\vec{V_0} = m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2}.$$

По закону сохранения энергии:

$$\frac{m_0V_0^2}{2} + \eta E_0 = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2}$$

Рассмотрим эти соотношения в проекциях на оси x и y. Обозначим $\beta = \varphi - \theta$. Тогда

$$V_{0x} = V_0, V_{0y} = 0, V_{1x} = V_1\cos\theta, V_{1y} = V_1\sin\theta, V_{2x} = V_2\cos\beta, V_{2y} = -V_2\sin\beta.$$

Так как $\varphi = \theta + \beta = \frac{\pi}{2}$, то $\operatorname{tg}\theta = \operatorname{ctg}\beta$. Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} V_2 = \frac{9V_0}{3}, \\ m_0V_0 = m_1V_{1x} + m_2V_{2x}, \\ m_1V_{1y} = -m_2V_{2y}, \\ m_0V_{0x}^2 + 2\eta E_0 = m_1(V_{1x}^2 + V_{1y}^2) + m_2(V_{2x}^2 + V_{2y}^2), \\ V_{2x}^2 + V_{2y}^2 = \frac{9V_0^2}{4}, \\ \frac{V_{1x}}{V_{1y}} = -\frac{V_{2y}}{V_{2x}}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = \frac{9V_0}{4}, \\ V_{1x} = \frac{m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2}{m_0V_0m_1}, \\ V_{1y} = \frac{m_2V_2(m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2)}{(m_0m_1V_0)\sqrt{m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2}}, \\ V_{2x} = \frac{m_2V_2^2}{m_0V_0}, \\ V_{2y} = -\frac{V_2\sqrt{m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2}}{m_0V_0}, \\ \eta E_0 = \frac{m_1m_2V_2^2 + m_0^2V_0^2 - m_1m_0V_0^2 - m_2^2V_2^2}{2m_1}. \end{cases}$$

Найдем искомые величины:

$$\begin{cases} V_2 = \frac{9V_0}{4} = 30\text{м/с}, \\ \theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{V_{1y}}{V_{1x}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{m_2v_2}{\sqrt{m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2}}\right) = \frac{\pi}{6}, \\ V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \sqrt{\left(\frac{m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2}{m_0V_0m_1}\right)^2 + \left(\frac{m_2V_2(m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2)}{(m_0m_1V_0)\sqrt{m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2}}\right)^2} = 15\sqrt{3} \approx 25.981\text{м/с}, \\ p_1 = m_1V_1 = \frac{\sqrt{3}}{100} \approx 0.017\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}, \\ E_1 = \frac{m_1V_1^2}{2} = \frac{9}{40} \approx 0.225\text{Дж}, \\ E_2 = \frac{m_2(V_{2x}^2 + V_{2y}^2)}{2} = \frac{m_2\left(\left(\frac{m_2V_2^2}{m_0V_0}\right)^2 + \left(\frac{V_2\sqrt{m_0^2V_0^2 - m_2^2V_2^2}}{m_0V_0}\right)^2\right)}{2} = 0.3\text{Дж}, \\ \eta E_0 = \frac{m_1m_2V_2^2 + m_0^2V_0^2 - m_1m_0V_0^2 - m_2^2V_2^2}{2m_1} = \frac{7}{40} = 0.175\text{Дж}. \end{cases}$$