

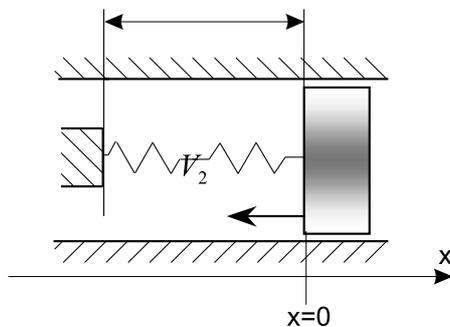
# Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 9 вариант

## Задача 3-1

### Условие

Для данной колебательной системы необходимо:

- 1) Вывести дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний, если сила сопротивления движению КС пропорциональна скорости, т.е.  $\vec{F} = -r\vec{V}$ , где  $r$  - коэффициент сопротивления.
- 2) Определить круговую частоту  $\omega_0$  и период  $T_0$  свободных незатухающих колебаний.
- 3) Найти круговую частоту  $\omega$  и период  $T$  свободных затухающих колебаний.
- 4) Вычислить логарифмический декремент затухания.
- 5) Определить, используя начальные условия задачи и исходные данные, начальные амплитуду  $A_0$  и фазу  $\varphi_0$  колебаний.
- 6) Написать с учетом найденных значений уравнение колебаний.



Исходные данные:

$$\begin{aligned} r &= 0.3 \text{ кг/с}, \\ k_1 &= 10 \text{ Н/м}, \\ k_2 &= 12 \text{ Н/м}, \\ m &= 0.14 \text{ кг}, \\ l_{10} &= l_{20} = 0.11 \text{ м}, \\ L &= 0.23 \text{ м}, \\ V_2 &= 0.03 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Две последовательно соединенные пружины с коэффициентами  $k_1$  и  $k_2$  можно заменить одной пружиной с коэффициентом жесткости  $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ . Последовательно вычислим искомые величины:

- 1) По Второму Закону Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Рассмотрим это соотношение в проекции на ось  $x$ :

$$-kx - rV_x = ma_x \Rightarrow \ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Получено дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.

- 2) При отсутствии силы  $rV_x$  имело бы место соотношение:

$$-kx = ma \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Полученное уравнение является дифференциальным уравнением свободных незатухающих колебаний, причем  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 6.242 \text{ с}^{-1}$ , а  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 1.007 \text{ с}$ .

$$3) \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \approx 6.242 \text{ с}^{-1}, \text{ где } \beta = \frac{r}{2m}, T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \approx 1.022 \text{ с}$$

$$4) \delta = \frac{1}{\beta} = \frac{2m}{r} \approx 0.933 \text{ с}$$

$$5) \frac{kx_0^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} = \frac{kA_0^2}{2}, \text{ где } x_0 = L - (l_{10} + l_{20}) \Rightarrow A_0 = \sqrt{x_0^2 + \frac{m}{k}V_2^2} \approx 0.011 \text{ м};$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{x_0}{A_0}\right) \approx 0.448.$$

- 6) Уравнение имеет вид:  $x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$ .