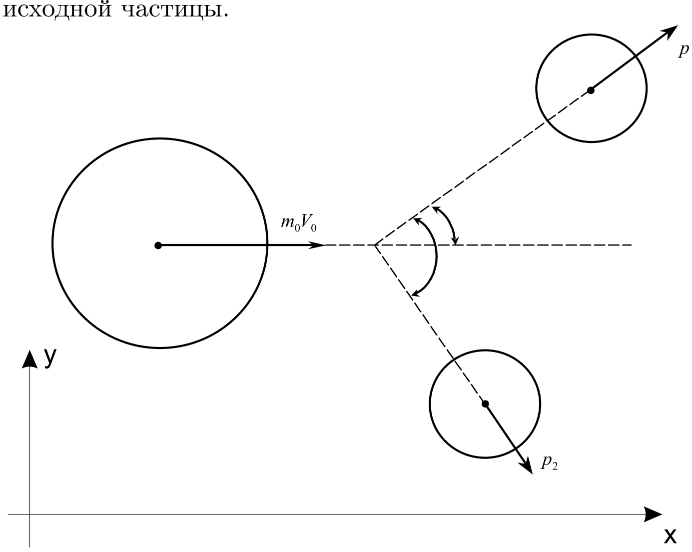
Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 22 вариант

Задача 1-3

Условие

Нерелятивистская частица с внутренней энергией E_0 и массой m_0, летящая со скоростью $\vec{V_0}$ распадается на две нерелятивистские частицы, скорости которых $\vec{V_1}$ и $\vec{V_2}$, массы m_1 и m_2. Импульсы $\vec{p_1}$ и $\vec{p_2}$, кинетические энергии E_1 и E_2. При этом часть внутренней энергии E_0 исходной частицы в количестве ηE_0 расходуется на увеличение кинетической энергии образовавшихся частиц. φ - Угол разлета частиц, θ - угол отклонения первой частицы от первоначального направления полета исходной частицы.



$m_0 = 10^{-2}$кг,
$V_0 = 10$м/с,
$m_1 = \frac{2}{3}m_0$
$m_2 = \frac{1}{3}m_0$,
$p_1 = p_2$,
$E_0 = 10$Дж,
$\eta = 0.175$.
Необходимо определить следующие величины:

$$\varphi, \theta, V_1, V_2, E_1, E_2$$

Так как $p_2 = \frac{mV_0}{2}$, а $m_2 = \frac{m}{3}$, то $V_2 = \frac{p_2}{m_2} = \frac{3V_0}{2}$
По закону сохранения импульса:

$$m_0\vec{V_0} = m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2}.$$

По закону сохранения энергии:

$$\frac{m_0V_0^2}{2} + \eta E_0 = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2}$$

Рассмотрим эти соотношения в проекциях на оси x и y. Обозначим $\beta = \varphi - \theta$. Тогда

$$V_{0x} = V_0, V_{0y} = 0, V_{1x} = V_1\cos\theta, V_{1y} = V_1\sin\theta, V_{2x} = V_2\cos\beta, V_{2y} = -V_2\sin\beta.$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} m_0V_{0x}^2 + 2\eta E_0 = m_1V_1^2 + m_2V_2^2, \\ m_1V_1 = m_2V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \sqrt{\frac{m_2(m_0V_{0x}^2+2\eta E_0)}{m_1(m_1+m_2)}}, \\ V_2 = \sqrt{\frac{m_1(m_0V_{0x}^2+2\eta E_0)}{m_2(m_1+m_2)}} \end{cases}$$

С учетом того, что $V_{1y} + V_{2y} = 0, V_{1x} + V_{2x} = V_{0x}$, найдем проекции скоростей на координатные оси:

$$\begin{cases} V_{1x} = \frac{m_0^2V_{0x}^2 - m_2V_{2x}^2 + m_1V_{1x}^2}{2m_0m_1V_{0x}}, \\ V_{1y} = \frac{\sqrt{(m_1V_1+m_0V_{0x}-m_2V_2)(m_1V_1-m_0V_{0x}-m_2V_2)(m_1V_1+m_0V_{0x}+m_2V_2)(m_1V_1+m_2V_2-m_0V_{0x})}}{2m_0m_1V_{0x}}, \\ V_{2x} = \frac{m_0^2V_{0x}^2 + m_2V_{2x}^2 - m_1V_{1x}^2}{2m_0m_2V_{0x}}, \\ V_{2y} = -\frac{\sqrt{(m_1V_1+m_0V_{0x}-m_2V_2)(m_1V_1-m_0V_{0x}-m_2V_2)(m_1V_1+m_0V_{0x}+m_2V_2)(m_1V_1+m_2V_2-m_0V_{0x})}}{2m_0m_2V_{0x}}, \end{cases}$$

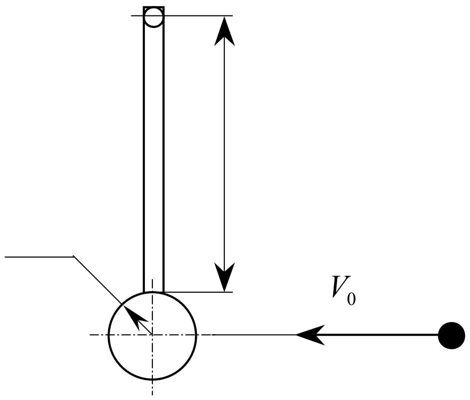
Найдем искомые величины:

$$\begin{cases} V_1 = \sqrt{\frac{m_2(m_0V_{0x}^2+2\eta E_0)}{m_1(m_1+m_2)}} = 15\text{м/с}, \\ V_2 = \sqrt{\frac{m_1(m_0V_{0x}^2+2\eta E_0)}{m_2(m_1+m_2)}} = 30\text{м/с}, \\ E_1 = \frac{m_1V_1^2}{2} = 0.75\text{Дж}, \\ E_2 = \frac{m_2V_2^2}{2}, 1.5\text{Дж} \\ \varphi = \text{arctg}\left(\frac{V_{1y}}{V_{1x}}\right) = -\frac{\pi}{3}, \\ \theta = |\varphi| + \left|\text{arctg}\left(\frac{V_{2y}}{V_{2x}}\right)\right| = \frac{2\pi}{3}. \end{cases}$$

Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 22 вариант

Задача 2-3

Условие



Физический маятник, состоящий из шара радиусом R и массой M, жестко прекрепленного к тонкому стержню длиной $4R$ и массой M, подвешен к горизонтальной оси О, проходящей через конец стержня перпендикулярно плоскости рисунка. Маятник может свободно без трения вращаться вокруг оси О. Шарик массы m движется горизонтально в плоскости рисунка со скоростью $\vec{V}_0$ вдоль прямо, проходящей через центр шара, и ударяет в шар. При этом взаимодействие шарика с маятником происходит в виде абсолютно упругого удара.
$R = 3$см,
$M = 1$кг,
$m = 0.1$кг,
$V_0 = 0.5V_{0m}$.

Вычислить:

$$\varphi_m; \quad V_{0m}; \quad \Delta E.$$

Момент инерции системы:

$$I = \frac{16MR^2}{3} + \frac{2MR^2}{5} + 25MR^2 = \frac{461}{15}MR^2$$

За нулевой уровень потенциальной энергии выберем уровень, на котором находится ось вращения. Найдем энергию системы в начальном состоянии, состоянии максимального подъема и состоянии отклонения на угол φ:

$$\begin{cases} E_{\text{п}0} = -2MgR - 5MgRr = -7MgR. \\ E_{\text{п}1} = 2MgR + 5MgR = 7MgR. \\ E_{\text{п}\varphi} = (-2MgR - 5MgR)\cos\varphi = -7MgR\cos\varphi \end{cases}$$

Кинетическая энергия системы сразу после столкновения: $E_{\text{к}1} = \frac{I\omega_0^2}{2}$
Найдем ω_m. По закону сохранения энергии:

$$\frac{I\omega_m^2}{2} - 7MgR = 7MgR \Rightarrow \omega_m = \sqrt{\frac{28MgR}{I}}.$$

При соударении выполняется закон сохранения момента импульса:

$$I\omega_0 = 5mV_0R. \Rightarrow \omega_0 = \frac{5mV_0R}{I}; \quad V_{0m} = \frac{I\omega_m}{5mR} = \sqrt{\frac{28IgM}{25m^2R}}; \omega_0 = \sqrt{\frac{7MgR}{I}}.$$

Найдем φ_m:

$$\frac{I\omega_0^2}{2} - 7MgR = -7MgR\cos\varphi_m \Rightarrow \varphi_m = \arccos\left(1 - \frac{I\omega_0^2}{14gRM}\right) = \arccos\left(\frac{1}{2}\right).$$

Запишем полученные результаты:

$$\begin{cases} I = \frac{461}{15}MR^2, \\ V_{0m} = \sqrt{\frac{28IgM}{25m^2R}} \approx 31.828\text{м/с}, \\ \varphi_m = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 22 вариант

Задача 3-2

Условие

Для данной колебательной системы необходимо:

1) Вывести дифференнциальное уравнение свободных затухающих колебаний, если сила сопротивления движению КС пропорциональна скорости, т.е. $\vec{F} = -r\vec{V}$, где r - коэффициент сопротивления.

2) Определить круговую частоту ω_0 и период T_0 свободных незатухающих колебаний.

3) Найти круговую частоту ω и период T свободных затухающих колебаний.

4) Вычислить логарифмический декремент затухания.

5) Определить, используя начальные условия задачи и исходные данные, начальные амплитуду A_0 и фазу φ_0 колебаний.

6) Написать с учетом найденных значений уравнение колебаний.

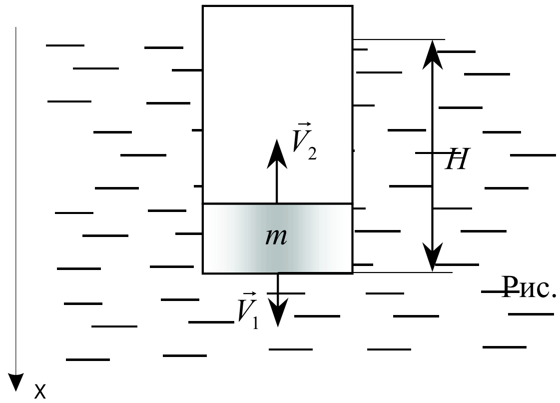


Рис. 14

Исходные данные:
$\rho = 10^3$кг/м^3,
$S = 1.2 \cdot 10^{-3}$м^2,
$m = 0.2$кг,
$r = 0.5$кг/с,
$H = 0.19$м,
$V_2 = 0.03$м/с.

В положении равновесия сила тяжести компенсирует силу Архимеда: $mg - \rho g V = 0$. Примем положение равновесия за положение, где $x = 0$. При отклонении пробирки на величину x. Изменится объем погруженной в воду части и, следовательно, сила Архимеда. Равнодействующая всех сил в таком случае будет равна $F_\Sigma = mg - \rho g(V + Sx) = -\rho g S x$. Данное соотношение будет справедливо только тогда, когда пробирка погружена в воду не полностью, в противном случае сила Архимеда не будет зависеть от глубины.

1) По Второму Закону Ньютона:
$$\vec{F} = m\vec{a}.$$
Рассмотрим это соотношение в проекции на ось x:
$$-\rho g S x - rV_x = ma_x \Rightarrow \ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{\rho g S}{m}x = 0.$$
Получено дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.

2) При отсутствии силы rV_x имело бы место соотношение:
$$-\rho g S x = ma \Rightarrow \ddot{x} + \frac{\rho g S}{m}x = 0.$$
Полученное уравнение является дифференциальным уравнением свободных незатухающих колебаний, причем $\omega_0 = \sqrt{\frac{\rho g S}{m}} \approx 7.672c^{-1}$, а $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho g S}} \approx 0.819$с.

3) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \approx 2.534$с$^{-1}$, где $\quad \beta = \frac{r}{2m}, T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \approx 2.479$с

4) $\delta = \frac{1}{\beta} = \frac{2m}{r} \approx 0.8$с

5) $\frac{\rho g S H^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} = \frac{\rho g S A_0^2}{2}, \Rightarrow A_0 = \sqrt{H^2 + \frac{m}{\rho g S}V_2^2} \approx 0.19$м;
$\varphi = \arccos\left(\frac{H}{A_0}\right) \approx 0.021.$

6) Уравнение имеет вид: $x(t) = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi)$.

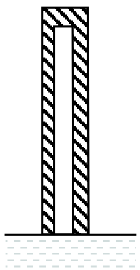
Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 22 вариант

Задача 4-1

Условие

Для волновода длиной L, закрепленного, как указано на рисунке, необходимо:

1) вывести формулу для возможных частот продольных волн, возбуждаемых в стержне, при которых в нём образуется стоячая волна,
2) указать какая частота колебаний является основной, а какие частоты относятся к обертонам (к высшим гармоникам),
3) определить частоту и длину волны i-ой гармоники,
4) для этой гармоники нарисовать вдоль стержня качественные картины стоячих волн амплитуд смещений и давлений.



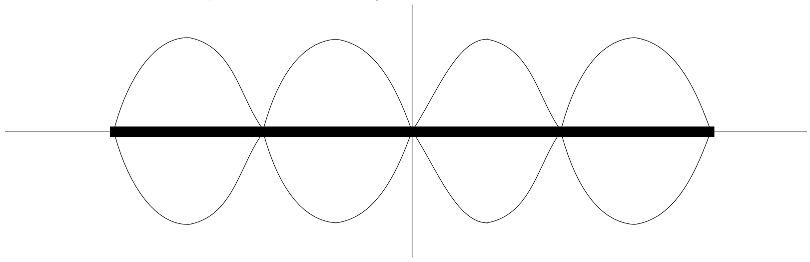
Среда: воздух,
$c = 340$м/с,
$L = 1.7$м,
$i = 4$.

Стоячая волна будет образовываться при наложении двух противоположных волн $\xi_1 = A\cos(\omega t - kx + \varphi_1)$ и $\xi_1 = A\cos(\omega t + kx + \varphi_2)$. Она будет иметь вид:

$$\xi = A\cos(\omega t + \widetilde{\varphi_1})\cos(kx + \widetilde{\varphi_2})$$

На длину стоячей волны накладывается ограничение: $\lambda = \frac{4L}{i}, \quad i \in \mathbb{N}$ Найдем последовательно искомые величины:

1) Найдем ограничение, накладываемое на частоту волн, способных образовывать стоячие волны:
$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \Rightarrow \omega = \frac{\pi c i}{2L}, \quad i \in \mathbb{N}$$
2) Частота $\omega_0 = \frac{\pi c}{2L} \approx 314$Гц является основной, частоты при $i > 1$ относятся к обертонам.
3) Частота i-ой гармони ки: $\omega_i = \frac{\pi c i}{2L} \approx 1.257 \cdot 10^3$Гц, длина волны: $\lambda_i = \frac{4L}{i} \approx 1.7$м.
4) Качественная картина амплитуд смещений:



5) Качественная картина амплитуд давлений: