

Рассчитаны значения упругих модулей металлической струны по экспериментально найденным значениям периода колебаний крутильного маятника. На основе парного межатомного потенциала Г.Ми дана оценка теоретической прочности материала и энергии связи атомов. Для студентов 1 курса.

Цель работы - изучение колебаний крутильного маятника и определение упругих констант стальной струны.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Информация о физико-механических свойствах материалов представляет интерес, как в фундаментальных исследованиях, так и при решении практических задач, связанных с расчетами на прочность и устойчивость конструкций во многих областях техники. Например, при действии в полете на крыло самолета аэродинамических сил и моментов в нем при некоторых условиях могут возникать крутильно-изгибные колебания (флаттер), что может привести к разрушению крыла и катастрофе самолета.

Прочность различных материалов, их теплоемкость, теплопроводность, тепловое расширение связаны с физико-механическими свойствами твердого тела. В свою очередь эти свойства определяются строением твердого тела и связаны с колебаниями атомов (ионов) в узлах кристаллической решетки. Основой для понимания связи частиц, находящихся в узлах кристаллической решетки, служит парная модель взаимодействующих частиц. На рис. 1 приведены зависимости силы взаимодействия двух частиц $f(r)$ потенциальной энергии $U(r)$ от расстояния между ними r .

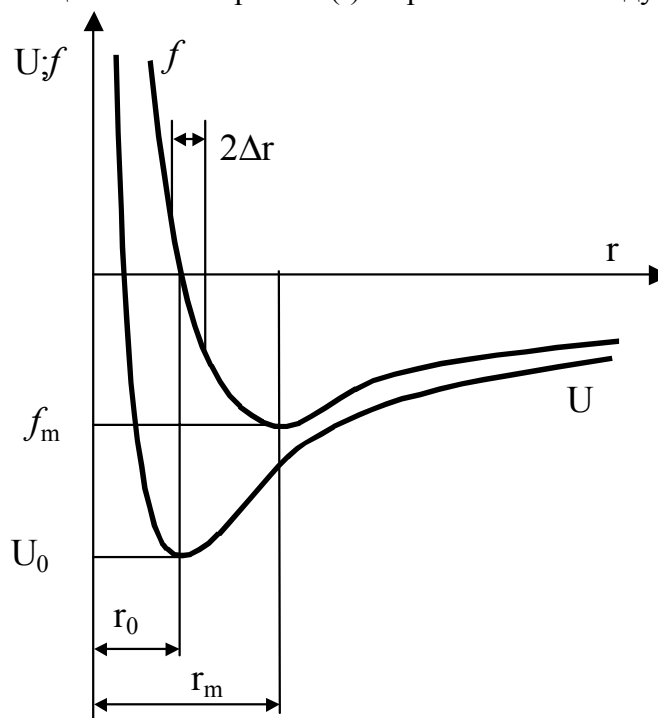


Рис.1

При $r = r_0$ в положении равновесия система из двух частиц обладает минимальной энергией U_0 , а сила взаимодействия равна нулю ($f=0$). При $r < r_0$ между частицами действуют силы отталкивания, а при $r > r_0$ – силы притяжения. В 1903 г. Густав Ми предложил парную межатомную потенциальную энергию описывать функцией следующего вида:

$$U(r) = A/r^n - B/r^m \quad (1)$$

где $n > m > 0$, а A и B - константы. Слагаемые в формуле (1) определяют потенциальную энергию сил отталкивания A/r^n и притяжения $-B/r^m$.

Выражение для $f(r)$ можно найти, если воспользоваться зависимостью между силой и потенциальной энергией

$$f = -\frac{dU}{dr} = nAr^{-(n+1)} - mBr^{-(m+1)} \quad (2)$$

Согласно (2), сила парного взаимодействия $f(r)$ имеет нелинейный характер. Однако вблизи положения равновесия $r_0 - \Delta r < r < r_0 + \Delta r$ функцию $f(r)$ можно аппроксимировать линейной зависимостью

$$f = k \cdot \Delta r$$

где $k = \text{const}$ - коэффициент пропорциональности.

При переходе к системе с большим числом частиц, т.е. к твердому телу, парная сила взаимодействия будет проявляться среди многих частиц, поэтому целесообразно перейти к понятию напряжения в твердом теле. Выделим в теле элементарную площадку ΔS перпендикулярно этой площадке будет действовать внутренняя сила ΔF , являющаяся результирующей силой всех парных сил тех частиц, линии взаимодействия которых пересекает площадка ΔS . В этом случае под напряжением σ будем понимать следующее выражение:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

Величина ΔF может быть приближенно рассчитана по формуле $\Delta F = fN/2$, где N – число взаимодействующих частиц, линия действия сил которых пересекается площадкой ΔS . В линейной теории упругости связь между напряжением σ и деформацией ε определяется законом Гука, который при одноосном напряженном состоянии имеет вид

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (3)$$

где E - модуль Юнга (модуль упругости первого рода), а

$$\varepsilon = (l_k - l_0)/l_0 \quad (4)$$

Здесь l_k, l_0 - длина образца соответственно в конечном и начальном состояниях.

Следовательно, при растяжении образца напряжение и деформация, согласно (3) и (4), будут принимать положительные значения. С учетом вышеизложенного очевидно, что напряжение σ будет описываться функциональной зависимостью, аналогичной той, что имеет сила f , определяемая формулой (2):

$$\sigma = D/r^{m+1} - C/r^{n+1} \quad (5)$$

В формуле (5) D и C - это новые постоянные, а знаки у слагаемых, по сравнению с формулой (2), изменены, так как при растяжении σ должно быть положительным, а при сжатии отрицательным. График зависимости (5) представлен на рис. 2.

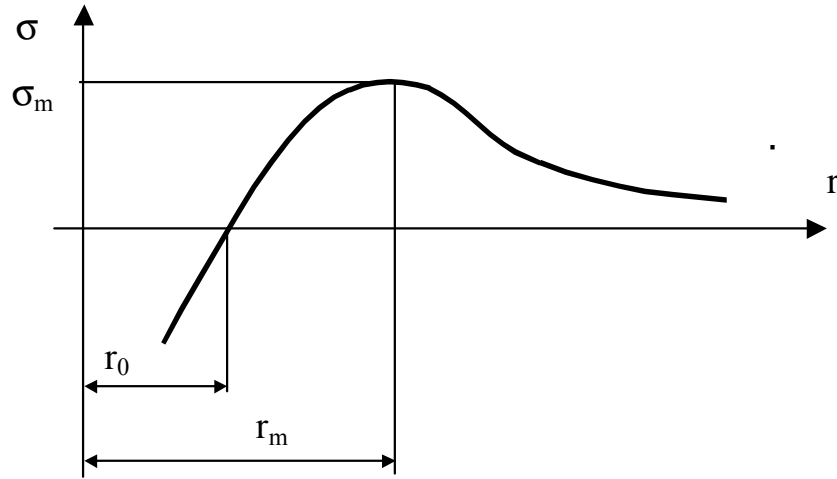


Рис. 2

Здесь под Γ понимается координата, характеризующая некоторое усредненное расстояние, которое определяет величину и знак напряжений, возникающих в кристалле. Из графика рис. 2 видно, что линейная связь между напряжением σ и деформацией ε (т.е. закон Гука) имеет место только вблизи окрестности координаты $\Gamma=r_0$, т.е. при малой деформации кристалла

$$\varepsilon = (r - r_0)/r_0 \quad (6)$$

Используя (5), оценим теоретическую прочность кристалла. С этой целью рассмотрим его растяжение. Поскольку при $\Gamma=r_0$ напряжение $\sigma(r_0)=0$, то из этого условия находим

$$r_0 = (C/D)^{\frac{1}{n-m}} \quad (7)$$

Согласно (3) и (6), имеем

$$\left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{r=r_0} = E \quad (8)$$

$$r = r_0 (1 + \varepsilon) \quad (9)$$

Подставив (9) в (5) и определив соответствующую производную, после преобразований с учетом зависимостей (7) и (8) окончательно получим

$$E = (D/r_0^{m+1})(n-m) \quad (10)$$

Из условия максимума функции (5) ($\left. \frac{d\sigma}{dr} \right|_{r=r_0} = 0$) найдем величину r_m , соответствующую максимальному растягивающему напряжению σ_m :

$$r_m = \left(\frac{n+1}{m+1} \cdot \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{n-m}} \quad (11)$$

После подстановки (11) в (5) находим это напряжение, соответствующее теоретической прочности кристалла, так как напряжение σ_m является предельным для кристалла при испытаниях его на растяжение:

$$\sigma_m = \frac{D}{r_m^{m+1}} \left(1 - \frac{m+1}{n+1} \right) \quad (12)$$

При достижении напряжения $\sigma > \sigma_m$ в кристалле наблюдаются необратимые пластические деформации, после которых наступает разрыв кристалла. Разделив (12) на (10), приходим к выражению следующего вида:

$$\frac{\sigma_m}{E} = \frac{1}{n+1} \left(\frac{m+1}{n+1} \right)^{\frac{m+1}{n-m}} \quad (13)$$

При значениях $n=12$ и $m=6$ формула (1) принимает вид потенциала Ленарда - Джонса, используемого обычно для описания взаимодействия электрически нейтральных атомов. При данных значениях отношение (13) будет равно

$$\frac{\sigma_m}{E} = 0,037$$

Однако опыт показывает, что разрыв в реальных кристаллах наступает при напряжениях (10^{-4} - 10^{-3}) E , что на порядок и более меньше теоретической величины σ_m , рассчитанной по формуле (13). Низкие значения реальных разрывных напряжений связаны с наличием различного рода структурных дефектов, в частности наличием дислокации в кристалле.

Используя теоретическую прочность σ_m , можно оценить энергию связи частиц в кристалле, равную работе, которую необходимо совершить, чтобы разъединить атомы. Поскольку энергия связи U_{CB} рассчитывается на один атом и имеет единицей измерения электрон-вольт на атом (эВ/атом) или джоуль на атом (Дж/атом), то теоретическую прочность можно приближенно рассчитать по формуле

$$\sigma_m = \frac{1}{2} U_{CB} n_0 \quad (14)$$

где n_0 - число атомов в единице объема; коэффициент $1/2$ введен с учетом поправки на парное взаимодействие атомов. Поскольку $n_0 = \rho N_A / \mu$, где ρ - плотность кристалла, μ - его молярная масса, N_A - число Авогадро, то из формулы (14) с учетом (13) находим

$$U_{CB} = \frac{2}{n+1} \left(\frac{m+1}{n+1} \right)^{\frac{m+1}{n-m}} \frac{\mu E}{N_A \rho} \quad (15)$$

Так, например, для меди энергия связи, рассчитанная по формуле (15), при условии, что $n=12$, $m=6$, будет равна

$$U_{CB} = 0,356 \text{ эВ/атом}$$

Большинство металлов и сплавов, широко используемых в промышленности и строительстве, имеют поликристаллическую структуру. Однако и для них справедлив закон Гука. Поэтому модуль Юнга и связанный с ним модуль сдвига (модуль упругости второго рода)

$$G = E / (2(1+\nu)) \quad (16)$$

являются важными характеристиками твердого тела и содержатся во всех справочниках по материалам.

В формуле (16) величина ν - коэффициент Пуассона (для многих металлов $\nu = 0,25 \dots 0,3$).

Для экспериментального определения физико-механических характеристик материалов (модуля упругости при сдвиге G , коэффициента вязкости твердых и жидких веществ) используется, в частности, крутильный маятник, который, как правило, состоит из осесимметричного тела, скрепленного вдоль оси с упругими стержнями (струнами, нитями, например, кварцевыми нитями), другие концы которых жестко закреплены. При колебаниях упругие элементы такого маятника подвергаются кручению. Кручением называется деформация стержня (струны, вала и т.п.) под действием крутящих моментов. Крутящий момент создается, например, парой сил, лежащих в плоскости, перпендикулярной оси стержня (рис. 3). При кручении происходит поворот поперечных сечений стержня друг относительно друга вокруг его оси, т.е. при кручении реализуется деформация чистого сдвига.

Рассмотрим на примере стержня некоторые геометрические и механические характеристики кручения. Пусть под действием внешних крутящих моментов осуществляется кручение стержня (см. рис. 3). Выделим элемент стержня длиной dz . Обозначим M внутренний крутящий момент, действующий в сечении. Из рис. 3 видно, что угол поворота сечений φ_z изменяется вдоль элемента dz от 0 до φ . Поэтому введем угол кручения (относительный угол закручивания), равный

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz} \quad (17)$$

В частности, если угол кручения будет постоянен, $\theta = \text{const}$ по всей длине стержня l , что справедливо при равномерном напряженно-деформированном состоянии, то после интегрирования (17) находим

$$\theta = \frac{\Delta\varphi}{l} = \frac{\varphi}{l} \quad (18)$$

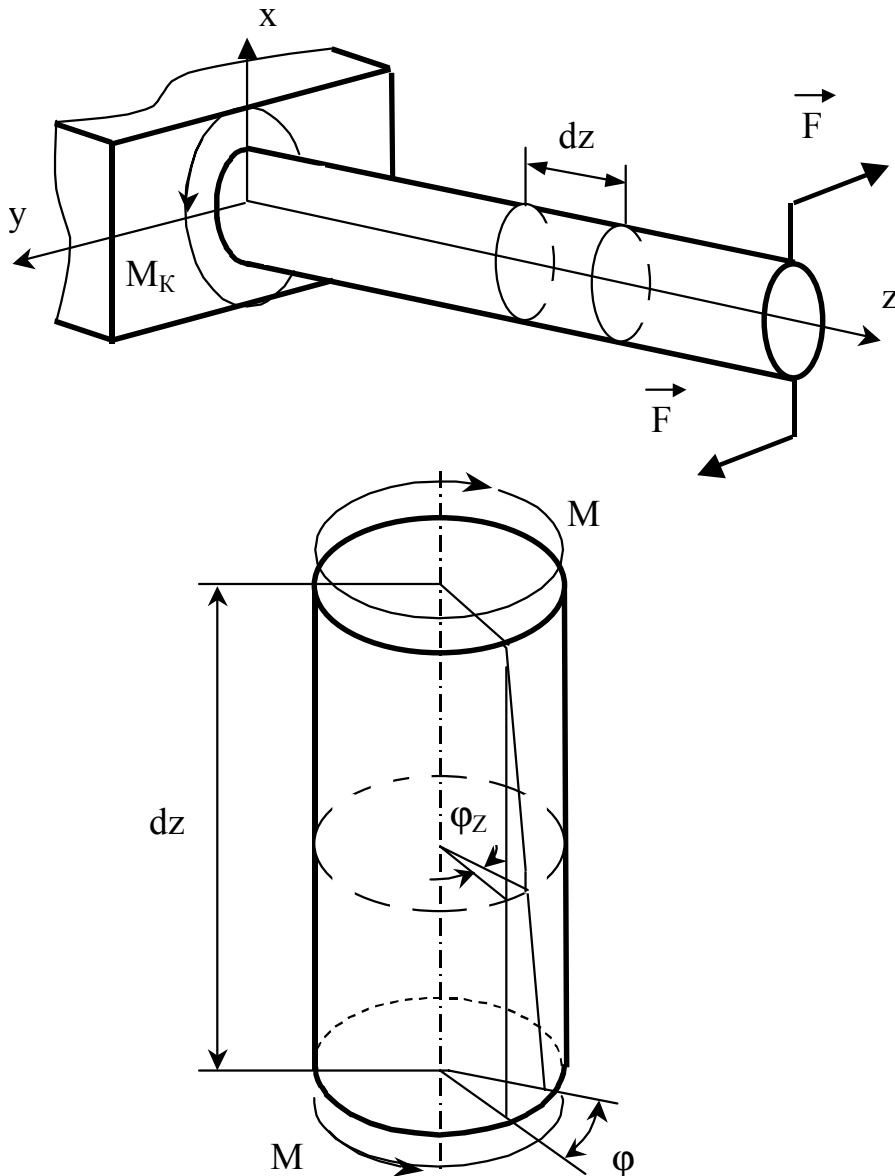


Рис. 3

где φ - полный угол поворота торцевого сечения по отношению к закрепленному концу (см. рис. 3). Интересно, что формула (18) аналогична деформации стержня при удлинении $\epsilon = \Delta l / l$. Поэтому закон Гука при кручении будет иметь вид, аналогичный зависимости (3),

$$M = D \cdot \theta \quad (19)$$

Здесь D - крутильная жесткость стержня;

$$D = G \cdot J_C \quad (20)$$

где J_C - полярный момент сечения стержня. Для стержня (струны) круглого сечения

$$J_C = \pi \cdot d^4 / 32 \quad (21)$$

где d - диаметр струны. Из формулы (18), (19), (20) находим величину момента упругих сил

$$M = (G \cdot J_C / l) \cdot \varphi \quad (22)$$

В данной работе используется крутильный маятник, принципиальная схема которого представлена на рис. 4. Тело 1 массой m и моментом инерции J_T относительно оси z подвешено к двум стальным струнам 2 длиной l каждая. Если тело 1 закрутить вокруг оси z , затем отпустить, то маятник будет совершать крутильные колебания, которые описываются уравнением

$$J_T \ddot{\varphi} = -2M_{\text{упр}} + M_{\text{тр}} \quad (23)$$

где φ - угол поворота тела в плоскости, перпендикулярной оси z ,

$M_{\text{тр}}$ - совокупный момент, создаваемый силами, тормозящими вращение тела (силы внешнего и внутреннего трения). При малых колебаниях можно считать, что

$$M_{\text{тр}} = -\chi \cdot \dot{\varphi} \quad (24)$$

где χ играет роль коэффициента сопротивления.

Момент упругих сил будет определяться формулой (22) при условии, что входящие в нее величины G, J_C, l являются характеристиками струны.

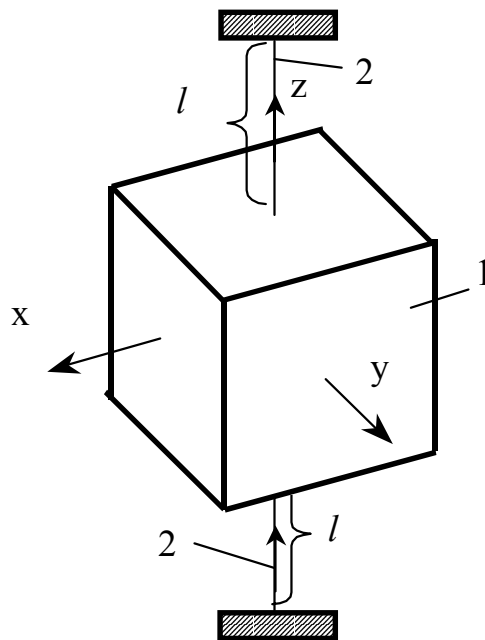


Рис.4

После подстановки (22), (24) в (23) и последующих преобразований приходим к уравнению

$$\ddot{\varphi} + 2\beta \cdot \dot{\varphi} + \omega_0^2 \cdot \varphi = 0 \quad (25)$$

где $\beta = \chi / 2J_T$ - коэффициент затухания,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2G \cdot J_C}{J_T \cdot l}} \quad (26)$$

циклическая частота незатухающих колебаний. Решение дифференциального уравнения (25) при $\beta < \omega_0$ будет иметь следующий вид:

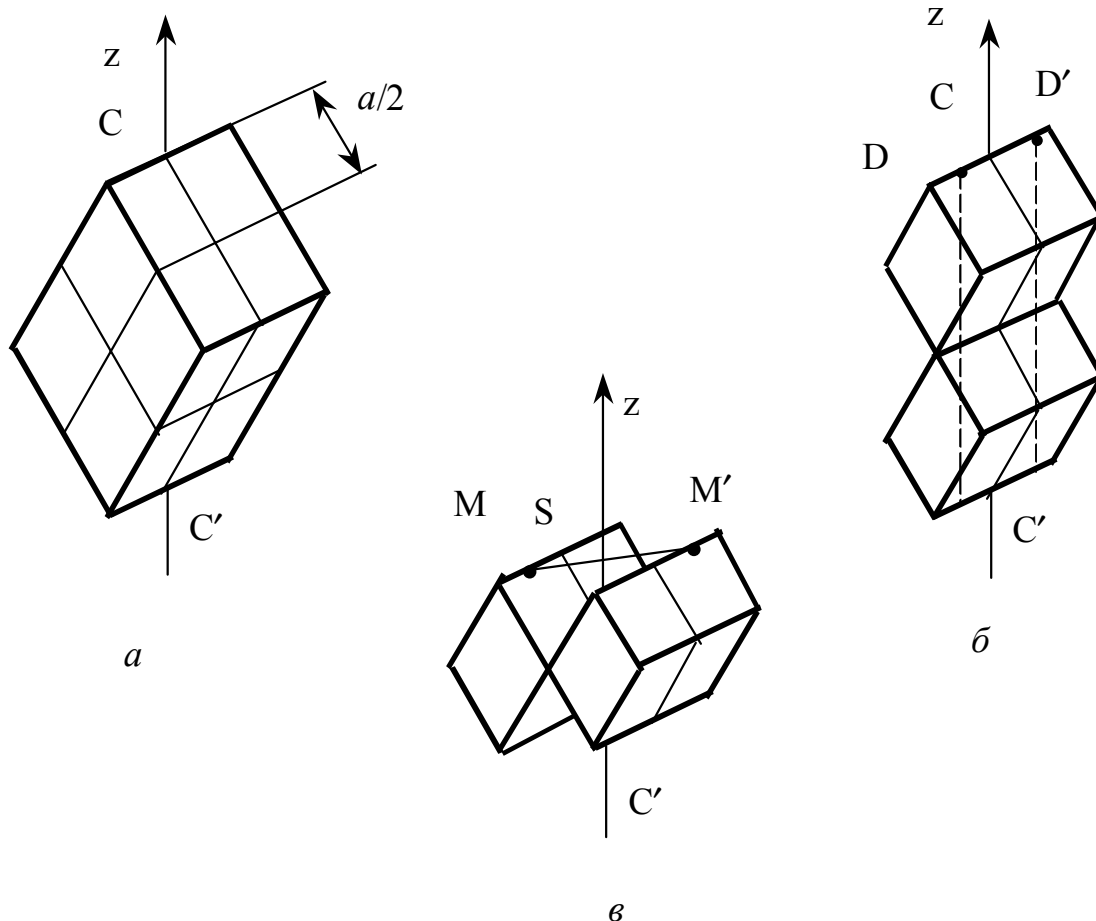


Рис.5

$$\varphi = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \quad (27)$$

где A , α - амплитуда и начальная фаза колебаний, определяемые начальными условиями, а

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (28)$$

циклическая частота затухающих колебаний. В данной лабораторной работе ω_0 может изменяться в пределах $\omega_0 = 2,5 \dots 3,5$ рад/с, а коэффициент затухания β имеет на три порядка меньшее значение, т.е. $\beta \approx 0,01$ с⁻¹. Следовательно, при данных условиях $\omega_0^2 \gg \beta^2$ и, согласно (28), $\omega = \omega_0$. Поэтому период колебаний крутильного маятника, в соответствии с формулой (26), будет равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J_T \cdot l}{2G \cdot J_C}} \quad (29)$$

Из этой формулы, с учетом (21), находим величину модуля сдвига

$$G = \frac{2\pi^2 \cdot J_T \cdot l}{T^2 \cdot J_C} = \frac{64\pi \cdot J_T \cdot l}{T^2 \cdot d^4} \quad (30)$$

В данной лабораторной работе момент инерции тела J_T складывается из моментов инерции рамки J_P и куба J_K , т.е.

$$J_T = J_P + J_K \quad (31)$$

В частности при отсутствии куба

$$J_T = J_P \quad (32)$$

Пусть T_p - период колебания рамки без куба, а T_T - период колебания рамки с кубом. Тогда, согласно (30), (31), (32), получим

$$GT_p^2 = 64\pi \cdot l \cdot J_p / d^4 \quad (33)$$

$$GT_T^2 = 64\pi \cdot l (J_k + J_p) / d^4 \quad (34)$$

Вычитая (33) из (34), находим

$$G = 64\pi \cdot l \cdot J_k / [d^4 (T_T^2 - T_p^2)] \quad (35)$$

Момент инерции куба вычислим, используя методы подобия и размерности. Например, размерность момента инерции любого тела имеет вид $[J] = ML^2$. Следовательно, момент инерции куба относительно оси, проходящей через его центр масс, будет равен

$$J = \gamma \cdot m \cdot a^2 \quad (36)$$

где m - масса куба, a - длина его ребра, γ - безразмерный численный параметр, который заранее неизвестен и зависит от ориентации оси вращения куба. Если ось вращения Z не проходит через центр масс, то момент инерции куба можно определить по теореме Штейнера

$$J_z = J + m \cdot b^2 \quad (37)$$

где b - расстояние между осью z и осью OO' , проходящей через центр масс куба и параллельной оси Z .

Рассмотрим в качестве примера вычисление момента инерции куба массой m относительно оси z , проходящей через центр масс и середины его ребер (рис. 5, а). Разобьем куб на восемь маленьких кубиков так, как это показано на рис. 5, а. При этом масса кубика будет равна $m_k = m/8$, а его сторона $a = a_k/2$, где a - сторона большого куба. Для удобства вычисления объединяем кубики в две группы по четыре кубика в каждой группе (рис. 5, б, в). Момент инерции отдельного кубика в первой группе относительно оси z (см. рис. 5, б), согласно (36) и (37), будет равен

$$J_1 = \gamma \cdot m_k \cdot a_k^2 + m_k \cdot DC^2,$$

где $DC = a/4$. А момент инерции каждого кубика во второй группе (см. рис. 5, в) будет равен

$$J_2 = \gamma \cdot m_k \cdot a_k^2 + m_k \cdot MS^2,$$

где $MS = a \cdot \sqrt{3}/4$. В итоге момент инерции большого куба будет складываться из моментов инерции всех кубиков, т.е.

$$J = 8\gamma \cdot m_k \cdot a_k^2 + 4m_k \cdot DC^2 + 4m_k \cdot MS^2,$$

После подстановки соответствующих величин получим

$$J = \gamma \cdot m \cdot a^2 / 4 + m \cdot a^2 / 32 + 3m \cdot a^2 / 32, \quad (38)$$

С другой стороны, момент инерции большого куба (см. рис. 5а), согласно (36), будет равен

$$J = \gamma \cdot m \cdot a^2 \quad (39)$$

Из равенства (38) и (39) находим, что $\gamma = 1/6$. Итак, момент инерции куба относительно оси z (см. рис. 5, а), имеет вид

$$J = m \cdot a^2 / 6 \quad (40)$$

Используя вышеизложенный способ вычислений можно показать, что зависимость (40) будет справедливой и в случае, если ось вращения z проходит через центр масс и центры граней куба, а также, если ось z проходит через центр масс и через противоположные его вершины. Во всех этих случаях формула (35), с учетом (40), примет следующий вид:

$$G = \frac{32\pi \cdot l \cdot m \cdot a^2}{3d^4 (T_T^2 - T_p^2)} \quad (41)$$

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Исследование упругих свойств металлических струн будем проводить с помощью установки «Крутильный маятник FPM -05'», представленной на рис. 6. Миллисекундомер (FPM - 14) 12 расположен на основании 13. Измерение высоты и установление горизонтального положения основания 13 производится с помощью четырех регулируемых ножек. В основании 13 закреплена колонка 6, на которой с помощью прижимных винтов установлены кронштейны 5, 8, 9. Зажимы кронштейнов 5 и 9 фиксируют концы металлических струн. С другой стороны струны удерживают рамку 2, которая служит для закрепления массивного куба. На кронштейне 8 устанавливается стальной сегмент 4, на котором расположены фотоэлектрический датчик 3, электромагнит 7, шкала фиксации угловых отклонений 10. Перемещение электромагнита 7 по дуге сегмента 4 фиксируется по шкале 10 с помощью стрелки, прикрепленной к электромагниту 7. Куб 11 крепится в рамке 2 при помощи подвижной стальной планки 1, которая имеет возможность перемещаться по цилиндрическим направляющим, скрепленным крайними неподвижными планками. Смещение планки 1 вверх (далее в скобках указывается действия при смещении планки 1 вниз) производится двумя руками: большими пальцами рук братья за неподвижную планку 1 (за нижнюю планку), а указательными пальцами за верхнюю планку (за подвижную планку 1).

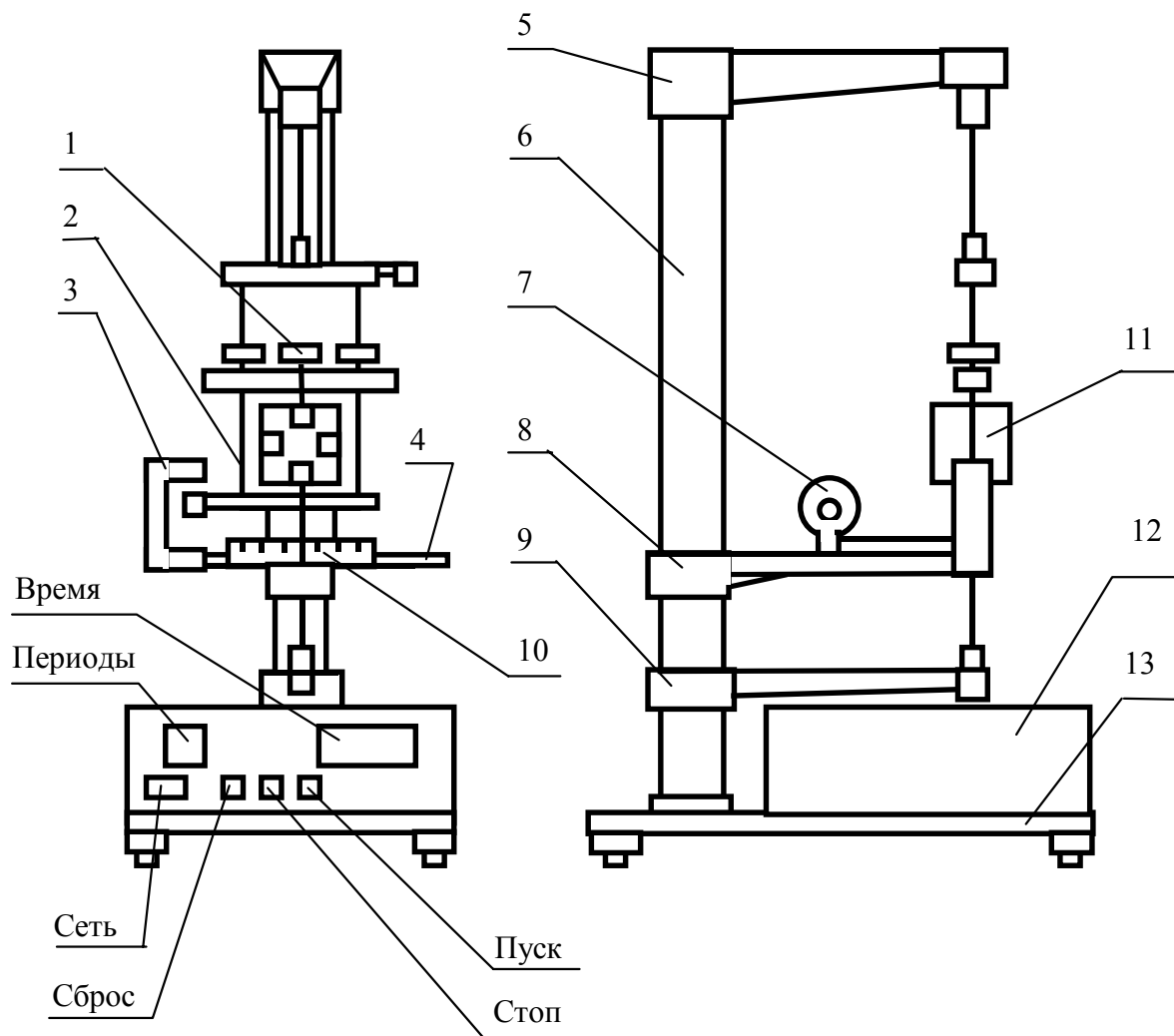


Рис.6

Высота планки 1 фиксируется затягиванием гаек на зажимных втулках, установленных на планке 1. Куб 11 фиксируется в рамке 2 с помощью крепежных винтов. Точная ориентация куба 11 относительно оси вращения обеспечивается с помощью специальных высверленных в нем отверстий.

Фотоэлектрический датчик 3 и электромагнит соединены с миллисекундомером электрической связью.

Система управления работой миллисекундомера состоит из клавишных переключателей «СЕТЬ», «СБРОС», «ПУСК», «СТОП», расположенных на лицевой панели прибора. После включения установки в сеть и нажатия клавиши «СЕТЬ» миллисекундомер приводится в рабочее состояние. Клавиша «ПУСК» предназначена для управления работой электромагнита. Напряжение на электромагнит подается при отжатии клавиши «ПУСК».

Работе установки ФРМ-05 происходит следующим образом. Сначала необходимо развернуть рамку 2 прибора до положения, в котором стрелка-флажок рамки притягивается сердечником электромагнита 7. Затем нажатием клавиши «СБРОС» миллисекундомер приводится в исходное рабочее состояние. После нажатия клавиши «ПУСК» электромагнит освобождает стрелку-флажок, и рамка 2 начинает совершать колебания вокруг вертикальной оси. При пересечении стрелкой-флажком светового луча фотоэлектрического датчика формируется электрический импульс, который поступает в миллисекундомер. При этом первоначальный импульс запускает счетчики времени и числа периодов, последующие импульсы поступают в счетчик числа периодов. Показания счетчиков высвечиваются цифровыми индикаторами, расположенными на лицевой панели миллисекундомера, обозначенными «ПЕРИОДЫ» и «ВРЕМЯ». При нажатии клавиши «СТОП» отчет времени колебаний и числа периодов прекращается после завершения полного периода колебаний рамки 2.

ВЫПОЛНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Предварительно отвинтите крепежный винт и освободите куб 11 из рамки 2.

1. Установите электромагнит 7 на угол $\varphi=30^\circ$ по шкале фиксации угловых отклонений 10 и зафиксируйте его, затягивая гайку.
2. Включите в сеть установку ФРМ-05.
3. Нажмите клавишу «СЕТЬ».
4. Отожмите клавишу «ПУСК».
5. Разверните рамку 2 так, чтобы стрелка-флажок была зафиксирована сердечником электромагнита 7.
6. Нажмите клавишу «СБРОС».
7. Нажмите клавишу «ПУСК».
8. Нажмите после девяти периодов колебаний клавишу «СТОП». По завершении полного периода колебаний рамки на цифровых индикаторах должны высвечиваться $N = 10$ периодов и время колебаний. Результаты занесите в таблицу.
9. Рассчитайте период колебаний по формуле $T=\tau/N$, где τ время N колебаний.
10. Повторите опыт n раз ($n = 5$). Результаты занесите в таблицу.
11. Вычислите среднее значение периода по формуле $\langle T \rangle = \sum_{i=1}^n T/n$.

Результат занесите в таблицу.

№ опыта	Момент инерции тела	Время десяти колебаний τ , с	Период колебания, T , с	Среднее значение периода колебаний $\langle T \rangle$, с	Среднее значение периода колебаний \bar{T} , с
1 ... 5	J_p				
6 ... 10	$J_k + J_p$				
11 ... 15	$J_k + J_p$				
16 ... 20	$J_k + J_p$				

12. Закрепите куб 11 в подвижной рамке 2 так, чтобы ось вращения проходила через середины его граней, и повторите опыты в соответствии с пп. 5... 11.

13. Отвинтите крепежный винт и освободите куб 11 из рамки 2.

14. Закрепите куб 11 в подвижной рамке 2 так, чтобы ось вращения проходила через середины его ребер, и повторите опыты в соответствии с пп. 5...11, 13 этого задания.

15. Закрепите куб 11 в подвижной рамке 2 так, чтобы ось вращения проходила через противоположные его вершины, и повторите опыты в соответствии с пп. 5 ... 11 этого задания.

16. Вычислите среднее значение периода колебаний маятника с кубом по формуле $\bar{T} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \langle T_i \rangle$,

где $\langle T_i \rangle$ - среднее значение периода колебаний маятника с кубом при i -й его ориентации, и результаты занесите в последний столбец таблицы.

17. Используя результаты измерений и исходные данные $m = 1$ кг, $a = 5$ см, $d = 0,55$ мм, $l = 15$ см, определите по формулам (41), (16), (13), (15) модуль сдвига, модуль Юнга (при $\nu=0,25$), теоретическую прочность (при $n=12$, $m=6$) и энергию связи (при $n = 12$, $m = 6$). При этом в качестве величины периодов T_p и T_T брать их средние значения. Плотность стали $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, молярная масса железа $\mu = 55 \cdot 10^3$ кг/моль.

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

1. Оцените относительную погрешность измерения периода колебаний рамки с кубом при его различной ориентации используя для этого методику лабораторной работы М1 [4].

2. Оцените погрешность проведенных измерений при условии, что среднее стандартное значение модуля Юнга для закаленной стали 30ХГСА $E=2 \cdot 10^{11}$ Па.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое энергия связи атомов в кристалле?
2. Каков физический смысл модуля Юнга?
3. Каким физическим свойствам тела соответствует закон Гука?
4. Относительно каких осей вращения момент инерции куба остается неизменным?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов П.В., Хохлов А.Ф. Физика твердого тела. М.: Высш. школа, 1985. 383с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. М.: Наука, 1982. 326с.
3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1986. 512с.
4. Савельева А.И., Фетисов И.Н. Обработка результатов измерений при проведении физического эксперимента: Методические указания к лабораторной работе М-1 по курсу «Общая физика»/Под ред. С.П.Ерковича. М.: Изд-во МГТУ, 1990. 92с.