Типовой расчет по физике, 1 курс, 2 семестр, 14 вариант

Задача 3-1

Условие

Для данной колебательной системы необходимо:

1) Вывести дифференнциальное уравнение свободных затухающих колебаний, если сила сопротивления движению КС пропорциональна скорости, т.е. $\vec{F} = -r\vec{V}$, где r - коэффициент сопротивления.

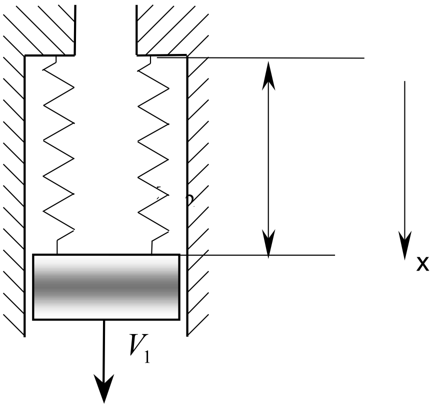
2) Определить круговую частоту ω_0 и период T_0 свободных незатухающих колебаний.

3) Найти круговую частоту ω и период T свободных затухающих колебаний.

4) Вычислить логарифмический декремент затухания.

5) Определить, используя начальные условия задачи и исходные данные, начальные амплитуду A_0 и фазу φ_0 колебаний.

6) Написать с учетом найденных значений уравнение колебаний.



Исходные данные:
$r = 0.3$кг/с,
$k_1 = 20$Н/м,
$k_2 = 18$Н/м,
$m = 0.08$кг,
$l_{10} = l_{20} = 0.1$м,
$L = 0.16$м,
$V_1 = 0.08$м/с.

Две параллельные пружины с коэффициентами жесткости k_1 и k_2 можно заменить одной пружиной с коэффициентом жесткости $k = k_1 + k_2$.
Примем за точку с $x = 0$ точку, в которой все силы, действующие на тело скомпенсированы. x_0 - точка, в которой пружина находится в нерастянутом положении. В точке $x = 0$ выполняется соотношение $mg = -kx_0$. Отсюда $x_0 = -\frac{mg}{k}$. В произвольной точке x сумма сил упругости и тяжести: $F = mg - k(x_1 - x_0) = mg - mg - kx = kx$. То есть можно заменить исходную пружину пружиной с такой же жесткостью и с недеформированным положением в точке $x_0 = -\frac{mg}{k}$. Последовательно вычислим искомые величины:

1) По Второму Закону Ньютона:
$$\vec{F} = m\vec{a}.$$
Рассмотрим это соотношение в проекции на ось x:
$$-kx - rV_x = ma_x \Rightarrow \ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$
Получено дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.

2) При отсутствии силы rV_x имело бы место соотношение: $-kx = ma \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$. Полученное уравнение является дифференциальным уравнением свободных незатухающих колебаний, причем $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 21.794c^{-1}$, а $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 0.288$с.

3) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \approx 21.714\text{с}^{-1}$, где $\beta = \frac{r}{2m}, T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \approx 0.289$с

4) $\delta = \frac{1}{\beta} = \frac{2m}{r} \approx 0.533$с

5) $\frac{kx_0^2}{2} + \frac{mV_1^2}{2} = \frac{kA_0^2}{2}$, где $x_0 = L - (l_{10} + \frac{mg}{k}) \Rightarrow A_0 = \sqrt{x_0^2 + \frac{m}{k}V_1^2} \approx 0.04$м;
$\varphi = \arcsin\left(\frac{x_0}{A_0}\right) \approx 1.478.$

6) Уравнение имеет вид: $x(t) = A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi)$.