

В. Н. Корчагин
ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В
ПОПЕРЕЧНЫХ МАГНИТНОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ
Методические указания к лабораторной работе Э-5 по курсу общей физики
Под редакцией Л. С. Ермолаева
МГТУ, 1991

Излагаются краткая теория движения электронов в поперечных магнитном и электрическом полях и методика экспериментального определения удельного заряда электрона. Для студентов 2-го курса всех специальностей МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Цель работы - изучить движение электронов в поперечных магнитном и электрическом полях и определить удельный заряд электрона.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

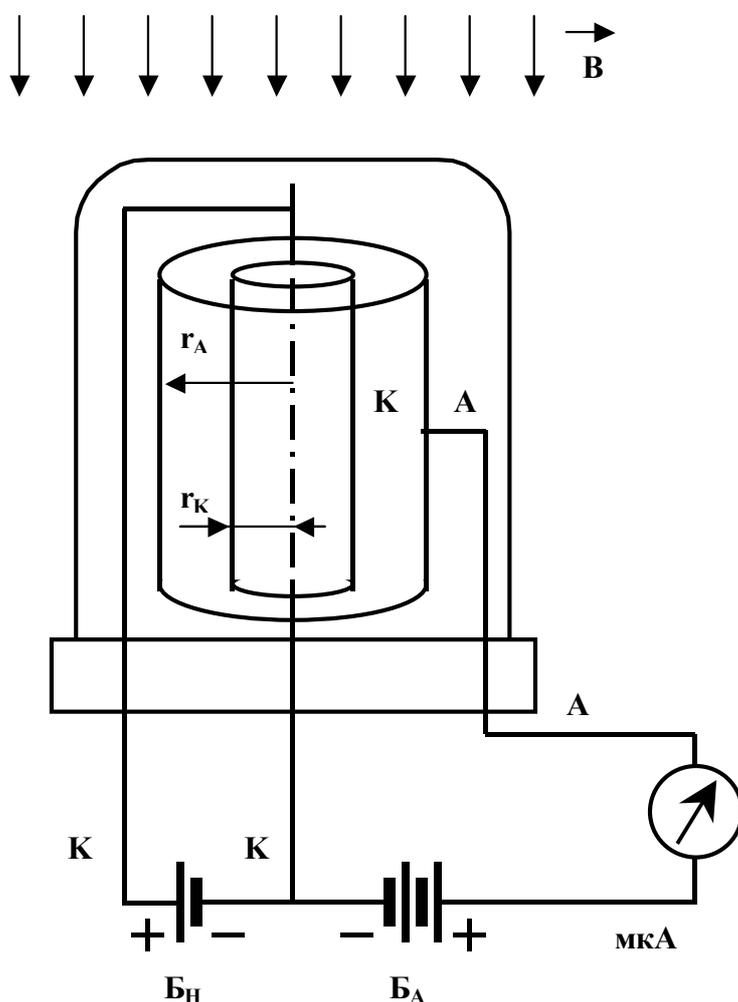


Рис.1

Для решения поставленной задачи используется установка (рис. 1), состоящая из двух электродной лампы (диода) с цилиндрическими коаксиальными электродами. Лампа помещена в однородное магнитное поле, созданное длинным соленоидом. Магнитное поле направлено параллельно осям электродов, а его индукция \vec{B} может изменяться в зависимости от тока в соленоиде.

Данная схема применяется в таких электронных приборах, как магнетроны. Магнетронами на-

зываются высоковакуумные двухэлектродные лампы, предназначенные для генерирования электромагнитных колебаний. Они отличаются от обычных электронных ламп тем, что в них электроны, летящие от катода к аноду, подвергаются воздействию не только электрического, но и магнитного поля.

В установке катод K диода нагревается током от источника ЭДС B_H . Источник ЭДС B_A создает между анодом A и катодом радиальное электрическое поле. При отсутствии аксиального магнитного поля эмитированные катодом электроны под действием радиального электрического поля движутся по радиусу KA , создавая анодный ток I_A (рис. 2, а). При наложении магнитного поля с индукцией \vec{B} , перпендикулярного плоскости чертежа и направленного от нас, возникает сила Лоренца, действующая на электрон в плоскости чертежа и искривляющая его траекторию

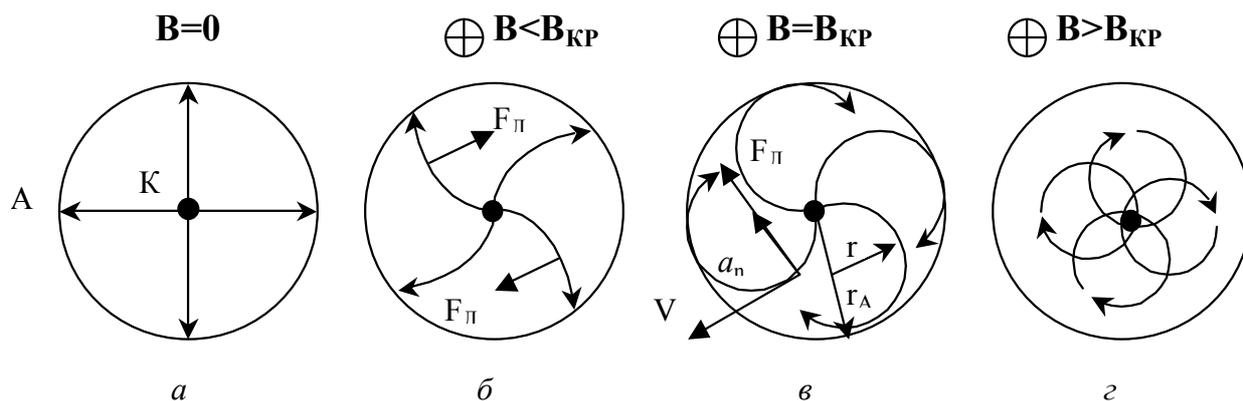


Рис. 2

(рис. 2, б). Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки. Используя это правило, следует помнить, что электрон является отрицательно заряженной частицей и за положительное направление его микро тока принимается направление от анода A к катоду K .

При малой индукции магнитного поля траектории электронов искривляются, но все электроны, так же как и в случае $B = 0$, попадают на анод, и анодный ток не изменяется. С увеличением индукции магнитного поля B происходит дальнейшее искривление траекторий электронов и при некотором значении индукции магнитного поля, называемом критическим $B_{кр}$, траектории электронов искривляются так, что только касаются поверхности анода (рис. 2, в). При дальнейшем увеличении индукции $B > B_{кр}$ радиус кривизны траектории уменьшается настолько, что электроны не долетают до анода, а возвращаются к катоду (рис. 2, г), вследствие чего анодный ток должен прекратиться. В этом случае микроамперметр (см. рис. 1) показывает резкое уменьшение анодного тока.

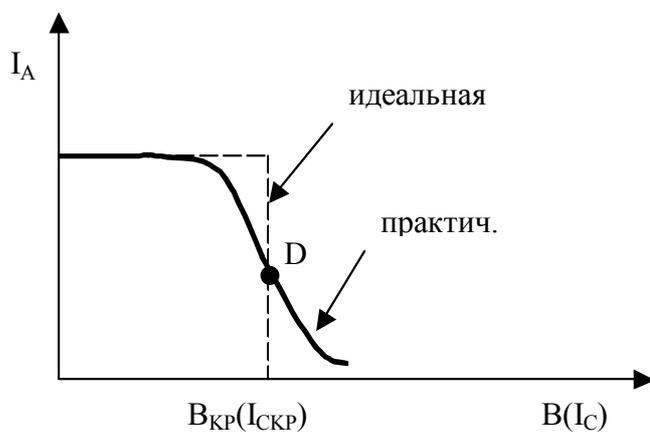


Рис.3

На рис. 3 приведена характеристика диода, помещенного в однородное магнитное поле, показывающая зависимость анодного тока от индукции магнитного поля. В идеальном случае характеристика должна иметь вертикальный спад анодного тока до нуля при критическом значении индукции $B_{кр}$.

Однако получаемые на практике характеристики $I_A=f(B)$ не имеют такой крутой падающей части (см. рис. 3). Отсутствие на этих характеристиках вертикального спада анодного тока объясняется двумя основными причинами.

Первая заключается в том, что электроны, движущиеся от катода к аноду, имеют различные скорости. Наличие у электронов различных скоростей можно пояснить следующим образом.

Как известно, среди общего числа свободных электронов в металле даже при нормальной температуре имеются электроны, обладающие повышенным значением энергии. Именно эти электроны в первую очередь покидают металл - возникает термоэлектронная эмиссия с катода. С повышением температуры катода число таких термоэлектронов возрастает, и в пространстве, окружающем катод, образуется электронное облако. Так как концентрация электронов в облаке в рабочем режиме лампы имеет порядок 10^{12} 1/см³ (что значительно меньше концентрации свободных электронов в металле 10^{21} 1/см³), электронное облако может рассматриваться как электронный газ со свойствами, близкими к идеальному газу. Поэтому поведение термоэлектронов достаточно хорошо описывается классическими законами и, в частности, распределение электронов по скоростям - распределением Максвелла. На фоне электронов, движущихся со скоростями, близкими по значению к средней или наиболее вероятной скорости, имеются электроны, обладающие сравнительно малыми и большими скоростями. Электроны с малой скоростью перестают попадать на анод при меньших значениях индукции $B_{кр}$, чем электроны с большей скоростью, ибо для прекращения поступления на анод быстрых электронов требуется большее значение индукции $B_{кр}$. В связи с этим уменьшение анодного тока происходит не сразу, а постепенно.

Вторая причина вызвана тем, что в выпускаемых промышленностью лампах всегда имеются отклонения от цилиндрической симметрии (овальность электродов и эксцентриситет между ними), обусловленные технологией изготовления. Нарушение симметрии приводит к тому, что для электронов, даже обладающих одинаковой скоростью, но движущихся в разных направлениях от катода, $B_{кр}$ имеет разные значения. Поэтому в момент достижения в диоде индукции, соответствующей $B_{кр}$ для идеальной лампы, электроны не будут одновременно касаться поверхности анода. Часть электронов попадет на анод, и в контуре лампы будет протекать электрический ток.

Удельный заряд электрона e/m (отношение заряда электрона к его массе) может быть определен исходя из следующих соображений.

Пусть v_0 - начальная скорость вылета электрона с поверхности катода, а v_A - конечная скорость электрона при достижении им анода. Однородное магнитное поле не совершает работы над движущейся частицей, а только искривляет траекторию его движения, так как сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости электрона, т.е. перпендикулярна его перемещению. Следовательно, изменение кинетической энергии электрона обусловлено действием только электрического поля. На основании закона сохранения энергии приращение кинетической энергии электрона, двигающегося в электрическом поле, равно работе, совершаемой полем при перемещении электрона от катода к аноду:

$$\frac{mv_A^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = eU \quad (1)$$

где U - разность потенциалов между катодом и анодом; m - масса электрона; e - заряд электрона.

Учитывая, что $v_A \gg v_0$ (примем $v_0 = 0$), из уравнения (1) определим скорость электрона, подошедшего к аноду:

$$v_A = \sqrt{2 \frac{e}{m} U} \quad (2)$$

Полагая в первом приближении, что электрон в однородном магнитном поле движется с постоянной скоростью $v = v_A$, определим вид его траектории.

Как известно, сила Лоренца, действующая на электрон, определяется формулой

$$\vec{F}_L = e[\vec{v}\vec{B}]$$

или

$$F_L = evB \sin(\vec{v}, \vec{B}) \quad (3)$$

Так как $\vec{v} \perp \vec{B}$, то $\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$ и

$$F_L = evB \quad (4)$$

В результате действия силы Лоренца электрон приобретает нормальное (центростремительное) ускорение (см. рис. 2, в)

$$a_n = \frac{F_L}{m} = \frac{e}{m} vB \quad (5)$$

Его можно также выразить зависимостью

$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad (6)$$

где r - радиус кривизны траектории в данной точке.

Из совместного решения уравнений (5) и (6) следует, что

$$r = \frac{v m}{B e} = \text{const} \quad (7)$$

т.е. электрон в однородном поперечном магнитном поле движется по окружности радиуса r .

При значении индукции $B = B_{KP}$ диаметр круговой траектории электрона равен расстоянию от катода до анода (см. рис 2, в).

$$2r = r_A - r_K$$

где r_A - радиус анода, r_K - радиус катода. Как правило, $r_A \gg r_K$ (тонкий катод), тогда

$$2r \approx r_A \quad (8)$$

и выражение (7) принимает вид

$$\frac{r_A}{2} = \frac{v m}{B_{KP} e} \quad (9)$$

Подставив в уравнение (9) значение скорости электрона $v = v_A$ из соотношения (2) и решив его относительно e/m , получим

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{r_A^2 B_{KP}^2} \quad (10)$$

Реально в диоде, помещенном в магнитном поле, электроны движутся от катода к аноду не с

постоянной скоростью, а с постепенно возрастающей от нуля до $v_A = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}$. Вследствие

этого их траектории несколько отличаются от окружностей. Однако более строгий расчет также приводит к зависимости (10), если выполняется условие $r_A \gg r_K$ [3] (см. приложение).

Индукция B аксиального магнитного поля, созданная длинным соленоидом, вычисляется по формуле

$$B = \mu_0 \mu I_C \frac{N}{l} \quad (11)$$

где B - индукция, Тл; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А² - магнитная постоянная; μ - относительная магнитная проницаемость среды (в нашем случае для воздуха $\mu = 1$); I_C - сила тока в обмотке соленоиде, А; N - число витков обмотки; l - длина соленоиде, м.

Из выражения (11) следует, что критическое значение индукция магнитного поля B_{KP} (см. рис. 3) получается при некотором критическом токе в соленоиде $I_{C,KP}$.

Подставив соотношение (11) в формулу (10), получаем окончательное выражение для определения удельного заряда электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{\left(r_A \mu_0 I_{C.KP} \frac{N}{l} \right)^2} \quad (12)$$

Таким образом, из зависимости (12) следует, что для определения удельного заряда электрона e/m нужно измерить разность потенциалов U между катодом и анодом диода, радиус цилиндрического анода r_A и критический ток $I_{C.KP}$ в обмотке соленоида, при котором достигается критическое значение индукции B_{KP} .

Для определения $I_{C.KP}$ необходимо построить зависимость анодного тока от тока в соленоиде: $I_A = f(I_C)$ (см. рис. 3).

Зависимость $I_A = f(I_C)$ аналогична зависимости $I_A = f(B)$, так как индукция B пропорциональна току в соленоиде I_C (11).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. Исследование влияния технологических факторов на характеристику диода

1. Собрать экспериментальную установку по схеме рис. 4. (Силовой блок, обведенный на схеме пунктиром, собран стационарно под лицевой панелью установки.)

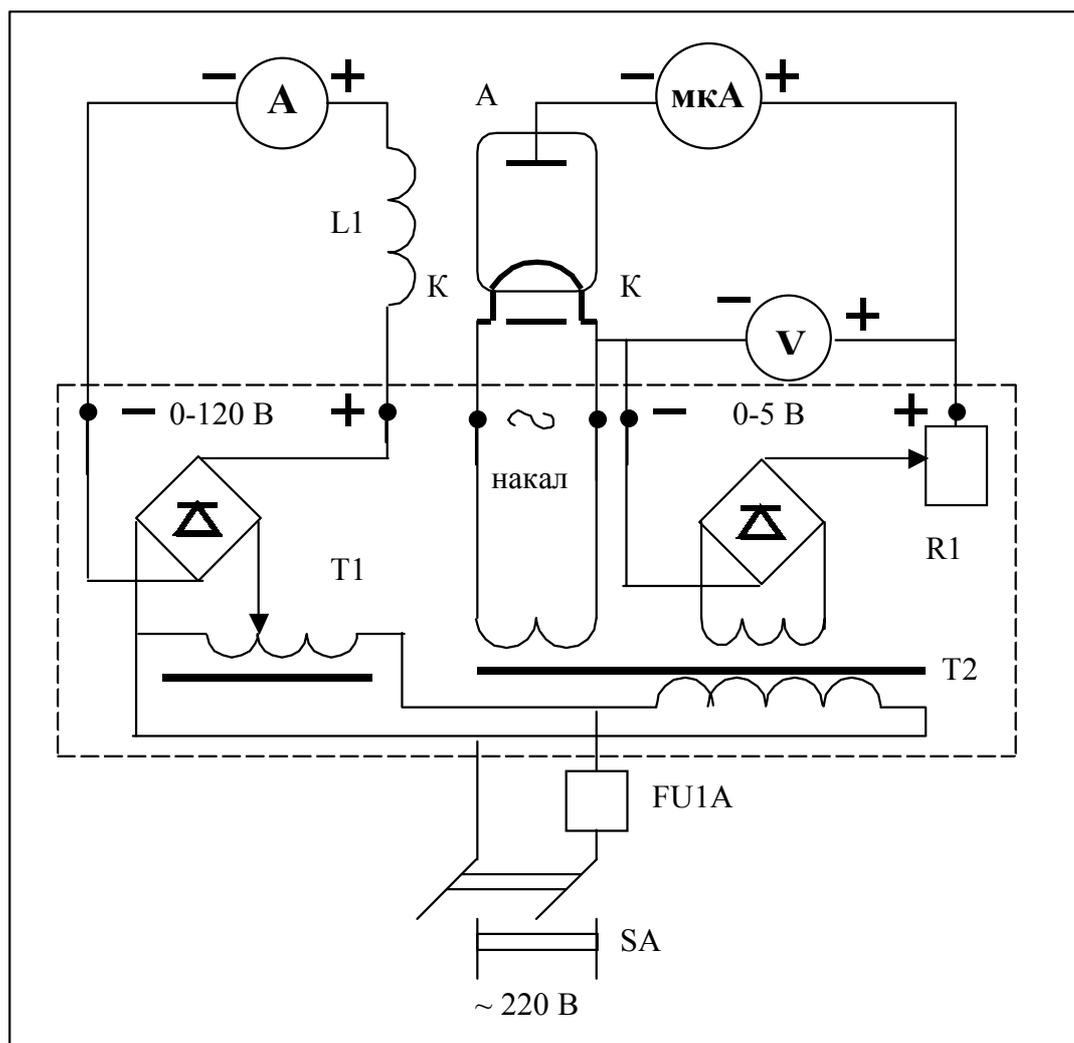


Рис. 4

В установке используется двухэлектродная лампа (диод) с цилиндрическим анодом и тонким катодом. (В данной работе применена лампа 2Ц2С.) Лампа № 1 помещается внутри длинного соленоида L1 так, что магнитное поле направлено вдоль оси анода. Радиус цилиндрического анода r_A , длина соленоида l и число витков N указаны на панели установки.

Контур соленоида состоит из соленоида L1, амперметра A, выпрямительного блока и лабораторного автотрансформатора (ЛАТРа) T1. Изменяя напряжение с помощью ЛАТРа T1 в пределах 0...120В, можно установить в контуре соленоида постоянный ток требуемого значения.

Контур лампы состоит из двухэлектродной лампы, микроамперметра мкА, вольтметра V, выпрямительного блока и реостата R1. Реостат R1 дает возможность изменять разность потенциалов U между катодом и анодом лампы в пределах 0...5 В.

Для нагрева катода через понижающий трансформатор T2 подается соответствующее переменное напряжение.

После сборки экспериментальной установки по схеме рис. 4 следует показать ее преподавателю или лаборанту.

2. Выставить ручку ЛАТРа T1 в нулевое положение, после чего включить установку в сеть (~220 В).

3. По истечении 2...3 минут, необходимых для разогрева катода лампы № 1, ручкой реостата R1 установить между катодом и анодом лампы разность потенциалов $U=1В$.

По микроамперметру зафиксировать значение анодного тока I_A , соответствующее приложенной разности потенциалов, и занести его в табл. 1 (при значении $I_C = 0$).

Таблица 1

I_C, A	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	...	1,0
Лампа № 1, I_A , мкА								
Лампа № 2, I_A , мкА								
Лампа № 3, I_A , мкА								

4. Снять характеристику диода №1, помещенного в магнитное поле, т.е. зависимость $I_A=f(I_C)$ при $U=1 В$. Для этого, вращая ручку ЛАТРа T1, следует фиксировать значения тока I_A в анодной цепи установки при изменении тока I_C в цепи соленоида. Ток в соленоиде следует изменять через каждые 0,1 А в интервале от 0 до 1 А.

Результаты эксперимента занести в табл. 1.

Внимание! Следить за показанием вольтметра V в процессе выполнения эксперимента, поддерживая заданное значение разности потенциалов между катодом и анодом лампы.

5. В последовательности, указанной в пп. 2... 4, снять характеристики $I_A=f(I_C)$ для ламп № 2 и №3 при разности потенциалов между катодом и анодом $U=1 В$. Результаты занести в табл. 1.

6. По данным табл. 1 для трех ламп построить на миллиметровой бумаге их характеристики - графики $I_A=f(I_C)$ (см. рис. 3). (Все графики расположить на одном чертеже.)

По полученным экспериментальным результатам (графикам) сделать вывод о влиянии технологических факторов на характеристику диода.

Из трех ламп выбрать лампу с лучшей характеристикой и для нее провести исследования в соответствии с рекомендациями, изложенными в задании 2.

Задание 2. Определение удельного заряда электрона.

1. Для выбранной лампы в последовательности, указанной в пп. 2... 4 задания 1, снять характеристики $I_A=f(I_C)$ при разности потенциалов между катодом и анодом лампы соответственно $U_1=1 В$, $U_2 = 1,5 В$, $U_3 =2 В$. (Если при $U_3 =2 В$ произойдет зашкаливание микроамперметра, то снять характеристику для $U_3 =0,5 В$.)

Результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

I _A , мкА при	Лампа № ; I _C , А						
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	...	1,0
U ₁ = 1 В							
U ₂ = 1,5 В							
U ₃ = 2 В							

2. По данным табл. 2 для трех значений разности потенциалов U₁, U₂, U₃, построить на миллиметровой бумаге характеристики выбранного диода. Все графики расположить на одном чертеже.

3. Для каждой характеристики определить критическое значение тока в соленоиде I_{C.КР}. Значение I_{C.КР} соответствует значению абсциссы точки перегиба D на графике I_A=f(I_C) (см. рис. 3), в окрестности которой анодный ток уменьшается наиболее резко.

4. Для трех значений I_{C.КР} и соответствующих значений U₁, U₂, U₃ по формуле (12) вычислить удельный заряд электрона e/m. Найти среднеарифметическое значение <e/m>. Значения r_A, l, N указаны на панели установки.

5. По отношению к табличному значению e/m = 1,75·10¹¹ Кл/кг вычислить относительную погрешность измерения среднеарифметической величины <e/m>:

$$\epsilon = \frac{|(e/m)_{\text{ТАБЛ}} - \langle e/m \rangle|}{(e/m)_{\text{ТАБЛ}}} \cdot 100\%$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Почему практическая характеристика диода отличается от идеальной?
2. Какова скорость электронов v_A, достигших анода при разности потенциалов U=1В? Вычисления провести по формуле (2).
3. Объяснить причины, которые приводят к расхождению полученного значения <e/m> в данной работе с табличным значением e/m.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 5 Т. - М.: Наука, 1998.
2. Физический практикум / А.Г.Белянкин, Г.П.Мотулевич, Е.С.Четвериков и др./Под ред. В.И.Ивероной. - М.: Физматгиз, 1962. - 816 с.
3. Власов В.Ф. Электронные и ионные приборы, - М.: Изд-во «Связь», 1960. - 734 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В полярной системе координат r, φ (см. рис.) уравнение движения электрона в тангенциальном направлении записывается следующим образом:

$$m a_{\tau} = F_{\text{Л}\tau} = e v_r B \quad (13)$$

где F_{Лτ} = e v_rB - тангенциальная составляющая силы Лоренца, которая может быть преобразована к виду

$$e v_r B = e \frac{dr}{dt} B = \frac{1}{2} \frac{eB}{r} \frac{d}{dt} (r^2) \quad (14)$$

Тангенциальное ускорение электрона a_τ формально можно представить в виде суммы двух ускорений: ускорения, обусловленного движением электрона по окружности радиуса r с центром в начале координат ($r\epsilon = r \frac{d^2\phi}{dt^2}$), и ускорения, обусловленного наличием у электрона перемен

ной радиальной составляющей скорости v_r ($2\omega v_r = 2 \frac{d\phi}{dt} \frac{dr}{dt}$):

$$a_\tau = r \frac{d^2\phi}{dt^2} + 2 \frac{d\phi}{dt} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) \quad (15)$$

С учетом (14) и (15) уравнение (13) принимает следующий вид:

$$d \left(r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) = \frac{1}{2} \frac{e}{m} B d(r^2) \quad (16)$$

Интегрируя (16) от $r=r_K$ до $r=r_A$, получим

$$\left(r^2 \frac{d\phi}{dt} \right)_A - \left(r^2 \frac{d\phi}{dt} \right)_K = \frac{1}{2} \frac{e}{m} B (r_A^2 - r_K^2) \quad (17)$$

Так как тангенциальная скорость электрона $v_\tau = r \frac{d\phi}{dt}$ у поверхности катода принята равной нулю, т.е.

$$\left(r \frac{d\phi}{dt} \right)_K = 0,$$

а у поверхности анода в момент касания

$$v_A = \left(r \frac{d\phi}{dt} \right)_A = \sqrt{2 \frac{e}{m} U},$$

то из выражения (17) при $B=B_{KP}$ следует

$$r_A \sqrt{2 \frac{e}{m} U} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} B_{KP} (r_A^2 - r_K^2),$$

откуда

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{r_A^2 B_{KP}^2 \left(1 - \frac{r_K^2}{r_A^2} \right)^2} \quad (18)$$

При $r_K \ll r_A$ (т.е. когда можно пренебречь радиусом катода) зависимость (18) совпадает с (10).

