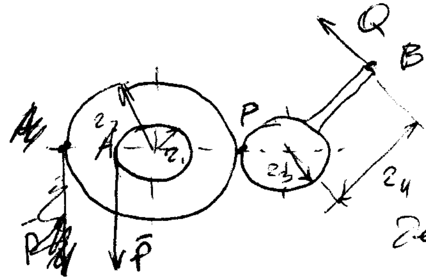
Билет №2

1. Т-ма об изменении кол-ва движения для мат-ной т-ки и механической системы

2. Колебания консервативной системы с одной степенью свободы.

3. Задача



С помощью принципа возможных перемещ. найти знач. силы Q при к-ром сист. будет нах-ся в равновесии.

$\boxed{\sum \bar{F}_i \delta \bar{r} = 0}$ — равновесие

$\boxed{P\delta r_1 + Q\delta r_2 = 0}$ где $\delta r_1, \delta r_2$ - возможн. перемещ.

$v_A = \frac{\omega_1}{r_1}$; $v_P = \frac{\omega_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{r_3}$

$\omega_1 = v_A \cdot r_1$

$v_P = \frac{v_A \cdot r_1}{r_2}$

$v_B = \frac{\omega_2}{r_4}$;

$\omega_2 = v_P \cdot r_3 = \frac{v_A \cdot r_1 \cdot r_3}{r_2}$

$v_B = \frac{v_A \cdot r_1 \cdot r_3}{r_2 \cdot r_4}$ или $\frac{v_A}{v_B} = \frac{r_2 \cdot r_4}{r_1 \cdot r_3}$

$Q = -P\frac{\delta r_1}{\delta r_2}$ т.к. $\frac{\delta r_1}{\delta r_2} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow$

$Q = -P\frac{v_A}{v_B} = P\frac{r_2 \cdot r_4}{r_1 \cdot r_3}$

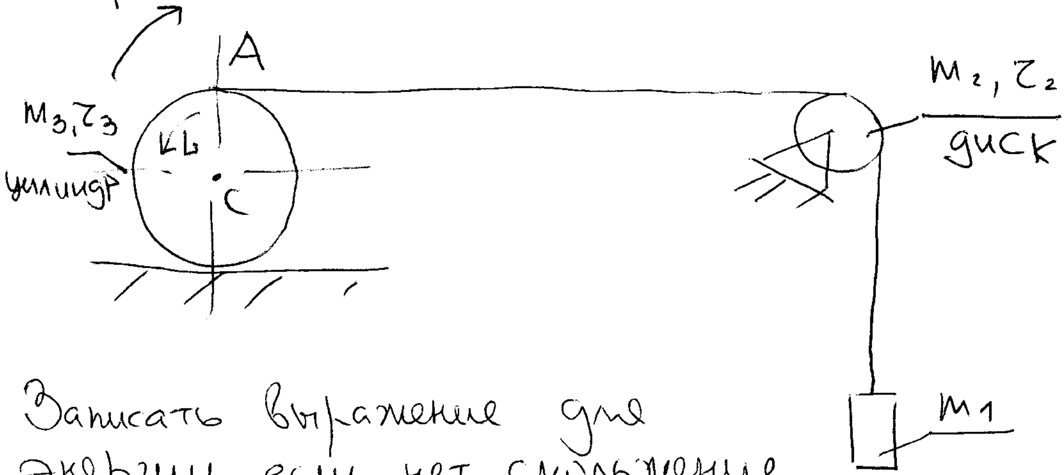
Билет 4

1) Т-ма об изменении кин. ~~энергии~~ момента

2) Случай вязкого трения в конед.

Задача 22

φ — обобщ. коорд.



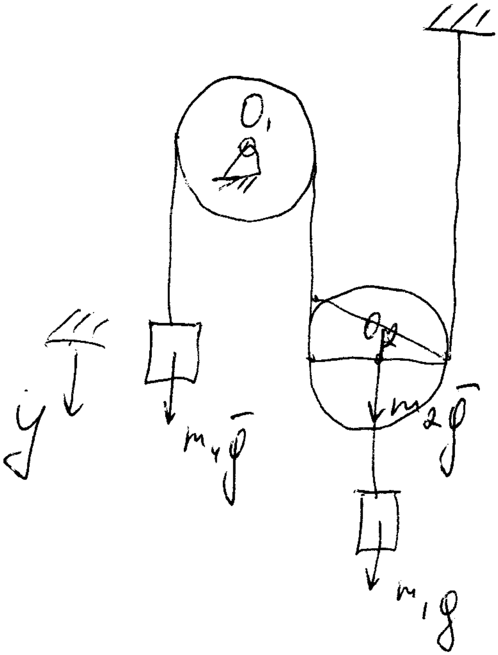
Записать выражение для энергии, если нет скольжения но есть качение. Обобщ. силы?

$$\overline{V_A} = 2\overline{V_c} \text{ — главное}$$

$$T = \frac{m_3 r_3^2 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_3(\dot{\varphi} r_3)^2}{2} + \frac{\frac{m_2 r_2^2}{2}\left(2\dot{\varphi}\frac{r_3}{r_2}\right)^2}{2} + \frac{m_1\left(2\dot{\varphi}\frac{r_3}{r_2}\right)^2}{2}$$

$$Q_\varphi = \frac{\Sigma A(M)}{\delta\varphi} = \frac{-L\delta\varphi + mg2(r_3\delta\varphi)}{\delta\varphi}$$

Билет №7



m_1, m_4, m_2, r_2

T, Q_y - ?

1) Т-ма об изменении кин. момента в относ. коорд-ах отн-но центра масс

2) Движение тела переменной массы.

$$v_{O_2} = \frac{1}{2}\dot{y}$$

$$T_1 = \frac{1}{8} m_1 \dot{y}^2$$

$$T_2 = \frac{1}{16} m_2 \dot{y}^2 + \frac{1}{8} m_2 \dot{y}^2 = \frac{3}{16} m_2 \dot{y}^2$$

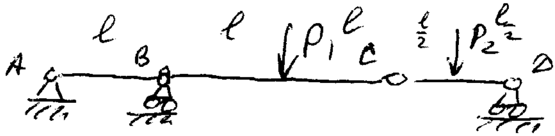
$$T_4 = \frac{1}{2} m_4 \dot{y}^2$$

$$T = T_1 + T_2 + T_4$$

$$Q_y = \frac{\sum F \cdot \delta r}{\delta y} = \frac{-m_1 g \cdot \frac{1}{2}\delta y - m_2 g \cdot \frac{1}{2}\delta y + m_4 g \ldots}{\delta y}$$

$$= m_4 g - \frac{1}{2} m_1 g - \frac{1}{2} m_2 g.$$

Билет №10

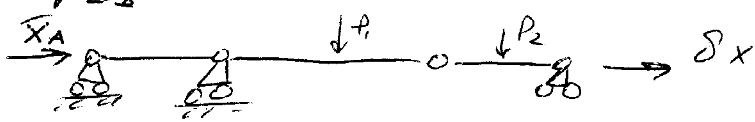


$P_1 = 1$ Н
$P_2 = 2$ Н
Опр. R_A принцип возможн. перем.

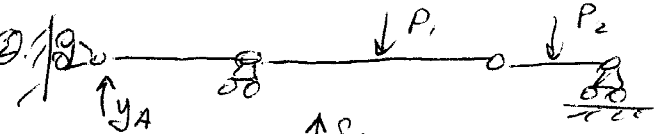
1. Потенц. сил. поле. Силовая ф-ция и потенц. эн. (18).

2. Приближ. теор. гироскопов. Т/ Резаля. Пр-хо прецессии.

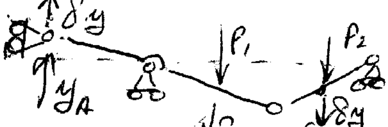
---

1. 

$$X_A\,\delta x = 0 \quad \Rightarrow X_A = 0.$$

2. 

отклон.



$\delta y_c = 2\delta y$.

$$y_A\,\delta y + P_1\,\delta y - P_2\,\delta y_c = 0.$$

$$y_A = P_1 + P_2 = 3.$$

$$\bar{R}_A = \bar{X}_A + \bar{y}_A \Rightarrow \boxed{R_A = 3}.$$

Билет № 12

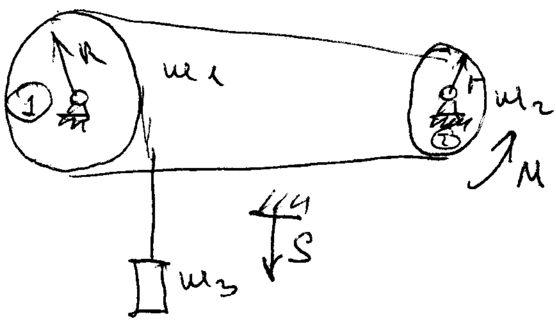
1. Главный вектор и главный момент сил инерции в общ. сл.
Опр.
2. Ур-е малых колебаний

Задача.

m_1, m_2, m_3

Найти

V(от перем.)



Решаем по т. об изм. кин. эн.

$$dT = \sum_k dA^{(i)} + \sum_k dA^{(e)} \quad (0)$$

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} \quad (1)$$

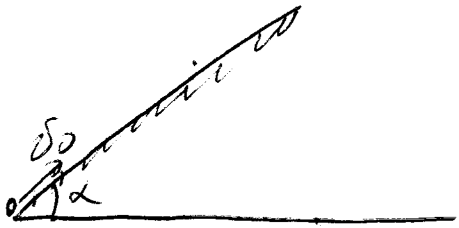
$$J_1 = \frac{m_1 r^2}{2} \qquad J_2 = \frac{m_2 R_2^2}{2}$$

$$V_1 = V_2 \Leftrightarrow \omega_1 r_1 = \omega_2 R \qquad \omega_1 = \frac{V}{r}; \ \omega_2 = \frac{V}{R}$$

$$dA^{(i)} = 0 \qquad dA^{(e)} = mg\, dS - M\, d\varphi \quad (2)$$

$$d\varphi = \dot\omega = \frac{V}{r} = \frac{\dot x}{r} = \frac{dx}{r} = \frac{dS}{r}$$

Билет № 13



Дано:

$\alpha = 30^\circ$

m

$\upsilon_0,\ f = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Т. утв. – ? $(S(t).)$ – ?

$$\vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\ddot{x} = -g$$

$$\dot{x} = -gt + c_1 \quad c_1 = \upsilon_0$$

$$x = -\frac{gt^2}{2} + \upsilon_0 t + c_2;\ c_2 = 0.$$

$$S = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$$

① Принцип возможных перемещений.

② Гироскоп. → Момент → Т. -ма Жуковского.

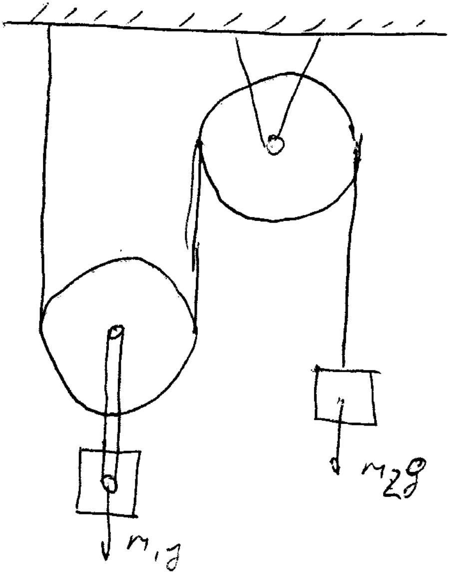
Билет № 14

Теория

1) Теорема Лагр - Дирихле

2) Движ. тела перем. массы

1 задача Циолковского.

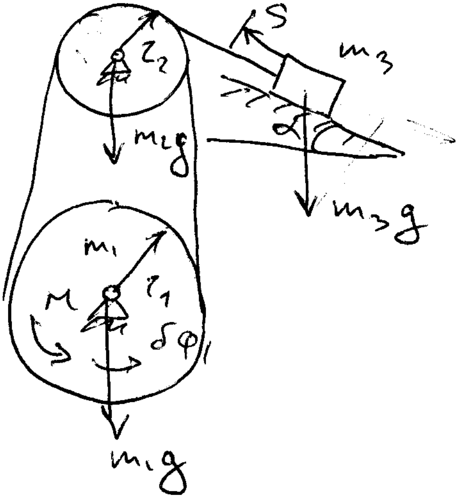


$m_1 = 8$ кг.

$m_2 = 3$ кг

$V(S)$ - ?

Билет № 16



Найти:

a_3 - ?

① Обоб. силы м/с
Ур. равн. через О/С

② Кин. пом.
тв. тело отн. 1
неп. точки

$\delta s = R_1 \delta \varphi_1$

Реш:

$$Q_s = \frac{-mg \sin\alpha\, \cancel{\delta s}}{\cancel{\delta s}} + \frac{M \cancel{\delta \varphi_1}}{\cancel{\delta s}\, R_1}$$

$$R_1 \omega_1 = R_1 \frac{d\varphi_1}{dt}$$

$$\dot{s} = R_1 \omega_1$$

$$T = T_1 + T_2 + T_3$$

$$T_1 = \frac{J_{o_1} \omega_1^2}{2} = \frac{m_1 R_1^2 \omega_1^2}{4} = \frac{m_1 \dot{s}^2}{4}$$

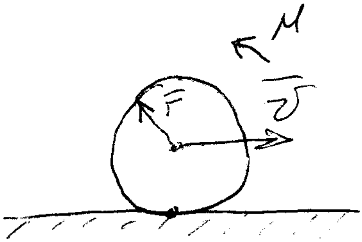
$$T_2 = \frac{J_{o_2} \omega_2^2}{2} = \frac{m_2 R_2^2 \omega_2^2}{4} = \frac{m_2 \dot{s}^2}{4}$$

$$T_3 = \frac{m_3 \dot{s}^2}{2}$$

$$T = \frac{\dot{s}^2}{2}\left(\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2} + m_3\right) \qquad \frac{\partial T}{\partial s} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}}\right) - \frac{\partial T}{\partial s} = Q_s \qquad \ddot{s} = a_3 \qquad \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} = \dot{s}(\ldots)$$

лет № 17



Дано: $m =$
$r =$
$\delta =$
$v_0 =$
Найти: S - ?
до остановки

$J_{cz} = \frac{1}{2} m r^2$

$\omega = \frac{v}{r}$

$M = \delta N = \delta m g$.

$$\begin{cases} E_н = \cancel{E_?} \frac{m v_0^2}{2} + \frac{J_{cz}\omega^2}{2} \\ E_к = 0 \end{cases}$$

$\Delta E = E_н$.

$dA_M = M d\varphi$.

$A_M = \delta N \varphi = \frac{\delta N S}{r}$

$S = \varphi r$

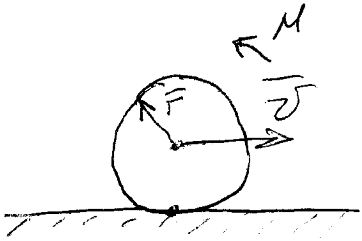
$N = mg$

$A_M = \Delta E \Rightarrow$

вие: диск массы m д. с начальной скоростью $\bar{v}_0$ движется по пов-ти, коэф-т трения кач-я δ.
Опр-ть путь S до остановки.

Теор. 1) Вывод Лагр II рода
2) Принцип отн. Галилея Ньютона.

Билет № 17



Дано: $m =$
$r =$
$\delta =$
$v_0 =$
Найти: S - ? до остановки

$J_{cz} = \frac{1}{2} m r^2$

$\omega = \frac{v}{r}$

$M = \delta N = \delta m g$

$$\begin{cases} E_н = \cancel{E_2} \frac{m v_0^2}{2} + \frac{J_{cz}\omega^2}{2} \\ E_к = 0 \end{cases}$$

$\Delta E = E_н$

$dA_M = M d\varphi$

$A_M = \delta N \varphi = \frac{\delta N s}{r}$

$s = \varphi r$

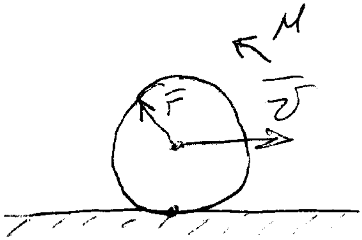
$N = mg$

$A_M = \Delta E \Rightarrow$

Условие: диск массы m д, с начальной скоростью $\bar{v}_0$ движется по пов-ти, коэф-т трения кач-я δ. Опр-ть путь S до остановки.

Теор. 1) Вывод Лгр Ⅱ рода
2) Принцип отн. Галилея-Ньютона.

Билет № 17



Дано: $m =$
$r =$
$\delta =$
$v_0 =$

Найти: S - ? до остановки

$$M = \delta N = \delta mg.$$

$$\begin{cases} E_н = \cancel{E_?}\ \dfrac{m v_0^2}{2} + \dfrac{J_{cz}\omega^2}{2} \\ E_к = 0 \end{cases}$$

$$J_{cz} = \frac{1}{2} m r^2$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\Delta E = E_н.$$

$$dA_M = M d\varphi.$$

$$A_M = \delta N \varphi = \frac{\delta N S}{r}$$

$$S = \varphi r$$

$$N = mg$$

$$A_M = \Delta E \Rightarrow$$

Условие: диск массы m кг, с начальной скоростью $\bar{v}_0$ движется по пов-ти, коэф-т трения кач-я δ.
Опр-ть путь S до остановки.

Теор. 1) Вывод Ур-р II рода
2) Принцип отн. Галилея Ньютона.

Билет № 18

1. Ур-я движе-я тв. тела при плоском дв-ии

$$M\ddot{x}_c = \Sigma F_{kx}^{(e)}$$

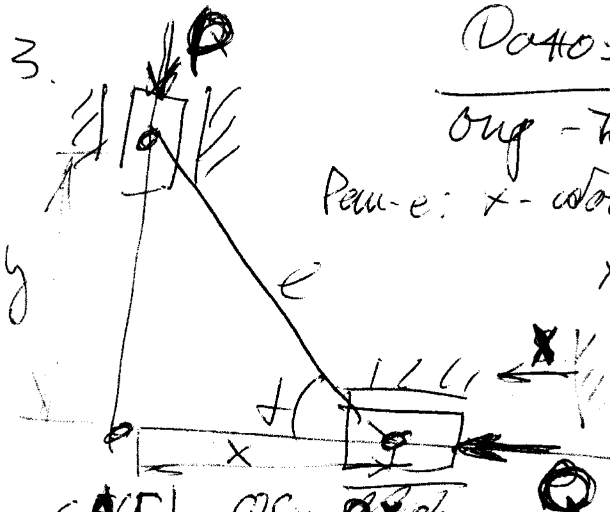
$$M\ddot{y}_c = \Sigma F_{ky}^{(e)}$$

$$J_{cz}\frac{d\omega}{dt} = \Sigma M_{cz}(\bar{F}_k)$$

2. АЧХ и ФЧХ ~~пр~~ ~~[illegible]~~ вынужденных колебаний

3. Дано: P, α

Опр-ть: $\vec{Q}$ (сила)



Реш-е: x - обобщ коорд.

$$x^2+y^2=\ell^2$$

$$y^2=\ell^2-x^2$$

$$y\delta y=-x\delta x$$

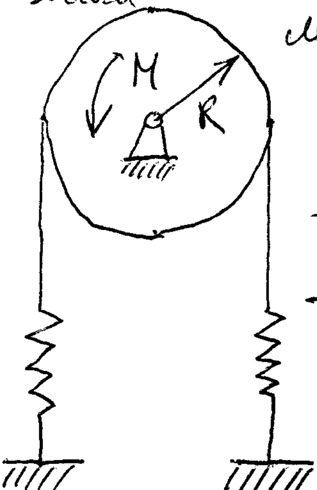
$$\delta y=-\frac{x}{y}\delta x$$

$$\frac{x}{y}=tg\,\alpha$$

$$Q=\frac{\Sigma A(F_k)}{\delta x}=\frac{Q\delta x-P\frac{x}{y}\delta x}{\delta x}=Q-P\,tg\,\alpha=0 \quad \boxed{Q=P\,tg\,\alpha}$$

Билет № 19

Задача



Масса m, жёсткость c, вынуждающий момент $M = M_0 \sin pt$,

Найти ур-е движ. системы и амплитуду вынужденных колебаний при отсутствии резонанса.

Решение:

$$T_{системы} = \frac{R^2 m \dot\varphi^2}{4}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi} = \frac{R^2 m \dot\varphi}{2}; \quad \Pi = \frac{cx^2}{2};$$

$$\partial x = R\partial\varphi$$

$$Q_\varphi = -\frac{\partial \frac{cR^2\varphi^2}{2}}{R\partial\varphi} = -cR\varphi$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -cR\varphi + M_0 \sin pt$$

$$\frac{mR^2\ddot\varphi}{2} = -cR\varphi + M_0 \sin pt$$

$$\ddot\varphi + \frac{2c}{mR}\varphi = 0 \text{ — ур-е собств. колебаний}$$

$$\lambda_{1,2} = \pm i\sqrt{\frac{2c}{mR}}; \quad \varphi_{o.o} = A_1 \cos\sqrt{\frac{2c}{mR}}\,t + A_2 \sin\sqrt{\frac{2c}{mR}}\,t$$

$$\varphi_{общее} = A_1 \cos\sqrt{\frac{2c}{mR}}\,t + A_2 \sin\sqrt{\frac{2c}{mR}}\,t + M_0 \sin pt$$

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A_{вын} = \frac{M_0^2}{\left|\frac{2c}{mR} - p^2\right|}$$

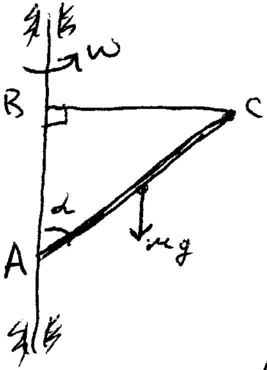
Вопросы: 1 Общее ур-е динамики
2. Динамические уравнения Эйлера

Билет №20

1) ~~Б~~ Lорф

2) 13(1)

Стр 369



AC = l

m

ω

α

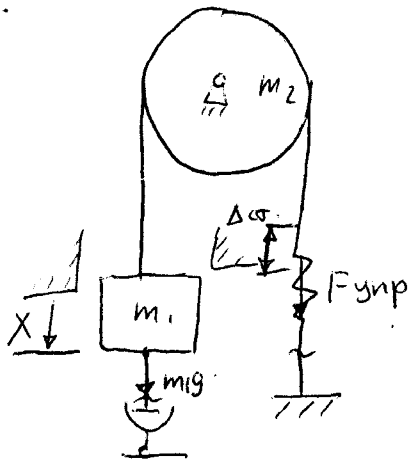
натяжение (T) нити BC

Билет №21

1. Уравнение Лагранжа в потенциальной ф-ме, ф-я Лагранжа.

2. Формула ~~вычисления~~ для кинетического ~~энергии~~ момента механической системы при сложном движении.

3.



m_1, m_2

c

$R = \mu \vec{v}$.

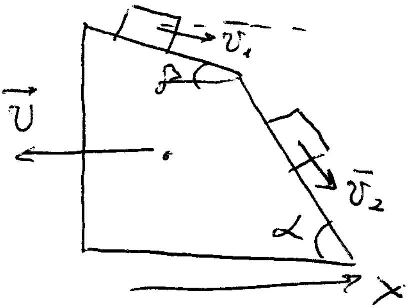
М. для того, чтобы был покой.

Усл. равновес.

$\Delta ст$ – перемещение – ?

Билет №22

1) Гироскоп. момент, пров. игровит.
2) Т-ма об изм. кин. энергии.



Дано: $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, m_1, m_2, β

Найти: $\vec{V}$

Абс скорость грузов:

$v' = v_1 \cos\beta - V$

$v'' = v_2 \cos\alpha - V$

Т о сохр. ~~кин. момента~~ кол-ва движения

$Q_x = Q_x(0)$

$Q_x(0) = 0$

$Q_x = -mV + m_1 v' + m_2 v''$

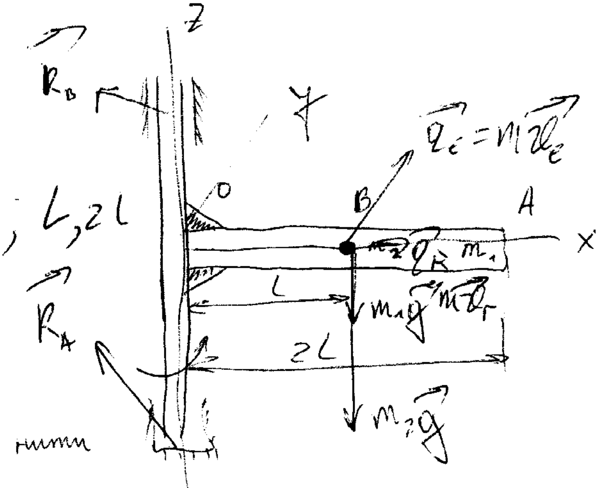
$V = \dots$

Билет №26.

1) Обобщ. силы. Услов. равнов.

2) Прибл. теория гироскопа; основн. допущения;

3)



Дано:

$w_0, m_1, m_2, L, 2L$

Найти:

W_A после пережигания нити

$OXYZ$ - подв. сист. коорд.

$$\vec{F}_e : M\vec{g}, m\vec{g}, \vec{R}_A, \vec{R}_B$$

$$L_z^e = \sum M_z(\vec{F}_k^e) = 0;$$

$$K_z^{мс} = K_z^{мс}(0) = const$$

$$K_z^{сис} = K_z^{трубки} + K_z^{шар.}; \quad K_z^{тр} = I_z^{тр}\omega_z,$$

$$K_z^{ш} = M_z(m\vec{v}) = M_z(m\vec{v}_r) + M_z(m\vec{v}_e);$$

$$K_z^{ш} = m v_e x = m\omega x^2;$$

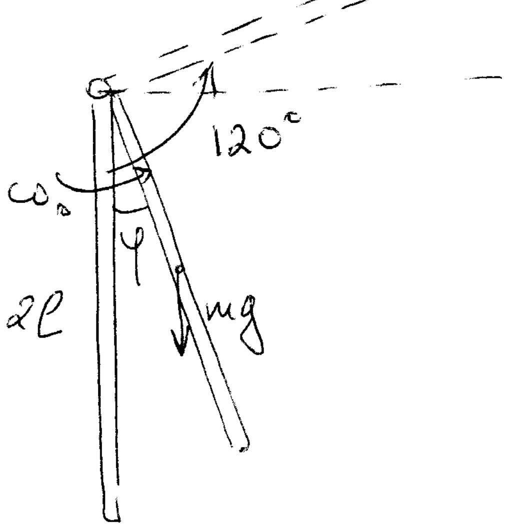
$$K_z^{сис} = [I + m x^2]\,\omega_z^{тр},$$

$$[I + m l^2]\,\omega_0 = [I + 4 m l^2]\,\omega$$

$$\omega = \frac{[I + m l^2]\,\omega_0}{I + 4 m l^2},$$

$$\underline{I = \frac{1}{3} m l^2} \quad ?$$

Билет №27



Масса стержня m, а длина $2l$. Найти начальную угловую скор ω_0, если стержень поднят на 120°.

ω_0 - ?

1. Возможные перемещения. Принцип возможных пер.
2. Дифференц урав. плоского движ. тв. тела.

$$T - T_0 = \sum A(F_k^{(e)})$$

$$T = 0 \qquad T_0 = \frac{1}{2} J_{z0} \omega_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m l^2 \omega_0^2 =$$

$$= \frac{1}{6} m l^2 \omega_0^2$$

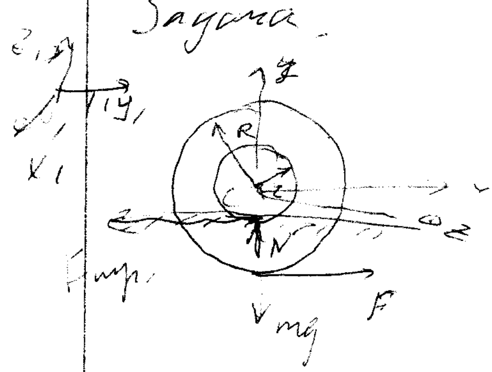
$$\sum A(F_k^e) = -mg\left(\frac{l}{2} + \frac{l}{4}\right) = -\frac{3}{4} mgl$$

$$\frac{1}{6} m l^2 \omega_0^2 = -\frac{3}{4} mgl$$

$$\omega_0 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2g}{l}}.$$

Билет №28

Задача.



m, ρ (рад. инерции), f, F

$F\big|_{\text{без прок-я}}$ — ?

1. Свобод. качение конс. сист. с 1 степ. своб.
2. Эллипсоид инерции. Главн. оси инерции.

$$\frac{dK_c}{dt} = L_c^{(e)} \qquad F_k^{(e)}: F, mg$$

$$= m\rho^2\varepsilon \sim \frac{\ddot{x}}{r} \qquad N: \bar{N}, F_{тр}$$

$$L^{(e)} = F\cdot R - F_{тр}\cdot r$$

$$OY: \; 0 = N - mg \Rightarrow N = mg \Rightarrow fmg$$

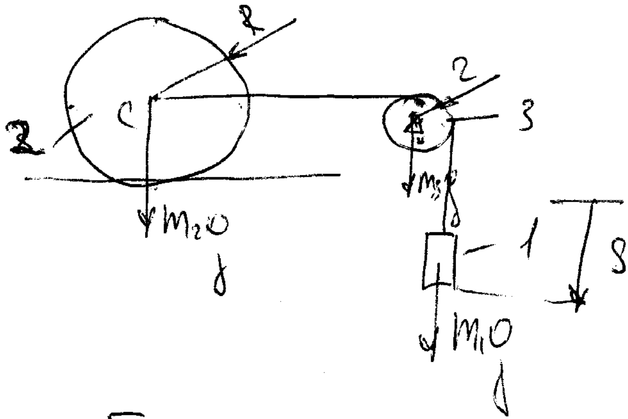
$\Rightarrow F_{тр\,max}$

$$OX: \; m\ddot{x} = F - F_{тр}, \quad \ddot{x} = \varepsilon r, \quad \frac{F - F_{тр}}{m}$$

$$m\rho^2 \cdot \frac{F - F_{тр}}{rm} = FR - \ldots r \qquad |F_{тр}| \le F_{тр\,max}$$

$F \le$ [illegible]

Билет №30



Дано

R, r, m_1, m_2, m_3

$a_1 - ?$

$$T = T_1 + T_2 + T_3$$

$$T_2 = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_2\omega^2}{2} \qquad V_c = V = s'$$

$$T_1 = \frac{mV^2}{2}$$

$$T_3 = \frac{I_3\omega^2}{2} \qquad I_2 = \frac{1}{2}mR^2$$

$$I_3 = mr^2$$

$$dT = \delta A = m_1 g\, ds$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\delta A}{dt} \rightarrow a - ?$$

1. Возможные перемещ. работа, идеальные связи

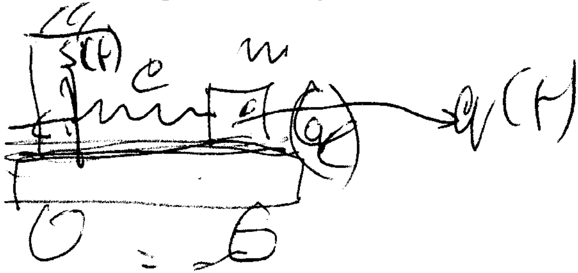
2. Колебания вынужденные. АЧХ, ФЧХ.

ХЕР ЗНАЕТ КАКОЙ

~~Билет №32~~

1. Принцип Даламбера для т. и с-мы т.

2. Движение инерции, Главные оси...



S'80, β=0

m, C

$k^2 = p.$