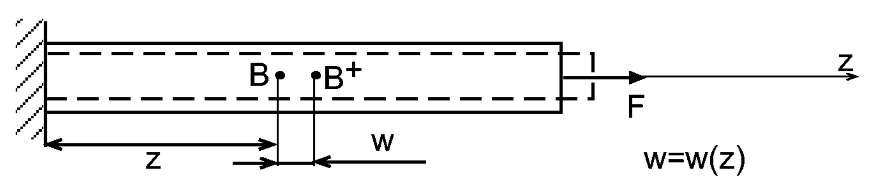
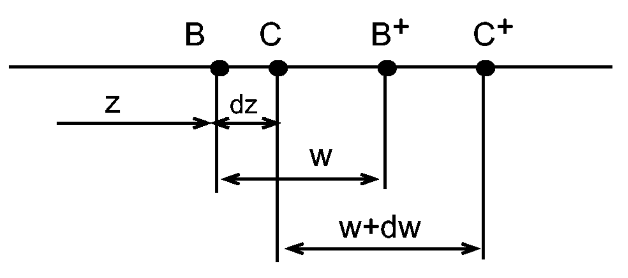
Лекция 2

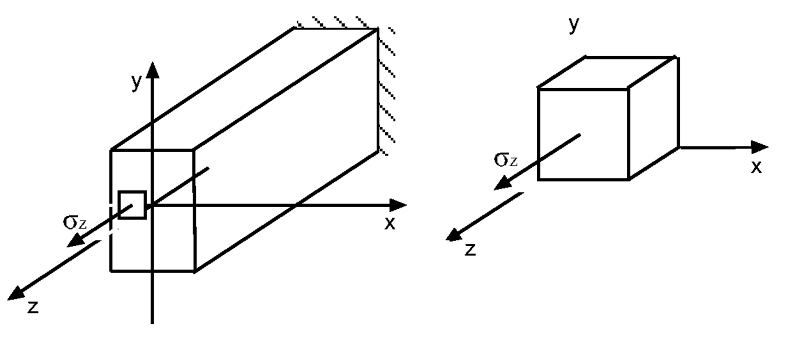




$$\epsilon_z(z) = \frac{B^+C^+ - BC}{BC} = \frac{dW}{dz}$$
$$\epsilon_z = \frac{\Delta(dz)}{dz}$$

Гипотеза о нормальных напряжениях

В поперечных сечениях стержней возникают только нормальные напряжения.



Закон Гука

$$\sigma_z = E\epsilon_z$$

E - модуль упругости I рода (модуль Юнга), зависит только от свойств материала, определяется экспериментально.

$$N = \int_A \sigma_z dA = \sigma_z A => \sigma_z = \frac{N}{A}$$

$$\Delta(dz) = \epsilon_z dz, \Delta l = \int_l \frac{Ndz}{EA}$$

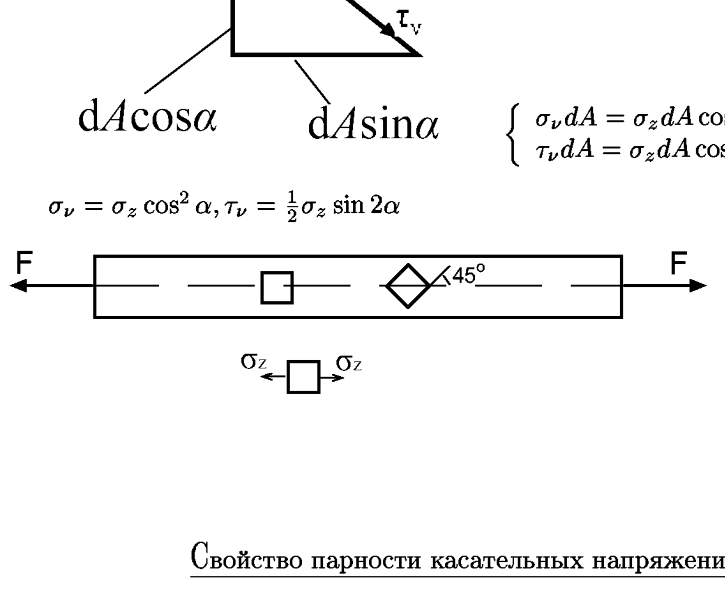
$$w = \int_z \frac{Ndz}{EA} + C; \frac{dw}{dz} = \epsilon_z(z)$$

EA - жесткость стержня при растяжении-сжатии.

$$\epsilon_z - \epsilon\text{прод}; \epsilon\text{поп} = -\mu\epsilon\text{прод}$$

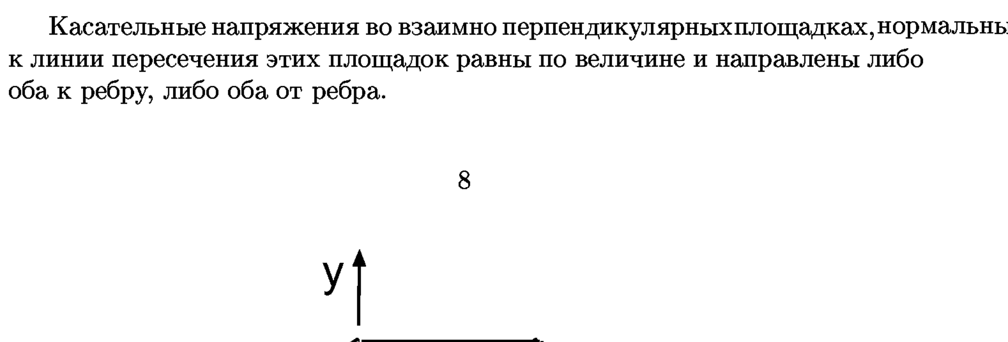
μ - коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации)

Напряжения в наклонных площадках



$$\begin{cases} \sigma_\nu dA = \sigma_z dA \cos\alpha * \cos\alpha \\ \tau_\nu dA = \sigma_z dA \cos\alpha \sin\alpha \end{cases}$$

$\sigma_\nu = \sigma_z \cos^2\alpha, \tau_\nu = \frac{1}{2}\sigma_z \sin 2\alpha$

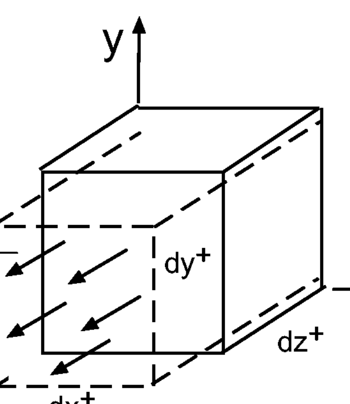


Свойство парности касательных напряжений

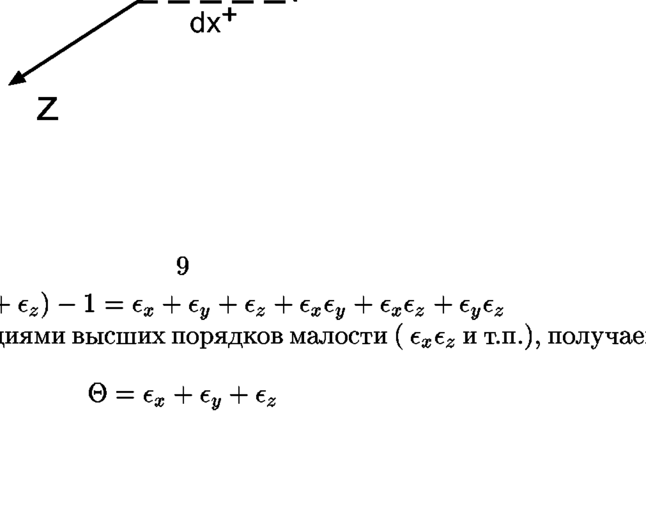
Касательные напряжения во взаимно перпендикулярных площадках, нормальные к линии пересечения этих площадок равны по величине и направлены либо оба к ребру, либо оба от ребра.

$$\sum M(z) = 0$$
$$\tau_2 dxdzdy = \tau_1 dydzdx$$
$$\tau_2 = \tau_1$$

Объемная деформация



$$\Theta = \frac{\Delta V^+ - \Delta V}{\Delta V}$$
$$\Delta V = dxdydz$$

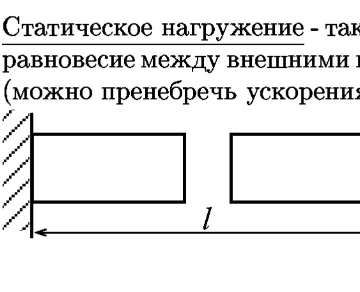


$\Delta V^+ = dz^+dy^+dx^+$

$dx^+ = (1+\epsilon_x)dx$
$dy^+ = (1+\epsilon_x)dy$
$dz^+ = (1+\epsilon_x)dz$

$\Theta = (1+\epsilon_x)(1+\epsilon_y)(1+\epsilon_z) - 1 = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z + \epsilon_x\epsilon_y + \epsilon_x\epsilon_z + \epsilon_y\epsilon_z$
Пренебрегая деформациями высших порядков малости ($\epsilon_x\epsilon_z$ и т.п.), получаем:

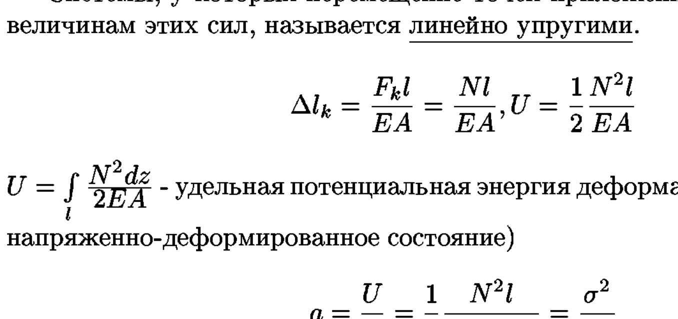
$$\Theta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$



$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$$
$$\epsilon_x = \epsilon_y = -\mu\frac{\sigma_z}{E}$$

Работа внешних сил и потенциальная энергия деформации

Статическое нагружение - такое медленное нагружение, при котором существует равновесие между внешними и внутренними силами в любой момент времени (можно пренебречь ускорениями частиц тела)



$W = U$, W - работа внешних сил, U - потенциальная энергия
$\Delta l = \int_l \frac{Ndz}{EA} = \frac{FL}{EA}, W = \frac{1}{2}F_k\Delta l_k = U$

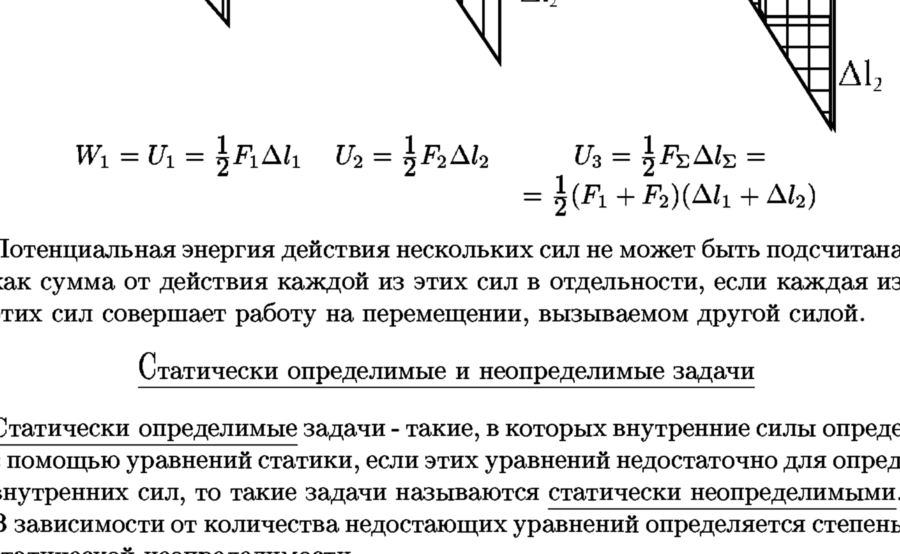
Системы, у которых перемещение точек приложения пропорционально величинам этих сил, называется линейно упругими.

$$\Delta l_k = \frac{F_k l}{EA} = \frac{Nl}{EA}, U = \frac{1}{2}\frac{N^2 l}{EA}$$

$U = \int_l \frac{N^2dz}{2EA}$ - удельная потенциальная энергия деформации (условие: однородное напряженно-деформированное состояние)

$$a = \frac{U}{V} = \frac{1}{2}\frac{N^2 l}{EA * Al} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

$a = \frac{\sigma^2}{2E}$ - удельная энергия деформации при растяжении-сжатии.

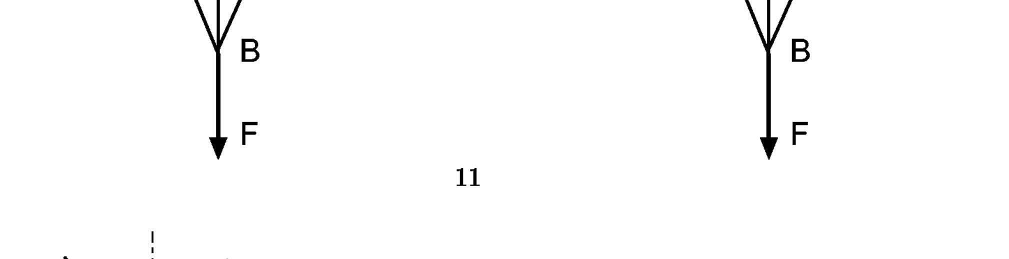


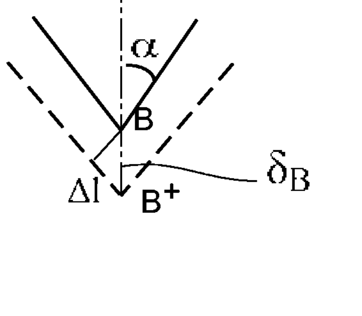
$W_1 = U_1 = \frac{1}{2}F_1\Delta l_1 \quad U_2 = \frac{1}{2}F_2\Delta l_2 \quad U_3 = \frac{1}{2}F_\Sigma\Delta l_\Sigma =$
$= \frac{1}{2}(F_1+F_2)(\Delta l_1 + \Delta l_2)$

Потенциальная энергия действия нескольких сил не может быть подсчитана как сумма от действия каждой из этих сил в отдельности, если каждая из этих сил совершает работу на перемещении, вызываемом другой силой.

Статически определимые и неопределимые задачи

Статически определимые задачи - такие, в которых внутренние силы определяются с помощью уравнений статики, если этих уравнений недостаточно для определения внутренних сил, то такие задачи называются статически неопределимыми.
В зависимости от количества недостающих уравнений определяется степень статической неопределимости.
Статически определимая задача:





$$2N\cos\alpha = F$$

$$N = \frac{F}{2\cos\alpha}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{F}{2A\cos\alpha}$$

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{Fl}{2EA\cos\alpha}$$