**Билет №2**

1. Сформулировать и доказать свойства двойного интеграла

**Линейность.** Если функции ,  интегрируемы по области , то их линейная комбинация  тоже интегрируема по области , и  .

**Док-во.** Для интегральных сумм справедливо равенство  . Переходя к пределу при 

**Аддитивность.** Если область  является объединением двух областей  и , не имеющих общих внутренних точек, то .

**Док-во.** Пусть область  разбита на подобласти , область  разбита на подобласти . Тогда объединение этих разбиений даст разбиение области :  на  подобластей. Интегральная сумма по области  равна сумме сумм по областям  и : . Как и в предыдущем случае, переходя к пределу при , получим требуемое равенство.

**Теоремы об оценке интеграла.**

Если функция  интегрируема по области , и для  выполняется , то .

**Док-во.**    (цифрами над знаками импликации обозначены номера применяемых ранее доказанных свойств).

**Теорема о среднем.** Если функция  непрерывна на области , то существует точка , такая что .

**Док-во.** Непрерывная на ограниченной замкнутой области  функция  принимает в некоторых точках этой области своё минимальное  и максимальное  значения. Так как , то , или . Непрерывная функция принимает, кроме того, любое значение, заключённое между m и M, в частности, значение . Следовательно, , откуда и следует доказываемое утверждение.

2. Числовые ряды. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Доказать необходимый признак сходимости.

**Числовым рядом** называется составленная из членов этой последовательности запись

.

Если существует конечный предел ***S*** последовательности частичных сумм ряда (18.1.1) при , то говорят, что ряд сходится; число ***S*** называют суммой ряда и пишут или .

Если  не существует (в том числе бесконечен), ряд называется **расходящимся**.

**Необходимый признак сходимости ряда**

 **стремится к нулю при : .**

**сходится . Обратное неверно. Пример – гармонический ряд.**

**Доказательство.** Если , то и , но  , следовательно **.**

С проверки выполнения условия **** надо начинать решение любой задачи на исследование сходимости ряда: если это условие не выполняется, то ряд заведомо расходится. Это условие необходимо, но не достаточно для сходимости ряда: общий член гармонического ряда (18.1.2) , однако этот ряд расходится.