# Билет №8

1. Сформулировать и доказать свойства тройного интеграла (заменяет везде двойной на тройной)

**Линейность.** Если функции ,  интегрируемы по области , то их линейная комбинация  тоже интегрируема по области , и  .

**Док-во.** Для интегральных сумм справедливо равенство  . Переходя к пределу при 

**Аддитивность.** Если область  является объединением двух областей  и , не имеющих общих внутренних точек, то .

**Док-во.** Пусть область  разбита на подобласти , область  разбита на подобласти . Тогда объединение этих разбиений даст разбиение области :  на  подобластей. Интегральная сумма по области  равна сумме сумм по областям  и : . Как и в предыдущем случае, переходя к пределу при , получим требуемое равенство.

**Теоремы об оценке интеграла.**

Если функция  интегрируема по области , и для  выполняется , то .

**Док-во.**    (цифрами над знаками импликации обозначены номера применяемых ранее доказанных свойств).

**Теорема о среднем.** Если функция  непрерывна на области , то существует точка , такая что .

**Док-во.** Непрерывная на ограниченной замкнутой области  функция  принимает в некоторых точках этой области своё минимальное  и максимальное  значения. Так как , то , или . Непрерывная функция принимает, кроме того, любое значение, заключённое между m и M, в частности, значение . Следовательно, , откуда и следует доказываемое утверждение.

2. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.

**Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.** Рассмотрим, вместе с рядом , ряд, составленный из модулей членов ряда (***А***): . Докажем **теорему**: если сходится ряд (|***A***|), то сходится исходный ряд (***А***).

Док-во. Пусть сходится ряд (|***A***|). Это – сходящийся ряд, поэтому множество его частичных сумм , ограничено. В частичной сумме исходного ряда  отделим множества неотрицательных и отрицательных членов; неотрицательным членам припишем индекс , у отрицательных членов вынесем знак за скобку и их модулям припишем индекс :  ; здесь символом  обозначена сумма входящих в  положительных членов,  обозначает сумму модулей входящих в  отрицательных членов, . Итак, .  - ограниченное множество, поэтому . Но  , . Суммы  тоже возрастают с ростом ***n*** и ограничены сверху, поэтому существуют конечные пределы . Но , поэтому сущ конечный предел , т.е. исходный ряд (***А***) сход, что и требовалось доказать.

**Определение.** Ряд  называется **абсолютно сходящимся**, если сходится ряд  абсолютных величин его членов. Если ряд  сходится, а ряд  расходится, то ряд  наз усл сходящимся.

Доказанная теорема сводит исследование некоторых знакопеременных рядов к положительным рядам. Для знакопеременных рядов определённой структуры **- знакочередующихся рядов** - также существует достаточный признак сходимости.