## Билет №12

**1. Несобственные интегралы.**

Интеграл первого рода определяют как предел последовательности двойных интегралов от непрерывной функции по «расширяющимся» областям, стремящимся к заданной неограниченной области. Если предел существует и конечен, то интеграл называется сходящимся, если предел не существует или бесконечен, то интеграл называется расходящимся.

**Опр Несобственного интеграла 1 рода**. Пусть функция ***f***(***x***) определена на полуоси  и интегрируема по любому отрезку [***a***,***b***], принадлежащему этой полуоси. Предел интеграла  при  называется несобственным интегралом функции ***f***(***x***) от ***a*** до  и обозначается . Т.е. . Если этот предел существует и конечен, интеграл  называется сходящимся; если предел не существует или бесконечен, интеграл называется расходящимся.

*Пример.* Показать, что несобственный интеграл первого рода  по области  сходится при  и расходится при .

Показать, что несобственный интеграл первого рода  по области  сходится при  и расходится при .Вычислим этот интеграл по области .

.

=

=

2. **Формула Остроградского – Гаусса.**

Пусть компоненты векторного поля  непрерывны и имеют непрерывные частные производные в пространственно односвязной замкнутой области V и на ее кусочно гладкой границе .

Тогда справедлива *формула Остроградского – Гаусса*

.

*Доказательство*

*1)* Будем доказывать часть формулы2) Пусть «верхняя» граница цилиндрического тела – поверхность  описывается уравнением , «нижняя» граница – поверхность  описывается уравнением . Боковую поверхность цилиндрического тела, параллельную оси OZ, обозначим .

Сразу заметим, что поток векторного поля через боковую поверхность равен нулю. Действительно, , так как нормаль на боковой поверхности ортогональна оси OZ и .Заметим также, что на «верхней» поверхности  , а на «нижней поверхности  . Поэтому при переходе от поверхностного интеграла по к двойному интегралу по области D и обратно надо менять знак, а при переходе от поверхностного интеграла по к двойному интегралу по области D и обратно менять знак не надо . =

==+=