**Билет №15**

1. Криволинейный интеграл 1ого рода.

Пусть в пространстве переменных ***x,y,z*** задана кусочно-гладкая кривая , на которой определена функция ***f***(***x***,***y***,***z***).Разобьём кривую точками  на  частей, на каждой из дуг  выберем произвольную точку , найдём  и длину  дуги , и составим интегральную сумму . Если существует предел последовательности интегральных сумм при , не зависящий ни от способа разбиения кривой на дуги , ни от выбора точек , то функция ***f***(***x***,***y***,***z***) называется интегрируемой по кривой L, а значение этого предела называется криволинейным интегралом первого рода, или криволинейным интегралом по длине дуги от функции ***f***(***x***,***y***,***z***) по кривой L, и обозначается  (или ).

**Теорема существования.** Если функция ***f***(***x***,***y***,***z***) непрерывна на кусочно-гладкой кривой L, то она интегрируема по этой кривой.

**Случай замкнутой кривой.** В этом случае в качестве начальной и конечной точки можно взять произвольную точку кривой. Замкнутую кривую в дальнейшем будем называть **контуром** и обозначать буквой ***С***. То, что кривая, по которой вычисляется интеграл, замкнута, принято обозначать кружочком на знаке интеграла: .

**Механические приложения. Масса** ***m*** материальной кривой  с плотностью μ(***x***,***y***,***z***) вычисляется по формуле .

**Стат моменты и коорд центра масс**. Пусть плоская материальная кривая  имеет плотность μ(***x***,***y***). Статический момент отн оси ***Ox*** опред-ся по формуле , отн оси Oy: .

Аналогично, стат моменты пространственной кривой отн-но координатных пл-тей вычисляются по формулам

, , 



 - для пространственной кривой, где ***m*** - масса кривой.

, 



, , , 

2. Вывести разложения в ряд Маклорена.

Это частный случай ряда Тейлора при х0=0.

****. Все производные этой функции в точке ***х***=0 равны , поэтому ряд имеет вид

.Область сходимости этого ряда - вся числовая ось

поэтому  при . Как следствие, остаточный член формулы Тейлора . Поэтому ряд сходится к **** в любой точке ***х***.

**.** Здесь 

**** дальше производные периодически повторяются. Ряд Маклорена имеет вид

.

Этот ряд абсолютно сходится при  , и его сумма действительно равна . Остаточный член формулы Тейлора имеетвид , где  или  - ограниченная функция, а  (это общий член предыдущего разложения).

**.**

Это разложение можно получить, как и предыдущие, последовательным вычислением производных, но мы поступим по другому. Почленно продифференцируем предыдущий ряд:

.

Сходимость к функции на всей оси следует из теоремы о почленном дифференцировании степенного ряда.