# **Билет №19**

1Вывести ф-лу Грина для односвязной обл.

**Теорема (формула) Грина.** Пусть G – плоская односвязная область с кусочно-гладкой границей L. Пусть функции P(x, y), Q(x, y) непрерывны и имеют непрерывные частные производные по своим переменным в области G и на L.

Тогда справедлива формула Грина

.

*Доказательство.*

область G можно представить как объединение конечного числа правильных областей . Пусть G – правильная область. Так как P, Q могут быть произвольными функциями, то формула Грина сводится двум формулам  и , каждую из которых надо доказать. Докажем первую формулу, вторая доказывается аналогично.

|  |  |
| --- | --- |
| YXDabL1L2y=ϕ(x)y=ψ(x)L | ==== 2. **Теорема Дирихле.** Предположим, что для функции , имеющей период , вычислены коэффициенты по формулам  ,...;3,2,1,0,cos)(1***n******dx******nx******x******f******a******n*** |

,...

3

,

2

,

1

,

sin

)

(

1















***n***

***dx***

***nx***

***x***

***f***

***b***

***n***

, и составлен ряд Фурье . Будет ли этот ряд сход? Будет ли его сумма = ?

Ответы на эти вопросы даёт **теорема Дирихле**.

Пусть функция  периода **** удовлетворяет следующим условиям: 1. непрерывна на интервале  всюду, за исключением конечного числа точек разрыва первого рода (т.е точек, в которых существуют конечные пределы слева  и справа , не равные друг другу);

2.Имеет на этом интервале конеч число экстремумов.

Тогда ряд Фурье сходится в каждой точке отрезка . Его сумма равна в точках непрерывности этой функции;  в точках разрыва этой функции;  в точках .

Условия 1-2 принято называть условиями Дирихле.

**Примеры разложения функций в ряд Фурье.**

Мы пишем , подразумевая, что это верно на интервале ; вне этого интервала функция периодически повторяется с периодом **.**

**Решение**. Вычисляем коэффициенты Фурье: ; .Итак,

0

sin

sin

1

sin

1

cos

1

cos

)

(











































































***nxdx***

***nx***

***x***

***n***

***nx***

***xd***

***n***

***nxdx***

***x***

***nxdx***

***x***

***f***

***a***

***n***



























































































***n***

***n***

***n***

***n***

***n***

***nx***

***xd***

***n***

***nxdx***

***x***

***b***

***nxdx***

***nx***

***x***

***n***

***n***

sin

)

cos(

cos

cos

1

sin

1

cos

cos

1



























































...

sin

)

1

(

...

4

4

sin

3

3

sin

2

2

sin

sin

2

sin

)

1

(

2

sin

)

1

(

2

1

1

1

1

1

***nx***

***n***

***x***

***x***

***x***

***x***

***nx***

***n***

***nx***

***n***

***x***

***n***

***n***

***n***

***n***

***n***