# **Билет №**23

1. **Поверхностный интеграл 1го рода: определение и механический смысл. Пример**

Определение поверхностного интеграла первого рода.Пусть в пространстве переменных ***x,y,z*** задана кусочно-гладкая поверхность , на которой определена функция ***f***(***x***,***y***,***z***).Разобьём поверхность на  частей , на каждой из частей  выберем произвольную точку , найдём  и площадь части  (которую будем обозначать тем же символом ), и составим интегральную сумму . Если существует предел последовательности интегральных сумм при , не зависящий ни от способа разбиения поверхности  на части , ни от выбора точек , то функция ***f***(***x***,***y***,***z***) называется интегрируемой по поверхности , а значение этого предела наз поверхностным интегралом первого рода, или поверхностным интегралом по площади поверхности, и обозначается .

**Масса поверхности**. ***m*** = .

**Статические моменты и центр масс**   ***xc*** = , ***yc*** = , ***zc*** = .

**Моменты инерции**. Момент инерции поверхности σ относительно прямой ***L*** равен ***IL***=, где =***rL***(***x***,***y***,***z***) - расстояние от точки (***x***,***y***,***z***), лежащей на поверхности σ, до прямой ***L***. В частности, моменты инерции отн координатных осей ***OX***, ***OY***, ***OZ*** равны

.

Момент инерции относительно точки ***P***(***x***0,***y***0,***z***0) равен



Момент инерции отн начала координат равен 

**2 .**Тригонометрические ряды (ряды Фурье) периодической функции периода **. Тригонометрическим рядом** называется ряд вида

.

Условия сходимости этого ряда мы сформулируем дальше, сейчас предположим, что этот ряд сходится в любой точке, и что его сумма равна . Очевидно, что  **- периодическая функция** периода **** (как сумма периодических функций). Выразим коэффициенты ряда через функцию . Умножая скалярно равенство  на 1, получим

. Так как , , то все слагаемые в сумме равны нулю, поэтому , или . Умножим то же равенство скалярно на , в результате . Здесь равны нулю все скалярные произведения, кроме скалярного квадрата функции  (в сумме при ), поэтому .Умножая равенство  на , получим (параметр  переобозначен ).

**Дирихле. Теорема Дирихле.** Поставим обратный вопрос. Предположим, что для функции , имеющей период ****, вычислены коэффициенты по формулам , и составлен ряд Фурье .

**теорема Дирихле**.Пусть функция  периода **** удовлетворяет следующимусловям:1)непрерывна на интервале  всюду, за исключением конечного числа точек разрыва первого рода (т.е точек, в которых существуют конечные пределы слева  справа , не равные друг другу);2)Имеет на этом интервале конечное число экстремумов.

Тогда ряд Фурье сходится в каждой точке отрезка . Его сумма равна

 в точках непрерывности этой функции; в точках разрыва этой функции в точках .

Условия 1-2 принято называть условиями Дирихле.