Билет №28

**Соленоидальное поле и его свойства.**

Векторное поле называется *соленоидальным*  в области V, если в любой точке M этой области 

**Свойства соленоидального поля.**

1. Для того чтобы поле было соленоидальным, необходимо и достаточно, чтобы поток через любую замкнутуюповерхность равнялся нулю.

Необходимость следует из формулы Остроградского – Гаусса, достаточность – из инвариантного определения дивергенции.

2. Поток соленоидального поля через любую поверхность, окружающую изолированный источник или сток, один и тот же.

|  |  |
| --- | --- |
| P | Рассмотрим две замкнутых поверхности  и , окружающие изолированный источник (сток). Будем считать векторное поле соленоидальным в пространственной области между поверхностями. Рассечем поверхности плоскостью P и выберем на ней «верхнюю» сторону плоскости и «нижнюю» сторону, введем на плоскости вектор нормали от «нижней» стороны к «верхней». Плоскость разделяет поверхности на «верхние» и «нижние» части. Обозначим на них направления внешних нормалей к поверхностям.  Рассмотрим две пространственных области. Одна из них лежит выше плоскости и ограничена верхними частями поверхностей и верхней частью плоскости. Вторая ограничена нижними частями поверхностей и нижней частью плоскости.  В той и другой области поле соленоидально. Следовательно, поток векторного поля через границы этих областей равен нулю.  ,  .  Складывая эти выражения, получим . |

3. Поток соленоидального поля через произвольное сечение векторной трубки один и тот же.

|  |  |
| --- | --- |
| n  a  S1  S2 | Обозначим Sбок –боковую поверхность векторной трубки. На боковой поверхности направления нормали и векторного поля ортогональны, так как векторная трубка образована векторными линиями, а вектор поля направлен по касательной к векторной линии. Поэтому поток векторного поля через боковую поверхность векторной трубки равен нулю (ПSбок.= 0).  Учитывая направления нормалей и вектора поля на сечениях векторной трубки S1 и S2, а также соленодальность поля, получим  .  *Следствие.* Векторные линии соленоидального поля не могут начинаться и заканчиваться внутри поля.  В самом деле, иначе конечный поток приходился бы на нулевую площадь источника или стока, что требовало бы бесконечной мощности источника или стока. |

**Опр-ие.** Непрерывные на отр  ф-ии  и  называются **ортогональными** на этом отрезке, если .

Другими словами, мы вводим понятие скалярного произведения функций на множестве функций, непрерывных на отрезке . Это скалярное произведение будем обозначать символом : . Функции  и  **ортогональны** на отрезке , если их скалярное произведение = 0.



**Теорема** (неравенство Бесселя) . *Если квадрат функции f интегрируем по промежутку $[-\pi, \pi]$,то числовой ряд \begin{displaymath}
\frac{a_0^2}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty }
(a_n^2+b_n^2)\end{displaymath}*

*сходится и имеет место неравенство*

*\begin{displaymath}
\frac{a_0^2}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty }
(a_n^2+b_n^2)\leq \frac1\pi \int\limits_{-\pi }^{\pi}
f^2(x)\,dx.\end{displaymath}*

**Теорема** (равенство Парсеваля). *Пусть $x_1, \dots ,x_n, \dots $-- полная ортонормированная система векторов в гильбертовом пространстве H. Тогда для любых векторов x и y из H справедливо равенство \begin{displaymath}
(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty }\lambda _k\overline{\mu _k},\end{displaymath}*

где $\lambda _k=(x,x_k)$и $\mu _k=(y,x_k)$являются коэффициентами Фурье векторов x и y соответственно. В частности \begin{displaymath}
\vert\vert x\vert\vert ^2=\sum_{k=1}^{\infty } \vert\lambda _k\vert^2.\end{displaymath}