**Билет №3**

1. Сведение двойного интеграла к повторному. Сформулировать теорему и привести пример.

Область на плоскости ***Oxy*** будем называть **простой (правильной) в направлении оси** ***Oy***, если любая прямая, проходящая через внутреннюю точку области  и параллельная оси ***Oy***, пересекает границу  в двух точках.

Пусть  - область, простая в направлении оси ***Oy***. Рассмотрим выражение . Эта конструкция определяется через два обычных определённых интеграла. После интегрирования по ***у*** во внутреннем интеграле (переменная ***х*** при этом рассматривается как постоянная) и подстановки по ***у*** в пределах от  до  получается функция, зависящая только от ***х***, которая интегрируется в пределах от ***a*** до ***b***. В дальнейшем мы будем обычно записывать этот объект без внутренних скобок:

.

Можно показать, что двукратный интеграл обладает всеми свойствами двойного интеграла:

Свойства линейности и интегрирования неравенств следуют из этих свойств определённого интеграла; интеграл от единичной функции даёт площадь области: ;

**Теорема о переходе от двойного интеграла к повторному.**

Пусть  - простая в направлении оси ***Oy*** область. Тогда двойной интеграл от непрерывной функции по области  равна повторному интегралу от той же функции по области : .

2. Знакоположительные ряды. Сформулировать и доказать признак сравнения. Привести примеры.

Термином "положительный ряд" мы будем называть числовой ряд с неотрицательными членами:  для .

**Признак сравнения.** Пусть даны два положительных ряда  и , для которых, хотя бы начиная с некоторого места (при ***n***>***N***), выполняется неравенство . Тогда:

если сходится ряд (***В***), то сходится ряд (***А***); если расходится ряд (***А***), то расходится ряд (***В***).

Другими словами, из сходимости большего ряда следует сходимость меньшего ряда, из расходимости меньшего ряда следует расходимость большего ряда. Сразу отметим, что **из расходимости большего ряда, как и из сходимости меньшего ряда, никаких выводов о сходимости второго ряда сделать нельзя.**

**Доказательство** этого утверждения непосредственно следует из сформулированного в начале раздела **признака сходимости положительных рядов**: если сходится больший ряд, то последовательность его частичных сумм ограничена, следовательно, ограничена последовательность частичных сумм меньшего ряда, следовательно, меньший ряд сходится; если расходится меньший ряд, то последовательность его частичных сумм неограничена, следовательно, неограничена последовательность частичных сумм большего ряда, следовательно, больший ряд расходится.

**Примеры** применения признака сравнения. 1. . Как и в случае несобственных интегралов, применение признака сравнения требует сначала сформулировать гипотезу о том, каково поведение ряда: если мы будем доказывать, что ряд сходится, мы должны будем оценить сверху общий член ряда так, чтобы ряд из оценок сходился; если будем доказывать, что ряд расходится, мы должны оценить общий член ряда снизу так, чтобы ряд из оценок расходился. В этом примере в числителе бесконечно большая (ББ) третьего порядка по ***n*** при ***n***, в знаменателе - четвёртого порядка, поэтому при больших ~ ******. Доказываем, что ряд расходится:  (мы уменьшили числитель и увеличили знаменатель), гармонический ряд расходится, следовательно рассматриваемый ряд расходится.