**Билет 30.**

**1. Оператор Гамильтона. Запись дифференциальных операций векторного анализа с помощью оператора Гамильтона.**

Оператор Гамильтона .Применим оператор Гамильтона к скалярному полю .

Оператор Гамильтона представляет собой вектор-оператор. Его можно скалярно или векторно умножить на векторное поле .

Это дифференциальные операции первого порядка над скалярным и векторным полями. От скалярного поля можно взять градиент, от векторного поля можно взять дивергенцию и ротор.

**Дифференциальные операции второго порядка.**

В резуьтате дифференциальных операций первого порядка мы получаем скалярные и векторные поля .

К ним вновь можно применить дифференциальные операции первого порядка. От скалярного поля можно взять градиент, получив векторное поле . От векторных полей можно взять ротор и дивергенцию, получив скалярные поля , и векторные поля , . Итак, дифференциальные операции второго порядка позволяют получить скалярные поля ,  и векторные поля , , .

**2. Ряды Фурье. Дост усл равн сходимости ряда Ф.**

Равномерная сходимость рядов Фурье

Напомним, что последовательность функций *fn* сходится к функции *f* равномерно на промежутке [*a*,*b*], если величина ![\begin{displaymath} \sup\limits_{x\in[a,b]}\vert f(x)-f_n(x)\vert,\end{displaymath}]()называемая супремум нормой  функции *f*-*fn*, стремится к нулю при .Ряд Фурье называется равномерно сходящимся , если последовательность его частичных сумм равномерно сходится к сумме ряда. Из общей теории функциональных рядов ясно, почему важно понятие равномерной сходимости: оно фигурирует в теоремах о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости функционального ряда. Однако эти вопросы для тригонометрических рядов мы уже рассмотрели выше с помощью специфических премов, не использующих общей теории функциональных рядов. Поэтому сейчас для нас вопрос о равномерной сходимости ряда Фурье имеет характер чистого любопытства: верно ли, что для достаточно больших *n* график частичной суммы ряда Фурье *Sn* целиком попадает в полоску между графиками ф-ций и ?

**Теорема.**  *Если -периодическая функция непрер диффер-ма, то ее ряд Фурье сходится к ней равномерно на всей числовой прямой.*

**Доказательство.** Мы уже знаем, что для каждого ряд Фурье функции *f* сходится поточечно, поскольку при .Равномерную сходимость установим с помощью признака Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда, который утверждает, что если для каждого номера *n* найдутся числа *cn* такие, что для всех ![$x\in [a,b]$]()выполняются неравенства и числовой ряд сходится, то функциональный ряд сходится равномерно на промежутке [*a*,*b*].

Пусть, как обычно, *an*, *bn* обозначают коэффициенты Фурье функции *f*, а *a*'*n*, *b*'*n* -- коэффициенты Фурье функции *f*'. Из теоремы о дифференцировании ряда Фурье вытекает, что |*an*|=|*b*'*n*|/*n* и |*bn*|=|*a*'*n*|/*n*, а значит





для всех [среднее неравенство написано на основании очевидной формулы ]. Сходимость числового ряда вам известна из курса математического анализа, а ряд сходится на основании неравенства Бесселя



[ведь промежуток ![$[-\pi, \pi]$]()имеет конечную длину, а функция *f* непрерывна, а значит, и ограничена на нем]. Таким образом, заключение теоремы вытекает из признака Вейерштрасса.