# **Билет №4**

1. Замена переменных в двойном интеграле. Сформулировать теорему и привести пример вычисления двойного интеграла в полярной системе координат.

**Теорема о замене переменных в двойном интеграле.** Пусть на плоскости ***Ouv*** задана область ***G***, и пусть отображение  преобразует эту область в область ***D*** на плоскости ***Oxy****.*  Будем считать, что отображение ***F*** задаётся функциями . Пусть:

1). ***F*** взаимно однозначно отображает ***G*** на ***D***;

2). функции ***x****(****u,v****)****, y****(****u,v****)* непрерывно дифференцируемы на ***G*** (имеют непрерывные частные производные);

3). якобиан  не обращается в нуль на ***G****.* Докажем, что в этих предположениях 

**Двойной интеграл в полярных координатах.** Нам придётся применять эту формулу, в основном, для перехода к полярным координатам. Роль переменных ***u***и ***v*** будут играть ***r***и . Как известно, . Вычислим якобиан: , следовательно, . Двойной интеграл в координатах ***r****,* вычисляется также как и в координатах ***x****,****y****,* переходом к двухкратному, при этом внешний обычно берут по . Если область ***D***описывается как , то . Естественно, если  - кусочные функции, то внешний интеграл разбивается на несколько слагаемых.

2. Знакоположительные ряды. Сформулировать и доказать придельный признак сравнения.

Термином "положительный ряд" мы будем наз числовой ряд с неотрицательными членами:  для .

**Предельная форма признака сравнения.** Если существует конечный , то ряды (***А***) и (***В***) сходятся или расходятся одновременно.

**Доказательство.** По определению предела для  . Последнего неравенства достаточно для доказательства всех утверждений теоремы.  сходится  сх-ся  сх-ся. остальные случаи схематично: (***А***) расх-ся  (3***К***/2 ***B***) расх-ся  (***B***) расх-ся; (***B***) сх-ся  (3***К***/2 ***B***) сх-ся  (***A***) сх-ся; (***B***) расх-ся  (***К***/2 ***B***) расх-ся  (***A***) расх-ся.

**Примеры** применения предельного признака сравнения. 1. . Теперь этот пример решается просто. Будем считать исходный ряд рядом (***А***), возьмём ; , (***В***) расх-ся  (***А***) расх-ся.