# **Билет №5**

1. Геометрические и механические приложения двойного интеграла.

**Геометрический смысл каждого слагаемого интегральной суммы:** если , то  - объём прямого цилиндра с основанием  высоты ; вся интегральная сумма  - сумма объёмов таких цилиндров, т.е. объём некоторого ступенчатого тела (высота ступеньки, расположенной над подобластью , равна ). Когда , это ступенчатое тело становится всё ближе к изображенному на рисунке телу, ограниченному снизу областью , сверху - поверхностью , с цилиндрической боковой поверхностью, направляющей которой является граница области , а образующие параллельны оси . Двойной интеграл  равен объёму этого тела.

Пусть задана плотность вещества плоской материальной области D ρ(x, y). Выделим элементарную ячейку с массой dm и применим к ней известные формулы для материальной точки:

Статические моменты относительно осей OX, OY dmx = y dm = y ρ(x, y) ds,

 dmy = x dm = x ρ(x, y) ds.

Моменты инерции относительно осей OX, OY dJx = y2 dm = y2 ρ(x, y) ds,

 dJy = x2 dm = x2 ρ(x, y) ds.

Момент инерции относительно начала координат dJ0 = dJx + dJy.

Двойным интегралом по всей области D вычисляем те же характеристики для области D.

, , , , J0 = Jx + Jy.

Координаты центра тяжести , где  - масса области D.

2. Знакоположительные ряды. Доказать признак Доламбера. Привести пример.

Термином "положительный ряд" мы будем наз числовой ряд с неотрицательными членами:  для .

**Признак сходимости Даламбера.** Пусть для положительного ряда существует . Тогда

если ***q***<1, то ряд сходится,

если ***q*** >1, то ряд расходится,

если ***q***=1, то ряд может и сходиться, и расходиться.

**Доказательство.**

1. Пусть <1. Возьмём . . Если ***q***<1, то число . Итак, при . Выпишем это неравенство для : , , , … , . Все члены ряда, начиная с ***N***+2-го, меньше членов сходящейся геометрической прогрессии, поэтому  сходится, поэтому  сходится.

2. Пусть >1. Возьмём . .

Если ***q***>1, то число . Итак, при . Выпишем это неравенство для : , , , … , . Все члены ряда, начиная с ***N***+2-го, больше членов расходящейся геометрической прогрессии, поэтому  расходится, поэтому  расходится.

3. Для рядов  и  мы опять получим ***q*** =1. Первый из этих рядов сходится, второй расходится, но для обоих ***q***=1, т.е. в этом случае вопрос о сходимости ряда действительно остаётся открытым.

**Примеры**. 1. ;  , поэтому ряд сходится.