# **Билет №7**

1. Дать определение тройного интеграла и т.д.

Если существует предел последовательности интегральных сумм при , не зависящий ни от способа разбиения области ***V*** на подобласти , ни от выбора точек , то функция  называется интегрируемой по области ***V***, а значение этого предела называется тройным интегралом от функции по области ***V*** и обозначается .

Если расписать значение  через координаты точки , и представить  как , получим другое обозначение тройного интеграла: . Итак, кратко, .

**Теорема существования тройного интеграла.** Если подынтегральная функция  непрерывна на области ***V***, то она интегрируема по этой области.

**Механические приложения тройного интеграла.** Пусть ***V*** - тело в пространстве, в котором задано распределение объёмной плотности массы  (,, где ***G*** - область, содержащая точку ***Р***,  - масса этой области,  - её объём). **Механические приложения двойного интеграла**, Масса тела ;

координаты центра тяжести, ,

моменты инерции  отн пл-ти ***Oxz***,  (относительно оси ***Ox***),  (относительно начала координат).

2. Знакоположительные ряды.

Термином "положительный ряд" мы будем наз числовой ряд с неотрицательными членами:  для .

**Интегральный признак Коши.**

**Теорема.** Пусть члены положительного числового ряда  являются значениями непрерывной монотонно убывающей неотрицательной функции  при натуральных значениях аргумента:  Тогда ряд  и несобственный интеграл  сходятся или расходятся одновременно.

**Доказательство.** Обозначим . Согдасно геометрическому смыслу определённого интеграла, это площадь криволинейной трапеции под кривой ***у***= над отрезком [1,***n***]. Частичная сумма  - площадь ступенчатой фигуры, расположенной над криволинейной трапецией (сплошная верхняя граница на рисунке). Сумма  - площадь ступенчатой фигуры, расположенной под криволинейной трапецией (пунктирная верхняя граница на рисунке). Очевидно, , или . Из этого неравенства, в котором , ,  - монотонно возрастающие с ростом ***n*** последовательности, и следуют все утверждения теоремы.

Теперь мы можем дать простое доказательство того, что ряд Дирихле 

сходится при ***s***>1 и расходится в остальных случаях. Функция  удовлетворяет условиям теоремы: непрерывна, монотонно убывает, . Интеграл  сходится, как мы знаем, при ***s***>1 и расходится при других значениях ***s***, ч.т.д.

x

1

2

n-1

n

a1

a2

an-1

an

f(x), an