

I. Проверьте, являются ли оригиналами следующие функции:

1. $f(t) = 3^t \eta(t)$
2. $f(t) = t^3 \eta(t)$
3. $f(t) = e^{it} \eta(t)$
4. $\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_0 f(t) = (7-i)t \eta(t)$
5. $f(t) = (t+1) \eta(t)$
6. $f(t) = e^{7t} \eta(t) + t \eta(t)$
7. $f(t) = 2^{\sqrt[3]{1+t^4}} \eta(t)$
8. $f(t) = e^{-t^3} \eta(t)$
9. $f(t) = \backslash \backslash \eta(t)$
10. $f(t) = tg \frac{1}{t} \eta(t) + ctgt \eta(t)$
11. $f(t) = e^{(5+i)t^3} \eta(t)$
12. $f(t) = \frac{1}{t} \eta(t) + e^{5t} \eta(t)$
13. $f(t) = \frac{1}{t-4} \eta(t)$
14. $f(t) = tg t \eta(t)$
15. $f(t) = \frac{1}{3^t + 1}$

II. Докажите, что функция $f(t)$ является оригиналом и найдите ее изображение.

1.

а) $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

б) $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ -1, & 1 < t < 2 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

в) $f(t) = \begin{cases} 1, & 1 < t < 3 \\ 2, & t > 3 \\ 0, & t < 1 \end{cases}$

г) $f(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

д) $f(t) = \begin{cases} t+1, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

е) $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ t-1, & 1 < t < 2 \\ 1, & t > 2 \end{cases}$

ж) $f(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 1 \\ -t+2, & 1 < t < 2 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

$$3) f(t) = \begin{cases} -t+1, & 0 < t < 2 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

2.

а) $f(t)=2$

б) $f(t)=\cos 4t$

в) $f(t)=e^{(3+i)t}$

г) $f(t)=e^{2t}$

д) $f(t)=t$

е) $f(t)=e^t \eta(t-1)$

III. Используя таблицу основных оригиналов-изображений и свойства преобразования Лапласа, найдите изображения следующих оригиналов:

1. $f(t)=3e^{-t}+e^t \cos 3t$

2. $f(t)=te^{2t}-\sin 3t$

3. $f(t)=te^{t-1}+t^2e^{t-2}$

4. $f(t)=\cos t \cos 3t$

5. $f(t) = 2 \sin t - \cos \frac{t}{2}$

6. $f(t)=\operatorname{ch} t \sin t$

7. $f(t) = \frac{1}{2} (cht \sin t + sh t \cos t)$

8. $f(t)=e^t \cos^2 t - e^{-t} \sin^2 t$

9. $f(t)=5e^{-2t} + sh t - \sin t$

10. $f(t)=\sin 4t \sin 2t - t \sin t$

11. $f(t)=sh 3t \cos 2t$

12. $f(t)=e^{-t} + 3e^{-2t} + t^2$

13. $f(t)=4sh 2t - t^2$

14. $f(t) = \frac{1}{3^t} + 1$

15. $f(t)=\sin^2 t + \cos^3 t$

16. $f(t)=e^t \cos^2 t - e^{-t} \sin^2 t$

17. $f(t)=e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$

18. $f(t)=e^{-t}(\cos 3t + \sin 3t)$

19. $f(t)=e^{3t} \sin^2 t$

Таблица оригиналов и изображений

№	Оригинал $f(t)$	Изображение $F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt$
1.	1	$\frac{1}{p}$
2.	e^{at}	$\frac{1}{p-a}$
3.	t	$\frac{1}{p^2}$
4.	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
5.	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
6.	$\operatorname{sh} \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$
7.	$\operatorname{ch} \omega t$	$\frac{p}{p^2 - \omega^2}$
8.	$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p-a)^2 + \omega^2}$
9.	$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{p-a}{(p-a)^2 + \omega^2}$
10.	$e^{at} \operatorname{sh} \omega t$	$\frac{\omega}{(p-a)^2 - \omega^2}$
11.	$e^{at} \operatorname{ch} \omega t$	$\frac{p-a}{(p-a)^2 - \omega^2}$
12.	$t^n, n - \text{целое}$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
13.	$e^{at} \cdot t^n$	$\frac{n!}{(p-a)^{n+1}}$
14.	$t \cdot \sin \omega t$	$\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$
15.	$t \cdot \cos \omega t$	$\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$
16.	$t \cdot \operatorname{sh} \omega t$	$\frac{2p\omega}{(p^2 - \omega^2)^2}$
17.	$t \cdot \operatorname{ch} \omega t$	$\frac{p^2 + \omega^2}{(p^2 - \omega^2)^2}$
18.	$t \cdot e^{at} \cdot \sin \omega t$	$\frac{2\omega(p-a)}{((p-a)^2 + \omega^2)^2}$
19.	$t \cdot e^{at} \cdot \cos \omega t$	$\frac{((p-a)^2 - \omega^2)^2}{((p-a)^2 + \omega^2)^2}$

20.	$\frac{1}{2\omega^2} (\sin \omega t - \omega t \cos \omega t)$	$\frac{1}{(p^2 + \omega^2)^2}$
21.	$\frac{1}{2\omega^2} (\omega t \operatorname{ch} \omega t - \operatorname{sh} \omega t)$	$\frac{1}{(p^2 - \omega^2)^2}$
22.	$\sin(\omega t \pm \varphi)$	$\frac{\omega \cos \varphi \pm p \sin \varphi}{p^2 + \omega^2}$
23.	$\cos(\omega t \pm \varphi)$	$\frac{p \cos \varphi \mp \omega \sin \varphi}{p^2 + \omega^2}$