

Задача № 15.

Свободно движущаяся нерелятивистская частица имеет относительную неопределённость кинетической энергии порядка $1.6 \cdot 10^{-4}$. Оцените, во сколько раз неопределённость координаты такой частицы больше её дебройлевской длины волны.

Решение:

Пусть ΔK - абсолютная неопределённость кинетической энергии. Тогда неопределённость импульса частицы:

$$\Delta p = \sqrt{2m\Delta K} \quad (1)$$

Воспользуемся первым соотношением неопределённостей Гейзенберга:

$$\Delta p_x \Delta x \approx \hbar \quad (2)$$

Найдём неопределённость координаты частицы:

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{\Delta p} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m\Delta K}} \quad (3)$$

Пусть кинетическая энергия частицы равняется K , тогда импульс частицы $p = \sqrt{2mK}$. Длина волны де Бройля частицы равняется:

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mK}} \quad (4)$$

Найдём отношение неопределённости координаты частицы к её дебройлевской длине волны:

$$\frac{\Delta x}{\lambda_B} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m\Delta K}} \cdot \frac{\sqrt{2mK}}{2\pi\hbar} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(\Delta K/K)}} \quad (5)$$

Отношение $\frac{\Delta K}{K} = 1.6 \cdot 10^{-4}$ - это относительная неопределённость кинетической энергии частицы. Таким образом, $\frac{\Delta x}{\lambda_B} = 12.59$.

Ответ:

$$\frac{\Delta x}{\lambda_B} = 12.59.$$