

Задача № 2.

При каком значении кинетической энергии дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны?

Решение:

Дебройлевская длина волны электрона:

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (1)$$

где p – импульс электрона. Будем считать, что мы имеем дело с релятивистским электроном, тогда его импульс связан с кинетической энергией следующим соотношением:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{K(K + 2mc^2)} \quad (2)$$

m - здесь и далее масса покоя электрона.

Подставим (2) в выражение (1), тогда получим для дебройлевской длины волны соотношение:

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{K(K + 2mc^2)}} \quad (3)$$

Комптоновская длина волны электрона:

$$\lambda_C = \frac{2\pi\hbar}{mc} \quad (4)$$

По условию задачи $\lambda_B = \lambda_C$, поэтому мы можем записать:

$$\frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{K(K + 2mc^2)}} = \frac{2\pi\hbar}{mc} \quad (5)$$

Упростив это выражение и возведя обе части в квадрат, получим квадратное уравнение относительно K :

$$K^2 + 2mc^2 K - m^2 c^4 = 0 \quad (6)$$

Решая это уравнение, получим корни:

$$K_{1,2} = -mc^2 \pm mc^2 \sqrt{2}$$

Отрицательный корень не имеет физического смысла, поэтому в качестве результата возьмём положительный корень:

$$K = mc^2(\sqrt{2} - 1) \quad (7)$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$K = 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} (\sqrt{2} - 1) = 3.3 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 20.5 \text{ кэВ}$$

Ответ:

$$K = mc^2(\sqrt{2} - 1);$$

$$K = 20.5 \text{ кэВ}.$$