

Задача № 20.

Оцените с помощью соотношения неопределённостей Гейзенберга неопределённость скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома $a = 10^{-10} \text{ м}$. Сравните полученную величину со скоростью электрона на первой боровской орбите.

Решение:

Воспользуемся первым соотношением неопределённостей Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p_x \approx \hbar \quad (1)$$

В нашем случае неопределённость координаты $\Delta x = a = 10^{-10} \text{ м}$ - размер атома, а неопределённость импульса $\Delta p = m \Delta v$, где m - масса электрона, а Δv - неопределённость скорости электрона. Тогда выражение (1) примет вид:

$$m \Delta v \cdot a \approx \hbar \quad (2)$$

Из этого уравнения найдём неопределённость скорости электрона:

$$\Delta v \approx \frac{\hbar}{ma} = 1.2 \cdot 10^6 \text{ м/с} \quad (3)$$

Из постулатов Бора для атома водорода следует, что момент импульса электрона квантуется:

$$L = n\hbar, n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Учитывая определение момента импульса, имеем:

$$mvr_n = n\hbar \quad (5)$$

Между электроном и ядром действуют кулоновские силы притяжения, которые вызывают ускорение электрона при его движении по круговой орбите. На основании второго закона Ньютона можем записать:

$$\frac{mv^2}{r_n} = \frac{e^2}{r_n^2} k \quad (6)$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ - введена из-за использования системы СИ. Из системы уравнений (5) и (6)

определим радиусы орбит электронов:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{me^2} \frac{n^2}{k} \quad (7)$$

и скорости электронов на этих орбитах:

$$v_n = \frac{e^2}{n\hbar} k \quad (8)$$

Для первой боровской орбиты $n = 1$, поэтому скорость электрона на этой орбите равна:

$$v_1 = \frac{e^2}{\hbar} k = 2.2 \cdot 10^6 \text{ м/с} \quad (9)$$

Из выражений (3) и (9) видим, что скорость электрона и неопределённость его скорости на первой боровской орбите в атоме водорода имеют один и тот же порядок.

Ответ:

$$v = 2.2 \cdot 10^6 \text{ м/с},$$

$$\Delta v = 1.2 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$