Задача № 3.

Электрон с длиной волны де Бройля $\lambda_1 = 100 нм$, двигаясь в положительном направлении оси x, встречает на своём пути прямоугольный порог высотой $U = 100 эВ$. Определите длину волны де Бройля частицы после прохождения порога.

Решение:

Дебройлевская длина волны:

$$\lambda_Б = \frac{2\pi\hbar}{p} \qquad (1)$$

где p - импульс частицы. В нашем случае $p = \sqrt{2mK}$, где m - масса покоя электрона (электрон считаем нерелятивистским). Тогда длина волны де Бройля электрона до прохождения порога:

$$\lambda_1 = \frac{2\pi\hbar}{p_1} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mK_1}} \qquad (2)$$

После прохождения порога:

$$\lambda_2 = \frac{2\pi\hbar}{p_2} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mK_2}} \qquad (3)$$

Разделим (2) на (3):

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} \qquad (4)$$

После прохождения порога кинетическая энергия электрона уменьшается до значения $K_2 = K_1 - U$ (рисунок 1), поэтому получим:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} = \sqrt{\frac{K_1 - U}{K_1}} = \sqrt{1 - \frac{U}{K_1}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{1 - \frac{U}{K_1}}} \qquad (5)$$

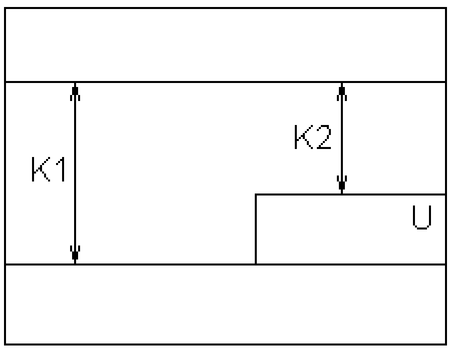

Рисунок 1

K_1 найдём из уравнения (2):

$$K_1 = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m\lambda_1^2}$$

и подставим в уравнение (5):

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{1 - \frac{m\lambda_1^2 U}{2\pi^2\hbar^2}}} \qquad (6)$$

Подставляя числовые значения, получим: $\lambda_2 = 173\textit{нм}$

Ответ:

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{1 - \frac{m\lambda_1^2 U}{2\pi^2\hbar^2}}}$$

$\lambda_2 = 173\textit{нм}$