Задача № 34.

Найдите коэффициент прохождения частицы массой m_0 через треугольный потенциальный барьер вида:

$$U(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ U_0\left(1 - \frac{x}{d}\right), 0 < x < d \\ 0, x > d \end{cases}$$

в зависимости от энергии частицы E при $E < U_0$.

Решение:

Вид потенциального барьера представлен на рисунке 1:

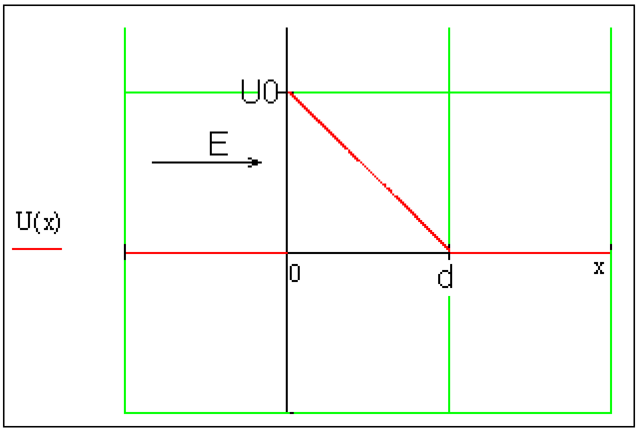

Рисунок 1

Коэффициент прохождения частицы через потенциальный барьер определяется выражением:

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m_0(U(x) - E)}dx\right) \qquad (1)$$

где пределы интегрирования являются решениями уравнения:

$$U(x) = E \qquad (2)$$

Определим пределы интегрирования в нашем случае. Нижний предел интегрирования равен $x_1 = 0$. Верхний предел является корнем уравнения:

$$U_0\left(1 - \frac{x_2}{d}\right) = E \Rightarrow x_2 = d\left(1 - \frac{E}{U_0}\right) \qquad (3)$$

Подставив вид потенциальной энергии и пределы интегрирования в нашем случае в выражение (1), найдём коэффициент прохождения частицы через потенциальный барьер в зависимости от энергии частицы:

$$D(E) \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_0^{d\left(1-\frac{E}{U_0}\right)}\sqrt{2m_0\left(U_0\left(1-\frac{x}{d}\right)-E\right)}dx\right) = \exp\left(-\frac{4d\sqrt{2m}(U_0-E)^{\frac{3}{2}}}{3\hbar U_0}\right) \tag{4}$$

Ответ:

$$D(E) = \exp\left(-\frac{4d\sqrt{2m}(U_0-E)^{\frac{3}{2}}}{3\hbar U_0}\right).$$