Задача № 37.

Считая, что радиоактивный α-распад происходит за счёт туннелирования α-частицы через потенциальный барьер, получите закон радиоактивного α-распада, определяющий зависимость числа нераспавшихся ядер от времени распада t. Скорость α-частицы в материнском ядре равна v, радиус ядра - r_0, коэффициент прозрачности потенциального барьера - D, число нераспавшихся ядер в начальный момент времени - N_0.

Решение:

Вид потенциального барьера, который преодолевает α-частица при радиоактивном α-распаде представлен на рисунке 1:

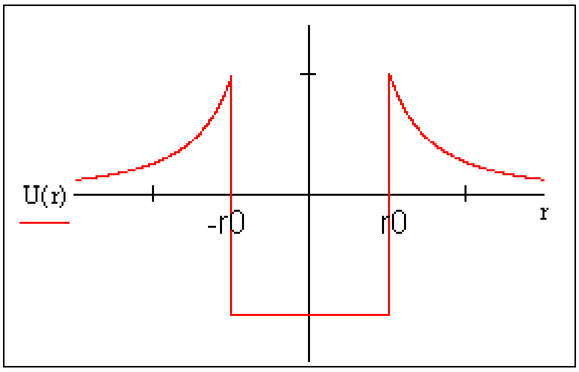

Рисунок 1

На расстояниях порядка ядерного ядра действуют ядерное силы, конкретный вид которых до конца не известен, поэтому будем предполагать, что на интервале $-r_0 < r < r_0$ график потенциальной энергии имеет вид потенциальной ямы. Как увидим далее, это предположение на решение не влияет. На расстояниях больше порядка r_0 ядерные силы уже не действуют, но действую кулоновские силы притяжения α-частицы и ядра:

$$U(r) = \frac{2Ze^2}{r}k \text{, где } k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

Предположим, что радиоактивный α-распад происходит за счёт туннелирования α-частицы через потенциальный барьер из области ядра. Если коэффициент прозрачности потенциального барьера равен D, значит, из N нераспавшихся ядер в некоторый момент времени за время τ_0 распадётся DN ядер. Время τ_0 определяет время, которое необходимо α-частицы, чтобы покинуть материнское ядро. Оно равно:

$$\tau_0 = \frac{2r_0}{v} \qquad (1)$$

Возьмём достаточно малый промежуток времени dt, за который число нераспавшихся ядер можно считать постоянным. Тогда за время dt происходит $\frac{dt}{\tau_0}$ тактов деления, при этом число нераспавшихся ядер уменьшается на:

$$dN = -DN\frac{dt}{\tau_0} = -\frac{Dv}{2r_0}Ndt \qquad (2)$$

Знак минус показывает уменьшение числа нераспавшихся ядер. Приведём выражение (2) к виду, удобному для интегрирования:

$$\frac{dN}{N} = -\frac{Dv}{2r_0}dt \qquad (3)$$

Проинтегрировав обе части, получим:

$$N(t) = C\exp\left(-\frac{Dv}{2r_0}t\right) \qquad (4)$$

где C - некоторая постоянная, которую определим, используя начальные условия:

$$N(0) = C = N_0 \qquad (5)$$

Таким образом, мы пришли к закону радиоактивного распада:

$$N(t) = N_0\exp\left(-\frac{Dv}{2r_0}t\right) \qquad (6)$$

Как известно, закон радиоактивного распада имеет вид:

$$N(t) = N_0\exp(-\lambda t) \qquad (7)$$

В нашем случае, предполагая, что радиактивный α -распад происходит за счёт туннелирования α -частицы через потенциальный барьер, для постоянной распада мы получили следующее выражение:

$$\lambda = \frac{Dv}{2r_0} \qquad (8)$$

Ответ:

$$N(t) = N_0\exp(-\lambda t)$$

$$\lambda = \frac{Dv}{2r_0}.$$