

Задача № 7.

Коллимированный пучок электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов $U = 30\text{кВ}$, падает нормально на тонкую поликристаллическую фольгу золота. На фотопластинке, расположенной за фольгой на расстоянии $l = 20\text{см}$ от неё, получена дифракционная картина, состоящая из ряда concentрических окружностей. Радиус первой окружности $r = 3.4\text{мм}$. Определите: а) брэгговский угол θ_B , соответствующий первой окружности; б) длину волны де Бройля электронов λ ; в) постоянную d кристаллической решётки золота.

Решение:

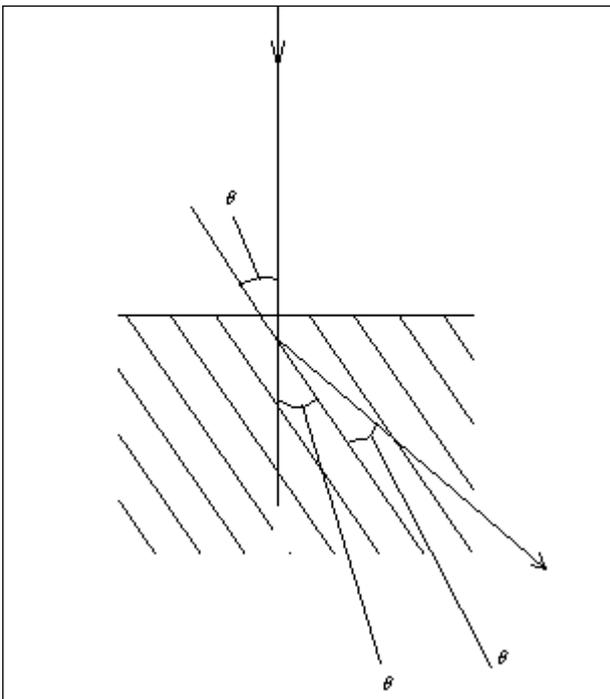


Рисунок 1

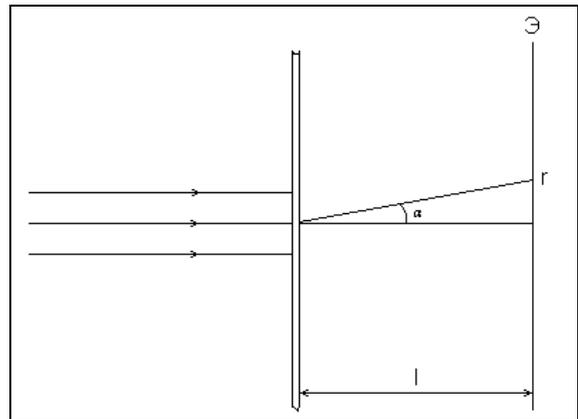


Рисунок 2

Используя рисунок 2, определим угол α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{l} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{r}{l} \right) \quad (1)$$

Как видно из рисунка 1, угол $\alpha = 2 \cdot \theta_B$, где θ_B - брэгговский угол скольжения. Таким образом, мы можем найти брэгговский угол, соответствующий первой окружности:

$$\theta_B = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{r}{l} \right) = 8.5 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 29' \quad (2)$$

Длина волны де Бройля падающих на золотую фольгу электронов:

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (3)$$

где p - импульс электронов. Считая электроны релятивистскими, определим их импульс:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{K(K + 2mc^2)} \quad (4)$$

где $K = eU$ - кинетическая энергия электрона, а m - масса покоя электрона. Тогда дебройлевская длина волны электронов равняется:

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{eU(eU + 2mc^2)}} = 6.98 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 6.98 \text{ нм} \quad (5)$$

Воспользуемся условием Вульфа-Брэггов:

$$2d \sin \theta_B = k\lambda_B \quad (6)$$

где d - постоянная кристаллической решётки, k - порядок максимума (в нашем случае максимум первого порядка $k = 1$). Найдём из выражения (6) постоянную кристаллической решётки, учитывая, что значение θ_B и λ_B определяются соответственно выражениями (2) и (5):

$$d = \frac{\lambda_B}{2 \sin \theta_B} = 4.1 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 4.1 \text{ нм} \quad (7)$$

Ответ:

а) $\theta_B = 29'$

б) $\lambda_B = 6.98 \text{ нм}$

в) $d = 4.1 \text{ нм}$.