

Задача № 8.

Параллельный пучок электронов, ускоренный разностью потенциалов $U = 25B$, падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми $l = 50\text{мкм}$. Определите расстояние между соседними максимумами интерференционной картины на экране, отстоящим от щелей на расстоянии $L = 100\text{см}$.

Решение:

Найдём длину волны де Бройля, соответствующую электрону:

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (1)$$

где $p = \sqrt{2mK}$ - импульс электрона, $K = eU$ - его кинетическая энергия. Таким образом, длина волны де Бройля электрона:

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU}} \quad (2)$$

На рисунке 1 представлена схема установки:

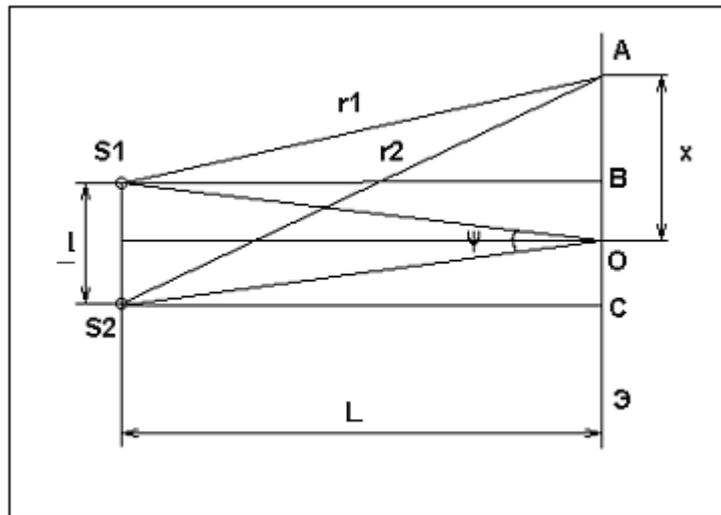


Рисунок 1

S_1 и S_2 – щели (вторичные источники). В результате интерференции волн от этих двух вторичных источников на экране появляется интерференционная картина. Из прямоугольных треугольников S_1AB и S_2AC по теореме Пифагора:

$$r_1^2 = \left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + L^2 \quad (3)$$

$$r_2^2 = \left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + L^2 \quad (4)$$

Вычтем из уравнения (4) уравнение (3):

$$r_2^2 - r_1^2 = \left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + L^2 - \left(x - \frac{l}{2}\right)^2 - L^2 = 2xl \quad (5)$$

Но, так как $r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1)$, где $r_2 - r_1$ - оптическая разность хода двух интерферирующих волн Δ , а $r_2 + r_1 \approx 2L$, так как $r_2 - r_1 \ll L$, то мы можем записать:

$$2L \cdot \Delta \approx 2xl \quad (6)$$

Если оптическая разность хода двух волн равна целому числу волн $\Delta = k\lambda$, то образуется максимум. Используя уравнение (6) и условие максимумов, определим положение максимумов на экране x_k :

$$x_k = \frac{k\lambda L}{l} \quad (7)$$

Тогда расстояние между соседними максимумами:

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)\lambda L}{l} - \frac{k\lambda L}{l} = \frac{\lambda L}{l} \quad (8)$$

Подставим в выражение (8) дебройлевскую длину волны электронов, падающих на диафрагму, получим:

$$\Delta x = \frac{2\pi\hbar L}{l\sqrt{2meU}} \quad (9)$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$\Delta x = 4.9 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0.49 \text{ мкм}$$

Ответ:

$$\Delta x = 0.49 \text{ мкм} .$$