МГТУ имени Н. Э. Баумана

Ю. И. БЕЗЗУБОВ, Т. М. ИВАНОВА

Методические указания

ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ В ФИЗИЧЕСКОМ ПРАКТИКУМЕ

Под редакцией А. И. Савельевой.
Москва, 1986

Подготовка инженеров широкого профиля включает многие аспекты, в том числе изучение физической сущности наблюдаемых закономерностей, их математическое описание, представление и обработку экспериментальных результатов как в аналитической, так и в графической формах. Однако вопросам графического представления и обработки данных уделяется еще недостаточно внимания, хотя во многих случаях именно эти методы дают простые и наглядные решения.

Целью настоящих методических указаний является изложение необходимых сведений, касающихся графического представления экспериментальных данных согласно ГОСТ 2.319-81 и некоторых вопросов их графической обработки.

1. Графическое представление результатов исследований.

Графическое представление результатов исследований в инженерной практике используется довольно часто, так как является наиболее наглядной формой представления изучаемых процессов, быстро выявляет характерные особенности поведения изучаемых величин, позволяет достаточно быстро сравнить экспериментальные и теоретические зависимости. Кроме этого путем соответствующей обработки можно установить эмпирические соотношения между величинами, проверить наблюдаемую в опыте функциональную связь, определить некоторые параметры этой связи и т.п.

Графическое представление результатов, исследований заключается в построении графика (диаграммы).

График (диаграмма) - это графическое изображение функциональной зависимости двух или более переменных величин в определенной системе координат.

Наиболее часто употребляются прямоугольная (рис.1) и полярная (рис.2) системы координат. Точка О прямоугольной система называется началом координат, ось X - осью абсцисс, ось Y - осью ординат. Положительные значения величин откладываются, как правило, вправо и вверх от точки начала отсчета. Независимую переменную обычно откладывают на горизонтальной оси.

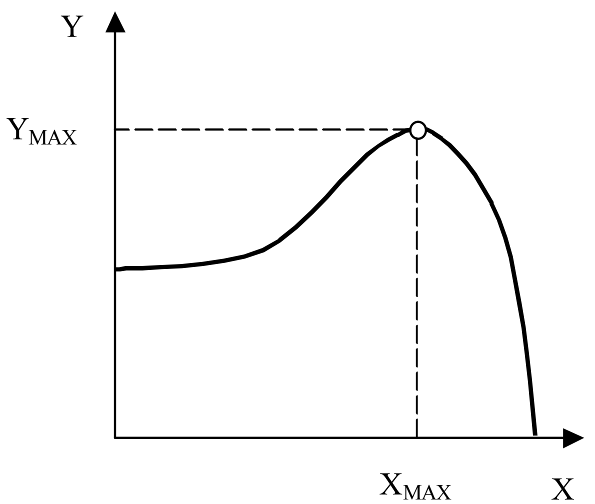


Рис.1

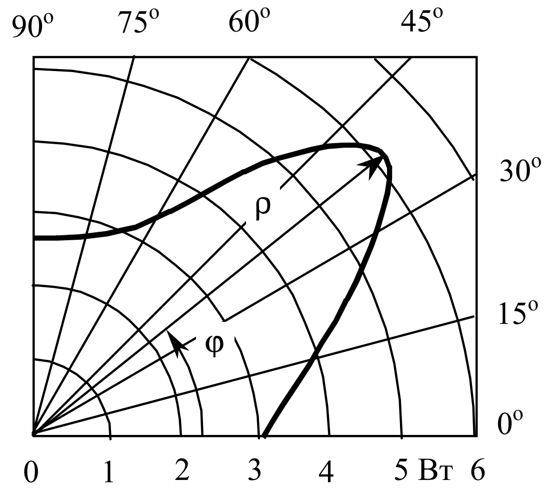


Рис.2

В полярной системе координат точка О называется полюсом, угол φ - полярным углом, ρ - радиусом-вектором. Начало отсчета углов должно находиться на горизонтальной или вертикальной оси. Положительное направление отсчета угловых координат соответствует направлению вращения радиуса-вектора против часовой стрелки.

2. Шкалы, масштабы и координатные сетки.

Для того чтобы показать не только характер зависимости, но и числовые значения величин, на осях координат строят шкалы. Графики для информационного изображения функциональных зависимостей допускается выполнять без шкал значений величин (см.рис.1).

Шкалы могут быть представлены в линейном (равномерном) или нелинейном (например, логарифмическом) масштабах изображений.

Шкала в логарифмическом масштабе выполняется так: на оси откладывают отрезки, пропорциональные логарифму величины, а цифры проставляют в соответствии с самой величиной (рис.3, ось Y).

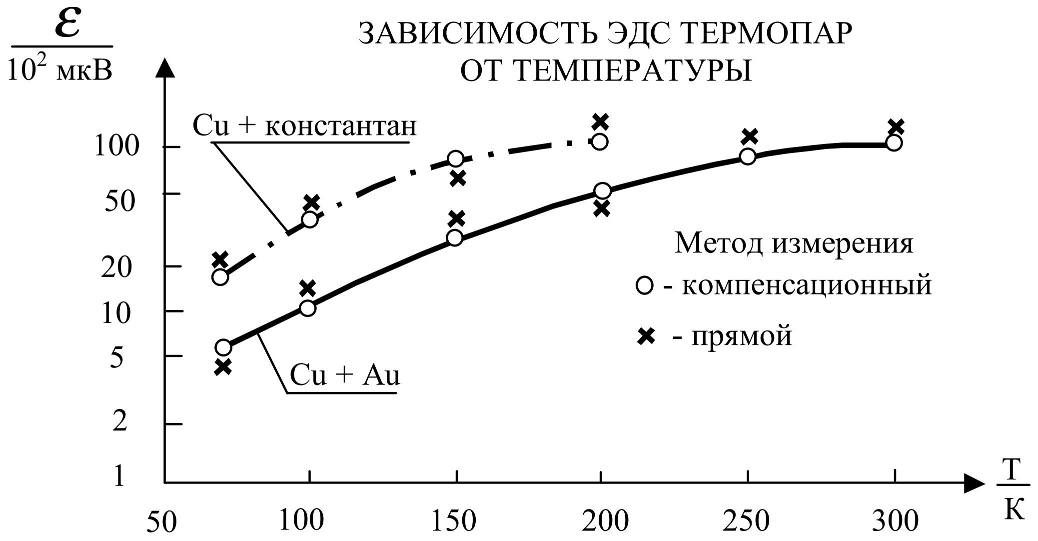


Рис.3

Такую шкалу удобно применять в тех случаях, когда величины изменяются в широком диапазоне, зависимость между величинами логарифмическая или экспоненциальная, а также при исследовании функциональной связи между экспериментальными данными.

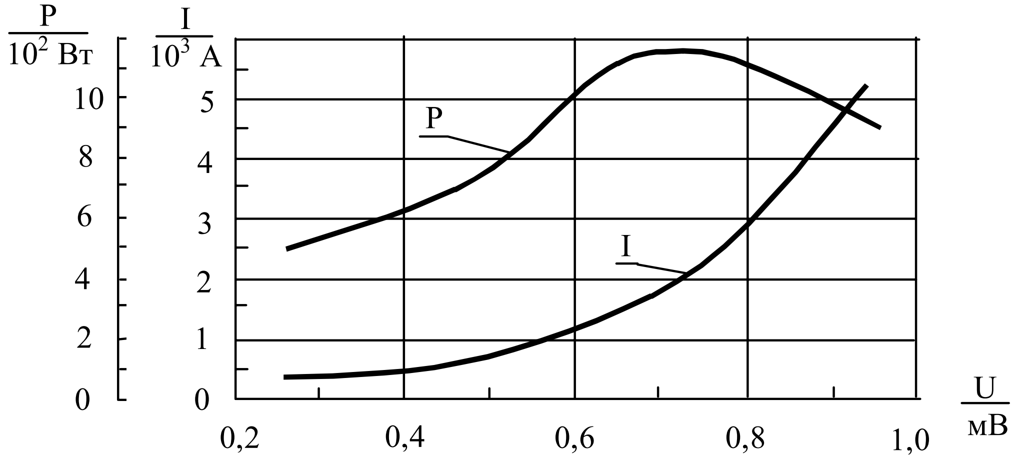


Рис.4

По осям масштабы могут быть разными (см.рис.3). Они выбираются из условия максимального использования поля графика и возможности нанесения значений величин с необходимой точностью.

В качестве шкал можно использовать не только координатные оси, но и линии координатной сетки, ограничивающей поле графика (рис.4).

При оформлении лабораторных работ студенты должны вычерчивать графики на бумаге с координатной сеткой. Промышленностью выпускаются следующие виды бумаги:
а) миллиметровая - с координатной сеткой в линейном масштабе по обеим осям;
б) полулогарифмическая - по одной оси координатная сетка выполнена в линейном масштабе, а по другой - в логарифмическом;
в) логарифмическая - с координатной сеткой в логарифмическом масштабе по обеим осям.

Допускается в качестве шкал использовать прямые, расположенные параллельно координатным сеткам (см. рис.4).

Координатные оси, как и шкалы значений величин, должны быть разделены на графические интервалы одним из следующих способов:
координатной сеткой (см. рис.2);
делительными штрихами (см.рис.3);
сочетанием координатной сетки и делительных штрихов (см. рис.4).

Шкалу, расположенную параллельно координатной оси, следует разделять только делительными штрихами (см. рис.4).

Рядом с координатной сеткой или делительными штрихами должны быть указаны соответствующие значения величин. Если началом отсчета обеих шкал является нуль, то его следует указывать один раз у точки пересечения шкал. Частоту нанесения значений величин и промежуточных делений шкал выбирают с учетом удобства пользования графиком, т.е. с учетом быстрого определения координат точек графика без каких-либо дополнительных действий.

Числа у шкал следует размещать вне поля графика и располагать горизонтально. Многозначные числа предпочтительно выражать как кратные 10^n, где n - целое число; при этом количество знаков в числах шкалы должно быть минимальным. Например, вместо I=0,003 А следует на шкале писать 3, а размерность величины $I/10^3$ А (см. рис.4).

3. <u>Оформление графиков</u>.

Надписи на графиках выполняются чертежным шрифтом по ГОСТ 2.304-81, заголовки и поясняющие надписи - шрифтом № 5, числовые значения - шрифтом № 3, 5. Все линии на графиках (диаграммах) проводятся только с помощью чертежного инструмента - линейки, лекал, циркуля. Линии должны соответствовать ГОСТ 2.303-68.

Оси координат, шкалы, ограничивающие поле графика (диаграммы), следует выполнять сплошной основной линией толщиной S= 0,8÷1 мм, а линии координатной сетки и делительные штрихи - сплошной тонкой линией. Допускается выполнять линии сетки и делительные штрихи, соответствующие кратным графическим интервалам, линией толщиной 2S. Если на графике показана одна функциональная зависимость, то она выполняется линией толщиной 2S. Можно изображать график сплошной линией меньшей толщины, когда необходимо обеспечить требуемую точность отсчета. В случае, когда на поле представлены две и более функциональные зависимости, рекомендуется изображать их линиями различных типов (сплошной, штриховой, штрих пунктирной и т.д.) либо нумеровать их.

Точки графика, полученные путем измерений или расчетов, рекомендуется обозначать одним из следующих значков: ●, ○, ⦶, ⊕, ◑, ◔, ×, ▲, □.
Обозначения точек должны быть разъяснены в пояснительной части графика (см. рис.3).

На графике (диаграмме) обозначения величин при помощи символов следует размещать в конца шкалы и располагать их горизонтально (см. рис. 3, 4, 6, 7, 8), а на графиках без шкал - вблизи стрелок, которыми заканчиваются оси (рис.1, 5).

Единицы измерения величин указывают одним из следующих способов :
- в конце шкалы между последним и предпоследним числами (см. рис.2); при недостатке места допускается не наносить предпоследнее число и на его месте расположить обозначение величины;

- вместе с наименованием переменной величины посла запятой;
- в конце шкалы после последнего числа вместе с обозначением переменной величины в виде дроби, в числителе которой указано обозначение переменной величины, а в знаменателе - обозначение единица измерения (см. рис.4);
- единицы измерения углов (градусы, минуты, секунды) указывают один раз - у последнего числа шкалы (см.рис.2).

График может иметь наименование и поясняющую часть (текстовую или графическую), разъясняющую примененные обозначения. Поясняющая часть размещается после наименования или на свободном месте поля графика (см.рис.3, 6).

4. <u>Графическая обработка результатов исследований.</u>

Графическая обработка результатов исследований позволяет ответить на ряд вопросов. К ним относятся, например, соответствие экспериментальной зависимости теоретической, проверка типа функциональной связи между экспериментальными данными, определение некоторых параметров наблюдаемой зависимости и т.п.

Графическая обработка данных способна дать правильные ответы на поставленные вопросы при условии, что исследователь грамотно использует методы обработки. Прежде чем приступить к графической обработке, необходимо построить график в соответствии с изложенными выше положениями. Вычерчивая график, нужно придерживаться следующих практических рекомендаций.

При построении теоретической кривой точки, по который ее проводят, выбирают произвольно и не выделяют их на графике в отличие от экспериментальных точек.

Экспериментальные точки в ряде случаев необходимо наносить с указанием погрешности измерений для одной или обеих измеряемых величин. Это необходимо делать, когда:

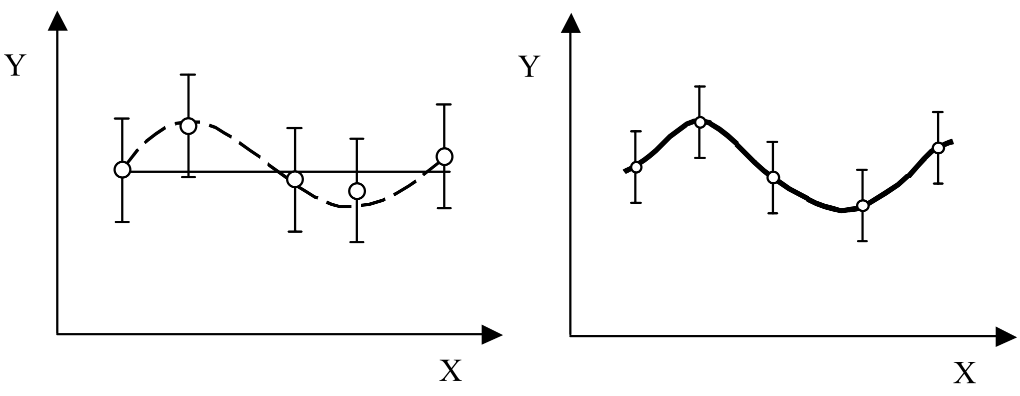
а) проводят кривую по экспериментальный точкам;

б) проводят сравнение теоретической и экспериментальной зависимостей;

в) определяют величину погрешностей графическими методами.

Погрешность измерения указывается в виде отрезков длиной в доверительный интервал, в центре которых располагается экспериментальная точка (рис.5), при этом в поясняющей части следует указать доверительную вероятность Р этих интервалов, например, Р=0,68 (рис. 6).

Соединять экспериментальные точки ломаной линией не следует, а необходимо проводить "наилучшую" плавную кривую, проходящую через доверительные интервалы, возможно ближе к экспериментальным точкам.



а) *б)*

Рис. 5

При построении кривой очень важно учитывать величину погрешностей измерений. Например, на рис.5 *а*, *б* приведены экспериментальные точки, имеющие одинаковый характер расположения, но разные погрешности. В пределах погрешности измерений первую зависимость можно интерпретировать как линейную или как нелинейную, а вторую - как нелинейную.

Если на графике представлены теоретическая кривая и экспериментальные точки, то плавную кривую через эти точки лучше не проводить, поскольку такая кривая, может быть, не совсем соответствует фактическим данным и тогда она будет мешать прямому сравнению эксперимента с теорией.

5. Сравнение экспериментальной и теоретической зависимостей

Для сравнения экспериментальной и теоретической зависимостей необходимо в одной системе координатных осей провести теоретическую кривую, а затем нанести экспериментальные точки с указанием погрешности измерений.

Если теоретическая кривая пройдет через доверительные интервалы экспериментальных точек, то следует признать результаты эксперимента согласующимися с теорией в пределах указанных погрешностей (рис.6), в противном случае - не согласующимся.

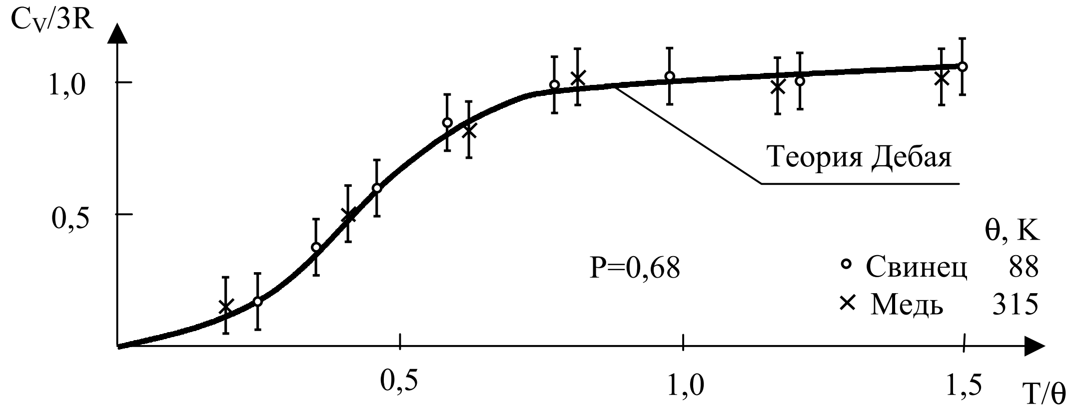


Рис. 6

6. Проверка вида функциональной связи между экспериментальными данными.

Функциональная связь между экспериментальными данными может быть двух видов: линейная и нелинейная. Проверка линейной связи между результатами эксперимента осуществляется довольно просто. Для этого достаточно убедиться, что экспериментальные точки в пределах погрешности измерений располагаются на прямой линии.

Удобство работы с линейной зависимостью заставляет исследователя искать способы представления нелинейных зависимостей в линейном виде. Например, показатель преломления n стекла связан с длиной световой волны λ соотношением

$$n = n_0 + \frac{\alpha}{\lambda^2}, \tag{1}$$

где n_0 и α - постоянные величины.

Проверку указанной связи между экспериментальными данными удобно проводить, построив график зависимости n от $1/\lambda^2$, который будет представлять прямую линию, если между экспериментальными данными выполняется соотношение (1).

В физике довольно часто приходится иметь дело с нелинейными зависимостями вида $y = a \cdot e^{kx}$ и $y = b \cdot x^p$, где a, b, k, p постоянные величины. Пусть предполагаемая зависимость имеет вид

$$y = a \cdot e^{kx}. \tag{2}$$

Приведем ее к линейному виду путем логарифмирования:

$$\ln y = \ln a + kx. \tag{3}$$

Полученную зависимость удобно представить на полулогарифмической бумаге, где по оси абсцисс будем откладывать величину x , а по оси ординат – $\ln y$. Построив по экспериментальным точкам график и убедившись, что все точки в пределах погрешности измерений располагаются на прямой линии, можно утверждать, что между экспериментальными результатами существует экспоненциальная связь (2). На рис.7, в качестве примера, построен график разрядки конденсатора емкостью ***C*** через резистор сопротивлением ***R*** на основании экспериментальных данных, приведенных в таблице.

t, с	5	10	15	20	25	30	35	40	45
U, В	4,00	2,70	2,10	1,82	1,53	0,94	0,70	0,53	0,38

Теоретическая зависимость напряжения на конденсаторе при разрядке через резистор имеет вид

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \qquad (4)$$

Из рис.7 видно, что для экспериментальных точек справедлива зависимость (4).

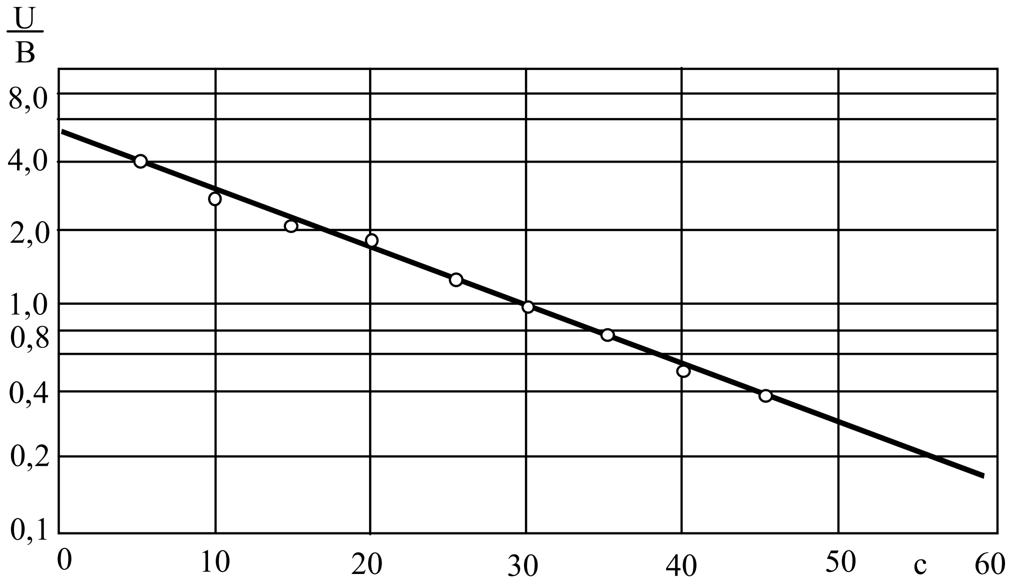


Рис. 7

Нелинейная зависимость вида $y = b \cdot x^p$ приводится к линейной также путем логарифмирования:

$$lg\,y = lg\,b + p\,lg\,x \qquad (5)$$

Линейную зависимость (5) нужно строить на логарифмической бумаге, где по обеим осям нанесены логарифмические шкалы.

7. Оценка параметров функциональных зависимостей.

В рассмотренные выше функциональные зависимости входит ряд параметров n_0, α, a, k, b и p, значения которых, вообще говоря, могут быть неизвестны. Однако оценки этих величин могут быть произведены путем графической обработки построенных линейных зависимостей. Это следует из того, что значения величин α, k и p численно равны тангенсу угла наклона указанных линейных зависимостей к оси абсцисс, а значения n_0, a и b численно равны ординатам точек пересечения построенных зависимостей с осями ординат. Точные значения параметров функциональных зависимостей определяют с помощью математических методов, одним из которых является метод наименьших квадратов (МНК) [2]. Обработка результатов измерений по МНК проводится обычно с использованием ЭВМ по стандартным программам.

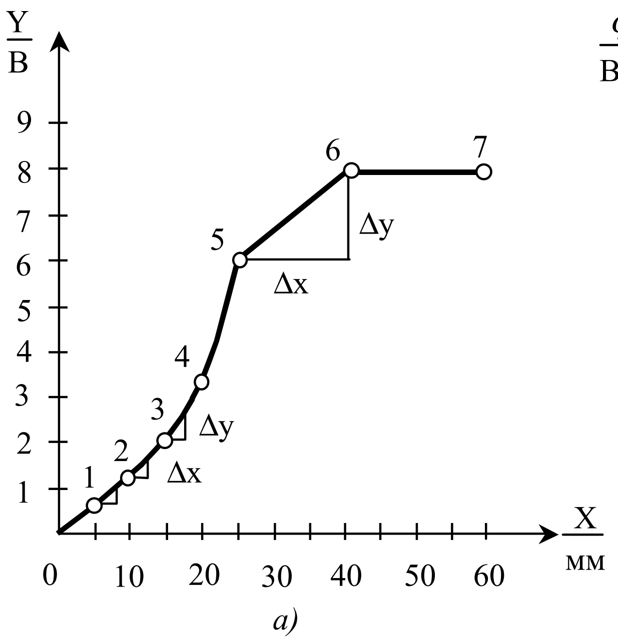
На рис.7 тангенс угла наклона прямой к оси t определяет величину k=1/RC, где RC - постоянная времени цепи разрядки конденсатора. Из графика следует, что $|tg\varphi|$=0,085, поэтому RC≈12 с. Ордината точки пересечения прямой с осью U определяет значение начального напряжения U_0 на конденсаторе, которое равно 5,5 В.

8. Графическое дифференцирование.

Допустим, что дан график зависимости ***y=f(x)***. Требуется построить график зависимости $\boldsymbol{y'=\varphi(x)}$, где $\boldsymbol{y' = \frac{df}{dx}}$. Известно, что геометрический смысл производной $\boldsymbol{\frac{df}{dx}}$ состоит в том, что она определяет тангенс угла наклона касательной к кривой. Построение касательной к кривой в заданной точке представляет собой графическую задачу, решение которой известно [3] , но довольно трудоемко, если учесть, что придется строить касательную во многих точках.

При графическом приближенном дифференцировании зависимости можно поступить так. На графике ***y=f(x)*** выбрать точки, в которых необходимо определять производную. Количество точек следует брать в зависимости от характера поведения кривой, а именно, на участке, где наблюдается сильная нелинейность, их берут чаще, а на линейном участке достаточно взять только две точки - в начале и в конце участка. Затем в каждой точке выбрать приращение Δx аргумента такой величины, чтобы в пределах этого приращения график функции можно было считать линейный. Приращение Δx на линейном участке графика необходимо взять равным расстоянию по оси X между начальной и конечной точками. Определить по графику приращения Δy функции, соответствующие выбранным приращениям Δx, и вычислить отношения $\Delta x/\Delta y$, которые и будут определять значения производных в рассматриваемых точках зависимости ***y=f(x)***. Значения производных нанести на соответствующую бумагу и построить график по полученным точкам.

Для повышения точности дифференцирования целесообразно график функции ***y=f(x)*** иметь в крупном масштабе. На рис.8 *а*, *б* показан график функции ***y=f(x)*** и выполненный графическим дифференцированием график функции $\boldsymbol{y'=\varphi(x)}$. Полученные результаты носят оценочный характер. Дифференцирование функции ***y=f(x)*** с достаточной точностью может быть проведено методами вычислительной·математики [4] с привлечением ЭВМ.



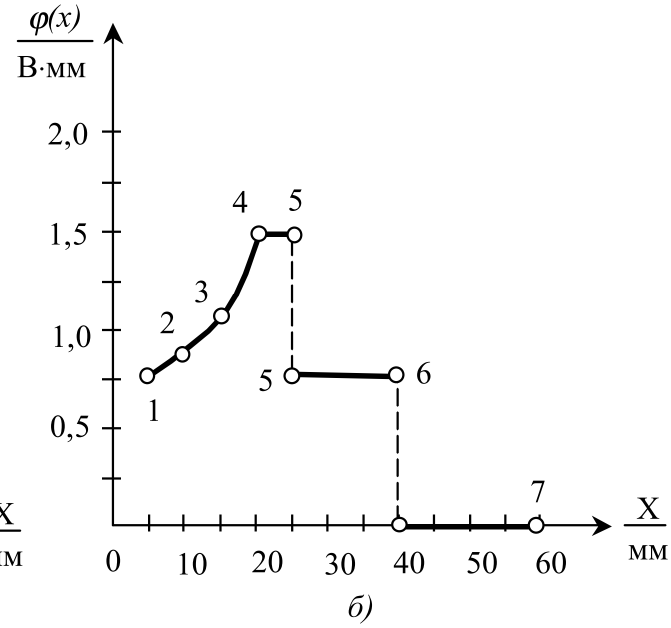


Рис. 8

Литература.

1. ГОСТ 2.319-81 (СТ СЭВ 2824-80), ГОСТ 2.303-81 (СТ СЭВ 1178-78), ГОСТ 2.304-81 (СТ СЭВ 851-78, СТ СЭВ 855-78).
2. Сквайре Дж. Практическая физика. - М.: Мир, 1971. - 246 с.
3. Фролов С.А. Начертательная геометрия. - М.: Машиностроение, 1983.- 73 с.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. Изд. 2-е испр. - М.: Физматгиз, 1963. - 659 с.