

## МЕТОД РАДИОАКТИВНЫХ ИНДИКАТОРОВ

Методические указания к лабораторной работе О-52 по курсу общей физике

И.Н.Фетисов

Москва, 1988

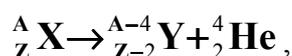
Цель работы - ознакомление с радиоактивностью, определение содержания калия в образцах по радиоактивному излучению.

Теоретическая часть

### Радиоактивность

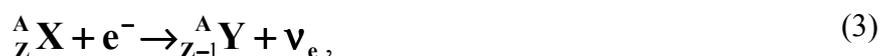
Способность некоторых атомных ядер самопроизвольно превращаться в другие ядра с испусканием частиц называется радиоактивностью. К радиоактивным превращениям относятся:

а) альфа-распад - испускание ядра гелия ( $\alpha$ -частицы)



здесь X и Y символы химических элементов, Z - число протонов и A - число протонов и нейтронов в ядре;

б) три вида бета-распада - с испусканием электрона  $e^-$ , позитрона  $e^+$  или путем захвата ядром собственного орбитального электрона:



где  $\nu$  и  $\tilde{\nu}$  - нейтрино и антинейтрино.

Некоторые ядра после распада оказываются в возбужденном энергетическом состоянии и при переходе в основное состояние испускают фотон большой энергии ( $\gamma$ -квант).

Закон радиоактивного распада: число ядер N, не претерпевших распад, уменьшается со временем t экспоненциально:

$$N = N_0 \exp(-\lambda t), \quad (4)$$

где  $N_0$  - число ядер в произвольный начальный момент,  $\lambda$  - характерная для ядер данного типа постоянная, определяющая скорость распада. За время  $\tau = 1/\lambda$  число радиоактивных ядер уменьшается в  $e \approx 2,72$  раза. Вместо  $\tau$  часто используют аналогичную характеристику - период полураспада  $T \approx 0,69\tau$ , т.е. время, за которое распадается половина ядер. Запишем формулу (4) через T:

$$N = N_0 \exp(-0,69t / T) \quad (5)$$

Активностью радиоактивного препарата называется отношение

$A = \Delta N / \Delta t$ , где  $\Delta N$  - число распадов за время  $\Delta t$  ( $\Delta t \ll T$ ). За единицу активности принят 1 распад в секунду; эту единицу называют **беккерель** (1 Бк=1 расп/с). Внесистемная единица **кюри** равна 1 Ки =  $3,7 \cdot 10^{10}$  расп/с.

Дифференцируя (5), получим зависимость активности от времени:

$$A = -dN / dt = A_0 \exp(-0,69t / T),$$

где  $A_0 = 0,69 N_0 / T$  - активность в начальный момент.

Поскольку любой момент можно принять за начальный, то индекс ноль можно для общности опустить:

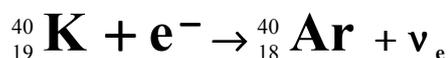
$$A = 0,69 N/T \quad (6)$$

Метод радиоактивных индикаторов заключается в использовании небольшого количества радиоактивного вещества в качестве «метки» при исследований различных процессов. За перемещениями радиоактивных атомов легко следить, регистрируя их излучение. Например, добавив железо радиоактивный изотоп  $^{59}\text{Fe}$ , можно изучать диффузию атомов в твердом теле, износ материала при трении и т.п. С помощью меченых атомов можно проследить обмен веществ в организме, установить время, за которое введенные в организм молекулы достигают определенных органов и выводятся из них и т. д.

В естественных условиях некоторые элементы, например С, К и др., содержат радиоактивный изотоп. Рассмотрим калий, так как он используется в данной работе. Калий состоит из двух стабильных изотопов и небольшого количества (~0,01%)  $\beta$ -радиоактивного изотопа  $^{40}\text{K}$ , период полураспада которого примерно  $10^9$  лет. Он распадается двумя способами: в 90% случаев по (1), превращаясь в стабильный кальций



и в 10% по (3) с образованием стабильного аргона

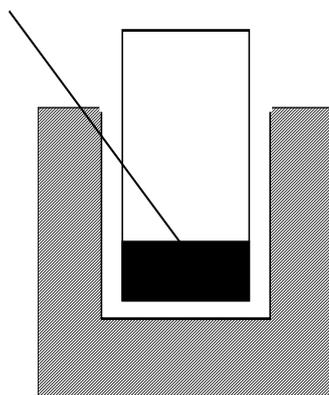


Ядро аргона, образуемое в возбужденном состоянии, испускает  $\gamma$ -квант.

В данной работе, регистрируя радиоактивное излучение соли калия, можно определить количественное содержание калия в предложенных образцах.

#### Методика относительных измерений активности и массы препарата

$\gamma$  - Счётчик



Препарат

Рис 1

Препараты, содержащие калий, имеют объем примерно 0,8 л. Счетчик излучения опускается в «колодец» (рис.1). В условиях лабораторной работы регистрируется  $\gamma$ -излучение калия, а  $\beta$ -излучение поглощается в стенках препарата и счетчика. Счетчик может зарегистрировать отдельный  $\gamma$ -квант, если он попал в его детектор-сцинтиллятор. Вероятность регистрации таких квантов называется эффективностью счетчика. В случае детектирования  $\gamma$ -кванта счетчик вырабатывает электрический импульс. Импульсы подсчитываются пересчетным устройством. Пусть за время  $t$  появилось  $N'$  импульсов. Средней скоростью счета называется отношение  $n' = N'/t$ . Если радиоактивный препарат заменить нерадиоактивным, то остается скорость счета, называемая фоном счетчика (обозначим  $n_{\text{ф}}$ ). Она обусловлена космическим излучением, естественной радиоактивностью,

а также процессами в счетчике. Разность  $n=n - n_{\phi}$  - есть скорость счета радиоактивного препарата. Скорость счета (имп/с) пропорциональна активности препарата (расп/с):

$$n = \eta A \quad (7)$$

Коэффициент пропорциональности  $\eta$  зависит от многих условий опыта (размеров препарата и детектора, эффективности и т.д), учёт которых сложен. Поэтому часто используется метод относительного измерения неизвестной активности  $A$  путем сравнения ее с активностью  $A_0$  аналогичного препарата, которая известна или ее можно принять за «эталон». Для этого в одинаковых условиях измеряются скорости счёта исследуемого ( $n$ ) и эталонного ( $n_0$ ) препаратов, которые пропорциональны активности:  $n = \eta A$  и  $n_0 = \eta A_0$ . Здесь коэффициент  $\eta$  один и тот же, поскольку условия измерений одинаковые. Отсюда получаем

$$A/A_0 = n/n_0 \quad (8)$$

Если в качестве эталона взять препарат с известной массой  $m_0$  калия (всех изотопов вместе), то соотношение (8) можно записать:  $A/A_0 = m/m_0 = n/n_0$ . Активности препаратов пропорциональны массе калия (доля радиоактивного изотопа  $^{40}\text{K}$  в калии всюду на Земле одинаковая). В результате для массы калия в исследуемом препарате получаем

$$m = m_0 n/n_0 \quad (9)$$

К установке прилагается несколько препаратов: № 1 из KCl служит эталоном, значение  $m_0$  - приведено на препарате; № 2 из нерадиоактивной соли NaCl используется при определении фона; остальные препараты приготовлены из хорошо перемешанных солей KCl и NaCl, массу калия в них требуется определить.

#### Случайные погрешности измерения радиоактивности. Распределение Пуассона.

В физике, технике и различной практической деятельности встречаются измерения, в которых подсчитывают число событий, происходящих случайно, но в определенном среднем темпе. Например, число радиоактивных распадов или вызовов на телефонном коммутаторе за определенное время. При этом, в отличие от обычных измерений, результат измерения выражается целым числом. Способ вычисления случайной погрешности таких измерений имеет особенности. Пусть счетчик радиоактивного излучения за время  $t$  (малое по сравнению с периодом полураспада) зарегистрировал  $N$  частиц (появилось  $N$  импульсов). Повторяя измерения, получим различные значения  $N$ . Этот разброс в значениях  $N$  отражает характерные свойства самого процесса распада, подчиняющегося определенным статистическим закономерностям. Вероятность  $P(N)$  того, что в результате одного измерения получим  $N$  импульсов, дается распределением Пуассона [3]

$$P(N) = \bar{N}^N \exp(-\bar{N}) / N!, \quad (10)$$

где  $\bar{N}$  - среднее число импульсов по многим измерениям. На рис.2, а приведено распределение

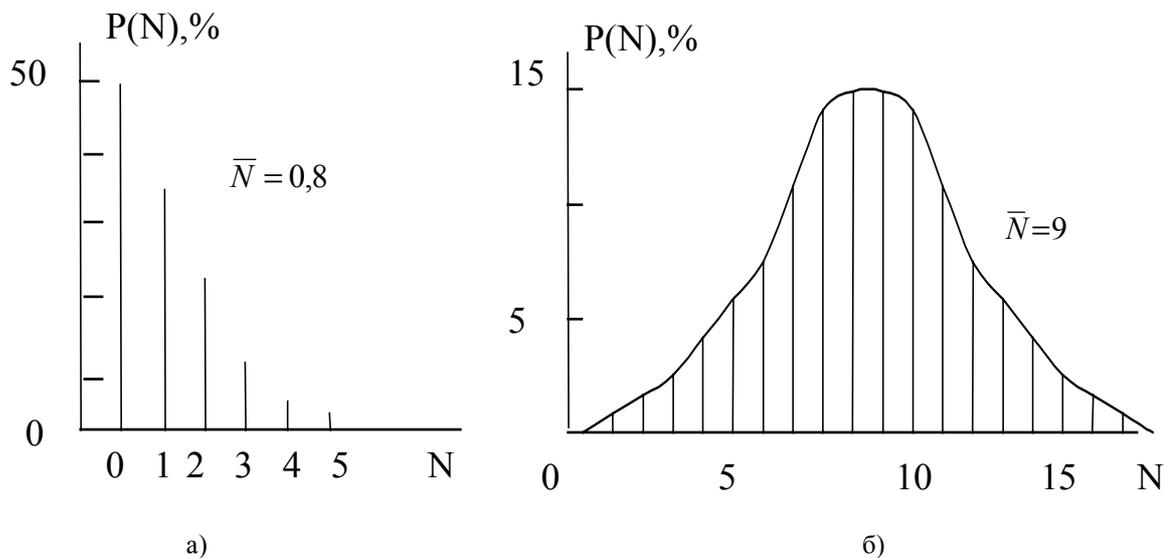


Рис. 2

Пуассона для  $\bar{N} = 0,8$ . Из него видно, что с наибольшей вероятностью результат измерения будет равен  $N = 0$  или 1 и с меньшей вероятностью 2 или 3. При малых  $\bar{N}$  распределение асимметрично. Однако по мере увеличения  $\bar{N}$  распределение Пуассона становится все более симметричным и стремится к распределению Гаусса с тем же средним значением и средним квадратическим отклонением (Распределение Гаусса описывает случайные погрешности измерения непрерывных величин). Из рис.2,б, где вертикальными линиями Показано распределение Пуассона для  $\bar{N} = 9$ , а кривой представлено соответствующее распределение Гаусса, видно что даже когда  $\bar{N}$  равно только 9, оба распределения близки. Для практики очень удобно, что в случае больших  $\bar{N}$  ( $\bar{N} \geq 10$ ) распределение Пуассона можно аппроксимировать соответствующим гауссовым. В теории вероятности показано для распределения Пуассона, что среднее квадратическое отклонение результата измерения  $N$  от среднего значения  $\bar{N}$  запишется так:

$$\sigma = \sqrt{(N - \bar{N})^2} = \sqrt{\bar{N}} \approx \sqrt{N} \quad (11)$$

Результат (11) означает, что для величины, подчиняющейся распределению Пуассона, случайную погрешность можно оценить из единственного измерения. Таким образом, если в результате однократного измерения числа импульсов получено значение  $N$  ( $N \geq 10$ ), то абсолютная случайная погрешность измерения  $N$  (полуширина доверительного интервала)

$$\Delta N = \sigma \approx \sqrt{N} \quad (\text{для доверительной вероятности } P = 0,68) \quad (12)$$

Относительная погрешность

$$\xi = \Delta N / \bar{N} \approx \Delta N / N \approx 1 / \sqrt{N} \quad (P = 0,68). \quad (13)$$

Из (13) видно, что с ростом  $N$  относительная погрешность уменьшается: для  $N = 100$  имеем  $\xi = 0,1$ , а для  $N = 10^6$   $\xi = 0,001$ . С увеличением длительности счета растет  $N$  и уменьшается относительная погрешность измерения радиоактивности. Согласно формуле (7), для определения активности препарата необходимо измерить скорость счета  $n = N/t$ . Для косвенного измерения по правилам вычисления погрешности для отношения двух величин имеем

$$\frac{\Delta n}{n} = \sqrt{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{N}}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{N} + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} \quad (14)$$

Погрешностью  $\frac{\Delta t}{t}$  пренебрежем, так как она мала (в современных приборах для измерения радиоактивности время счета выдерживается автоматически с большой точностью). Тогда из (14) получаем полуширину доверительного интервала для  $P = 0,68$ :

$$\Delta n = \sqrt{n/t} \quad (15)$$

Если интересующая нас скорость счета равна разности двух скоростей счета  $n=n_1 - n_2$  (что имеет место, например, при исключении фона) или их сумме  $n=n_1 + n_2$ , то по правилу вычисления погрешности разности (суммы) имеем

$$\Delta n = \sqrt{(\Delta n_1)^2 + (\Delta n_2)^2} = \sqrt{n_1/t_1 + n_2/t_2} \quad (16)$$

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Описание лабораторной установки

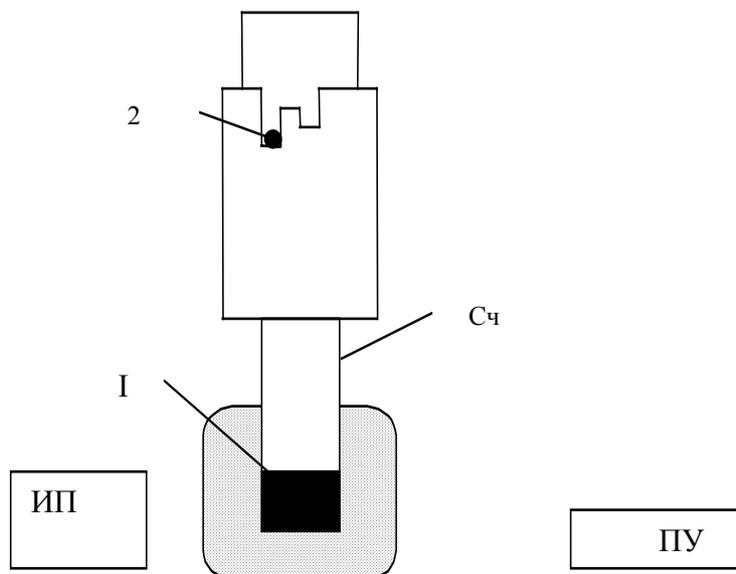


Рис.3

Установка (рис.3) включает сцинтилляционный счетчик (Сч), пересчетное устройство (ПУ) и источник питания счетчика (ИП). Детектором  $\gamma$ -квантов является сцинтиллятор 1 (кристалл NaJ со специальной добавкой). (С описанием счетчика следует ознакомиться в лабораторной работе 0-51.) Перемещая счетчик по вертикали, его можно устанавливать в двух положениях с помощью прорезей и выступа 2.

### Выполнение эксперимента .

1. Включить СЕТЬ ИП и ПУ.
2. Привести ПУ в рабочее состояние, утопив клавиши:



и одну из клавиш экспозиции.

3. Препарат № 1 установить в рабочее положение (рис.3): приподнять счетчик, поставить препарат под ним и осторожно опустить счетчик в колодец так, чтобы выступ 2 вошел в длинную прорезь.

**ВНИМАНИЕ. За кабель счетчика не тянуть!**

4. Записать значение  $m_0$ , приведенное на препарат № 1. Остальные препараты, кроме №2, отодвинуть от счетчика на расстояние  $\geq 0,5$  м.

5. Пока установка прогревается (~5 мин), выполнить пробные измерения с экспозицией 10 с (утопить клавишу 10). Для запуска установки последовательно нажать клавиши СБРОС и ПУСК. По окончании заданного времени, когда счет автоматически прекратится (лампочка СЧЁТ погаснет), на индикаторе можно прочесть число зарегистрированных импульсов (ориентировочно 80...120).

6. Установить экспозицию 100 с, подсчитать два раза число импульсов, записать результаты в таблицу,

№ препарата	Число имп. за 100 с.	Суммарное число имп. в двух изм.	Скорость счёта, имп/с.	
1 (Эталонный)	1. 2.	} $N'_0 =$	$n'_0 = \frac{N'_0}{200} =$	$n_0 = n'_0 - n_\phi =$
2 (Фон)	1. 2.	} $N_\phi =$	$n_\phi = \frac{N_\phi}{200} =$	
	1. 2.	} $N' =$	$n' = \frac{N'}{200} =$	$n = n' - n_\phi =$

7. Повторить измерения п.6 с препаратом № 2 для определения фона счетчика.

8. Повторить измерения п.6 с другими препаратами, массу калия в которое необходимо определить.

9. Выключить СЕТЬ ИП и ПУ. Приподнять счетчик и убрать препарат.

Обработка и анализ результатов измерений.

1. По результатам измерений и формуле (9) определить массу калия в исследуемых препаратах.

2. Оценить погрешность измерения массы. По правилам нахождения погрешности косвенных измерений из (9) получаем

$$(\Delta m / m)^2 = (\Delta n / n)^2 + (\Delta n_0 / n_0)^2 + (\Delta m_0 / m_0)^2 \quad (17)$$

По формуле (16) для  $t_1 = t_2 = t = 200$  с имеем

$$(\Delta n)^2 = (n' + n_\phi) / t \quad \text{и} \quad (\Delta n_0)^2 = (n'_0 + n_\phi) / t \quad (18)$$

Подстановкой (18) в (17) получаем рабочую формулу для нахождения полуширины доверительного интервала для доверительной вероятности  $P=0,68$ :

$$\Delta m = m \sqrt{\frac{1}{t} \left( \frac{n' + n_\phi}{n^2} + \frac{n'_0 + n_\phi}{n_0^2} \right) + \left( \frac{\Delta m_0}{m_0} \right)^2} \quad (19)$$

где  $\Delta m_0 / m_0 = 0,03$ .

3. Представить результаты измерений в форме:  $m \pm \Delta m$ , кг ( $P=0,68$ ).

Контрольные вопросы

1. Объяснить схемы  $\alpha$  - и  $\beta$  - распадов.

2. Сформулируйте закон радиоактивного распада.

3. Что такое активность препарата и как связана она с периодом полураспада?

4. Объяснить метод относительных измерений активности (массы) радиоактивного вещества.

5. Чему равны абсолютная и относительная погрешности измерения скорости счета, если за время  $t$  получено  $N$  импульсов?

6. Объяснить устройство и принцип действия сцинтилляционного счетчика.

### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб.пособие для студентов вузов. - 2-е изд., перераб. - М.: Наука, 1982. - 3 т.
2. Детлаф А. А., Яворский Б.М. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1979 - Т.3.
3. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. Пер. с англ. - М.: Мир, 1985. - 272 с.