Билет 1

1. Уравнение Шредингера, его свойства. Вероятностная интерпретация волновой функции.

Уравнения $$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x,y,z)\Psi$$ и

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + \left[E - U(x,y,z)\right]\psi = 0$$ называются уравнениями Шредингера соответственно со временем и без времени. Для свободной частицы уравнение

Шредингера имеет вид: $$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + E\psi = 0$$. Это уравнение имеет конечные во всем пространстве решения при любых положительных значениях энергии E (включая ноль). В качестве решений можно взять функции вида:

$$\psi = Ce^{\frac{i}{\hbar}pr}$$

Подставляя в уравнение Шредингера

$$\Psi = ae^{\frac{iS}{\hbar}}$$

после преобразований получим:

$$\frac{\partial a^2}{\partial t} + div\left(a^2 \frac{\nabla S}{m}\right) = 0$$

. Это уравнение имеет наглядный физический смысл. a^2 есть плотность вероятности нахождения частицы в том или ином месте пространства

$(a^2 = |\Psi|^2)$, $\frac{\nabla S}{m} = \frac{\vec{p}}{m}$ – скорость частицы.

Если силовое поле стационарно, то функция U не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии, тогда $\psi(\vec{r},t)=\psi(\vec{r})e^{-i\omega t}$. Подставляя это соотношение в уравнение Шредингера и сокращая на $e^{-i\omega t}$, получаем *уравнение для стационарных состояний*

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r})+U\psi(\vec{r})=E\psi(\vec{r})$$

.

Статистический смысл пси функции:

$dP=|\psi|^2\,dV$, квадрат модуля пси-функции определяет вероятность dP того, что частица будет обнаружена в пределах объема dV , условия которым должна удовлетворять пси-ф-я: непрерывная, конечная, однозначная, производные непрерывны. Вычтем из уравнения Шредингера.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}+U(x,t)\psi(x.t)=i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}$$

комплексно сопряженное ему ур-е

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial x^2}+U\overline{\psi}=-i\hbar\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial t}$$

получим

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x}-\psi\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial x}\right)=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial t}+\psi\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial t})$$

или

$$\frac{\partial}{\partial t}|\psi|^2+\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{i\hbar}{2m}\left(\bar{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x}-\psi\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x}\right)\right)=0$$

откуда

$$\frac{\partial}{\partial t}|\psi|^2+div\left(-\frac{i\hbar}{2m}\left(\bar{\psi}\cdot\nabla\psi-\psi\cdot\nabla\bar{\psi}\right)\right)=0$$

где выражение в скобках и есть вектор плотности потока вероятности, по аналогии с уравнением непрерывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+div\vec{j}=0$$

.

<u>Принцип суперпозиции.</u> Пусть в состоянии с волновой

Принцип суперпозиции. Пусть в состоянии с волновой функцией $\psi_1(\overline{r})$ некоторое измерение приводит с достоверностью к определенному результату 1, а в состоянии с волновой функцией $\psi_2(\overline{r})$ – к результату 2. Тогда всякая линейная комбинация ψ_1 и ψ_2, т.е. всякая волновая функция вида $c_1\psi_1 + c_2\psi_2$, где c_1 и c_2 – постоянные, дает состояние, в котором то же измерение дает либо результат 1, либо результат 2. Вероятности проявления этих либо результат 2. Вероятности проявления этих результатов равны c_1^2 и c_2^2 соответственно. Если $\psi_1(\overline{r},t)$ и $\psi_2(\overline{r},t)$ являются решениями уравнения Шредингера, то и любая их линейная комбинация

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n$$

также является решением уравнения Шредингера.

Билет 1

2. Фотопроводимость полупроводников. Процессы генерации и рекомбинации носителей заряда.

Фотопроводимость полупроводников возникает благодаря явлению внутреннего фотоэффекта. Внутренний фотоэффект заключается в обусловленном действием света перераспределении электронов по энергетическим уровням. Если энергия кванта $\hbar\omega$ превышает ширину запрещенной зоны, поглотивший квант электрон переходит из валентной зоны в зону проводимости – появляется дополнительная пара носителей тока – электрон и дырка, что проявляется в увеличении

– электрон и дырка, что проявляется в увеличении электропроводности вещества. Если в веществе имеются примеси, под действием света электроны могут переходить из валентной зоны на уровни примеси или с примесных зон в зону проводимости. В первом случае возникает *дырочная*, во втором – *электронная* проводимость.

На внутреннем фотоэффекте основано действие фотосопротивлений. Количество образующихся носителей тока пропорционально падающему световому потоку.

Фотосопротивления из полупроводников PbS, PbSe, PbTe, InSb используются в качестве детекторов инфракрасного излучения.

Билет 1

3. Рассчитайте активность одного грамма $^{226}_{88}Ra$, если период полураспада этого изотопа $T_{1/2} = 1620$ лет

Дано:

$m = 1$ г

$^{226}_{88}Ra$

$T_{1/2} = 1620$ лет

A_0 - ?

Решение:

$$\left.\begin{array}{l} A_0 = \lambda N_0 \\ \lambda = \dfrac{\ln 2}{T} \\ N_0 = \dfrac{m}{M} N_A \end{array}\right\} \Rightarrow A_0 = \frac{\ln 2}{T} \frac{m}{M} N_A =$$

$$= \frac{\ln 2 \cdot 1 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{1620 \cdot 226 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60^2}$$

$$= \ldots \text{ Бк.}$$