Билет 12

1.Фотоэффект и его законы. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Фотоны. Дуализм волновых и корпускулярных свойств излучения.

Фотоэффект наз.испускание электронов веществом под действием света. Это было обнаружено, когда проводится опыт: проскальзывание искры между шариками облегчится, если один осветить ультрафиолетовыми лучами. Первым исследовал фотоэффект Столетов. Он установил что:1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение;2)под действием света вещество теряет только отрицательные заряды;3)сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его интенсивности.

света, прямо пропорциональна его интенсивности. **Внутренний фотоэффект**-это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. **Вентильный фотоэффект**- разновидность внутреннего возникновение э.д.с. при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла(при отсутствии внешнего эл.поля). 3 закона фотоэффекта:

1.Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света(сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_e катода).

катода).

2.Максимальная начальная скорость(максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется его частотой ν.

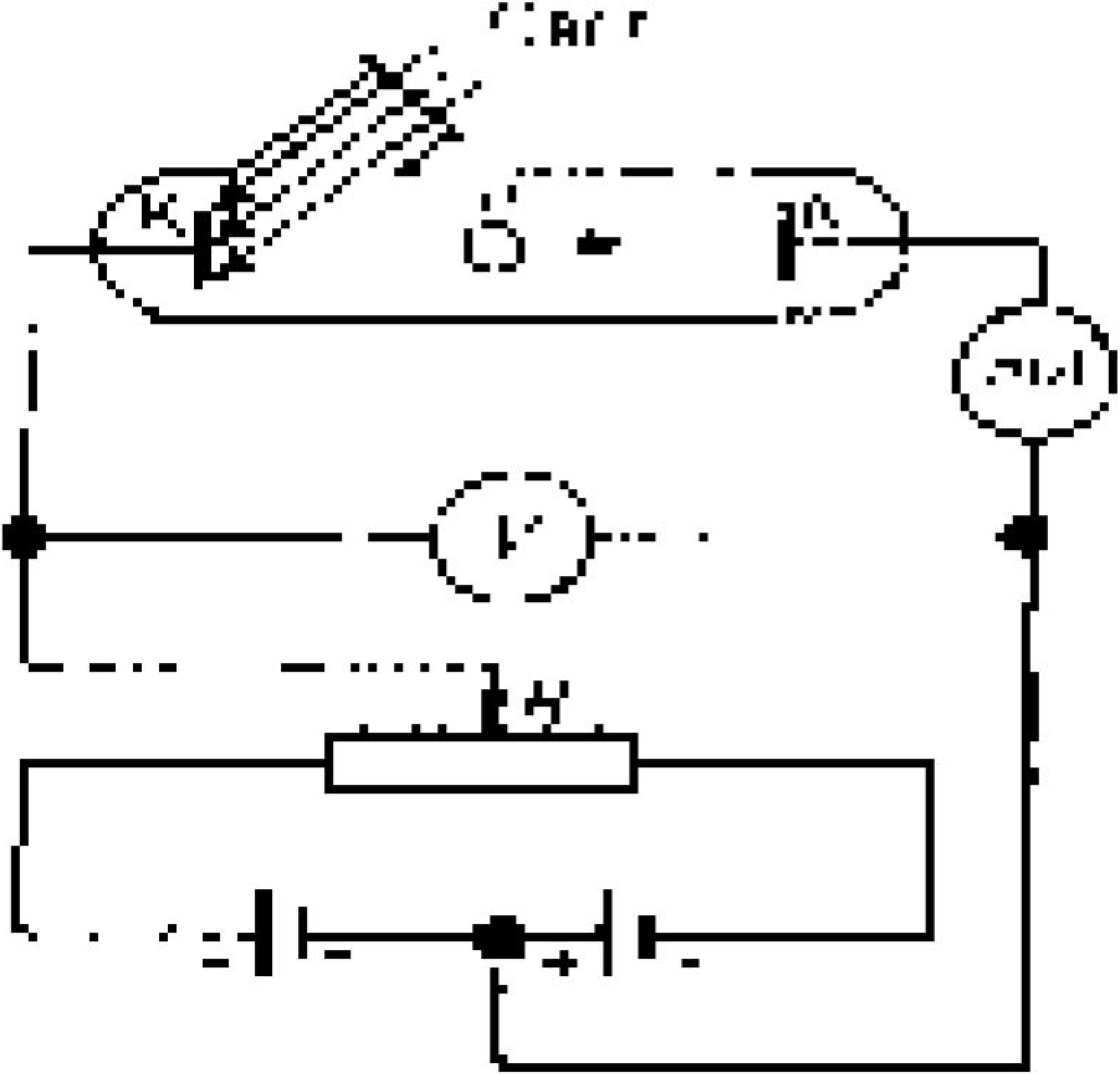
3.Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т.е. минимальная частота ν_0 света(зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

$h\nu=A+mv_{max}^2/2$–уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта (объясняет 2 и 3 законы). А –работа выхода $\bar{e}$.Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), т.к. ни A, ни ν от интенсивности света не зависят(2 закон). Т.к. с уменьшением частоты света кинет.энергия фотоэлектрона уменьшается, то при некоторой достаточно малой частоте $\nu=\nu_0$ кинет.энергия фотоэлектронов станет равной 0 и фотоэффект прекратится(3 закон). Получили $\nu_0=A/h$- красная граница фотоэффекта для данного металла. Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна, свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями, названными **фотонами.** Энергия фотона $\varepsilon_0=h\nu/c^2$. Его масса находится из закона взаимосвязи массы и энергии $m_\gamma=h\nu/c^2$.

Из отношения $E=\hbar\omega$ следует,что 1)масса покоя

Из отношения $E=\hbar\omega$ следует, что 1) масса покоя фотона равна 0 2) фотон всегда движется со скоростью $p=\hbar 2\pi/\lambda=\hbar k$ (k-волновое число. p и к направлены в сторону распространения волны.

Свет, обладая одновременно корпускулярными и волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении. Так, волновые свойства света проявляются в закономерностях его распространения, интерференции, дифракции, поляризации, и корпускулярные – в процессах взаимодействия света с веществом. Чем больше длина волны, тем меньше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются квантовые свойства света(с этим связано существование красной границы фотоэффекта).



Освобождаясь от индекса i, приходим к окончательному выражению $\langle n\rangle = \dfrac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}+1}$.

Это соотношение называется *распределением Ферми-Дирака*. Оно определяет среднее число ферми-частиц, находящихся в квантовом состоянии с энергией E.

Следствия из распределения Ферми-Дирака.

1. $\langle n\rangle$ не может быть больше единицы. Это означает, что в одном квантовом состоянии не может находиться более одной ферми-частицы, что согласуется с принципом Паули. Поскольку $\langle n\rangle \le 1$, то говорят, что распределение Ферми-Дирака определяет вероятность заполнения энергетического уровня с энергией E при температуре T.

2. Химический потенциал μ для ферми-частиц может быть только положительным, т.е. $\mu>0$. Иначе при $T\to 0$ экспонента в знаменателе обратилась бы в бесконечность, а числа заполнения - в нуль, чего быть не может.

Рассмотрим случай малых чисел заполнения, т.е. $\langle n\rangle = \dfrac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}+1} \ll 1$. Это условие выпол-

Рассмотрим случай малых чисел заполнения, т.е. $\langle n\rangle = \dfrac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}+1} << 1$. Это условие выполняется при $e^{\frac{E-\mu}{kT}} >> 1$, тогда $\langle n\rangle \approx e^{-\frac{E-\mu}{kT}} = A\cdot e^{-\frac{E}{kT}}$, где $A = e^{\frac{\mu}{kT}}$. Т.е. распределение Ферми-Дирака при малых числах заполнения, или, как говорят, в случае *разреженного ферми-газа*, переходит в классическое распределение Больцмана. Т.к. в распределение Больцмана в случае малых чисел заполнения переходит также и распределение Бозе-Эйнштейна, то можно сделать вывод, что *разреженные квантовые газы (и в случае бозонов, и в случае фермионов) не являются вырожденными и подчиняются классической статистике.*

Принципиальное различие между распределения Ферми-Дирака и Больцмана наблюдается при $\dfrac{E-\mu}{kT} < 1$. Классические частицы могут накапливаться в одном и том же состоянии в большом количестве. Для них $\langle n\rangle$ тем больше, чем меньше энергия состояния E. Что же касается ферми-частиц, то максимальное их число в одном квантовом состоянии не может превышать единицу, что согласуется с запретом Паули.

Для 12 билета

$$\langle n\rangle=\frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}-1}.$$

Оно описывает распределение бозе-частиц по энергиям и определяет среднее число бозе-частиц $\langle n\rangle$, находящихся в квантовом состоянии с энергией E. Величину $\langle n\rangle$ называют также *числом заполнения* энергетического уровня с энергией E.

Как следует из распределения Бозе-Эйнштейна, число бозе-частиц, находящихся на од-

Как следует из распределения Бозе-Эйнштейна, число бозе-частиц, находящихся на одном энергетическом уровне (в одном состоянии), ничем не ограничено и при малых значениях параметра $\frac{E-\mu}{kT}$ может оказаться очень большим. Это важная отличительная особенность бозе-частиц.

Замечание. Химический потенциал μ для систем бозонов с постоянным числом частиц N может принимать только отрицательные значения, т.е. $\mu<0$. Действительно, если бы μ мог быть положительным, то при $E<\mu$ экспонента в знаменателе была бы меньше единицы $e^{\frac{E-\mu}{kT}}<1$ и соответствующие числа заполнения $\langle n\rangle$ стали бы отрицательными, что невозможно.

Рассмотрим случай малых чисел заполнения $\langle n\rangle \ll 1$. Это условие выполняется при

Рассмотрим случай малых чисел заполнения $\langle n\rangle << 1$. Это условие выполняется при $e^{\frac{E-\mu}{kT}} >> 1$, или $\frac{E-\mu}{kT} >> 1$. Пренебрегая единицей по сравнению с экспонентой в знаменателе

$\langle n\rangle \approx \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}} = A\cdot e^{-\frac{E}{kT}}$, где $A = e^{\frac{\mu}{kT}}$. Мы видим, что при малых числах заполнения, или, как говорят, в случае *разреженного бозе-газа*, распределение Бозе-Эйнштейна переходит в классическое распределение Больцмана.

Газ, свойства которого отличаются от свойств классического идеального газа, называется *вырожденным газом*. Поскольку распределение Бозе-Эйнштейна существенным образом отличается от распределения Больцмана, то газ бозонов является *вырожденным газом*. И только в случае малой плотности ($\langle n\rangle << 1$) вырождение снимается и разреженный бозе-газ ведет себя

Газ, свойства которого отличаются от свойств классического идеального газа, называется *вырожденным газом*. Поскольку распределение Бозе-Эйнштейна существенным образом отличается от распределения Больцмана, то газ бозонов является *вырожденным газом*. И только в случае малой плотности ($\langle n\rangle << 1$) вырождение снимается и разреженный бозе-газ ведет себя подобно идеальному газу.

Билет 12

Частица массой m находится в одномерной прямоуг. потенц. яме шириной a с бесконечно высокими стенками в основном состоянии. Найдите среднее значение квадрата импульса $\langle p^2 \rangle$ в этом состоян.

Дано:	Решение:
m, a	$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi x}{a}$
$\langle p^2 \rangle$ - ?	$\hat{p}^2 = \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

$$\langle p^2 \rangle = \iint_S \psi^* \hat{p}^2(\psi)\, dS = \frac{\int_0^a \psi^* \hat{p}^2(\psi)\, dx}{\int_0^a \psi^* \psi\, dx} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{a^2}$$