

## Билет 15

### 1. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора и анализ его решений.

Линейный гармонический осциллятор – система, совершающая одномерное движение под действием квазиупругой силы – является моделью, используемой во многих задачах классической и квантовой теории. Пружинный, физический и математический маятники – примеры классических гармонических осцилляторов. Потенциальная энергия осциллятора равна  $U = m\omega_0^2 x^2 / 2$  где  $\omega_0$  – собственная частота осциллятора,  $m$  – масса частицы.

Гармонический осциллятор в квантовой механике – квантовый осциллятор – описывается уравнением



квантовый осциллятор – описывается уравнением Шредингера, учитывающим выражение для потенциальной энергии. Тогда стационарные состояния квантового осциллятора определяются уравнением Шредингера вида

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0$$

где  $E$  – полная энергия осциллятора. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что это уравнение решается

только при собственных значениях энергии  $E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_0$ . Эта формула показывает, что энергия квантового осциллятора может иметь только дискретные значения, т.е. квантуется.

Строгое решение задачи о квантовом осцилляторе



Строгое решение задачи о квантовом осцилляторе приводит еще к отличию от классического рассмотрения. Квантово-механический расчет показывает, что частицу можно обнаружить за пределами дозированной области, в то время как с классической точки зрения она не может выйти за пределы области. Т.о. имеется отличная от нуля вероятность обнаружить частицу в области, которая является классически запрещенной.

## **Билет 15**

### **2. Собственная проводимость полупроводников.**

#### **Концентрация электронов и дырок в чистых**



## 2. Собственная проводимость полупроводников.

Концентрация электронов и дырок в чистых

полупроводниках. Уровень Ферми в чистых

полупроводниках. Температурная зависимость

проводимости беспримесных полупроводников.

Собственные полупроводники – химически чистые полупроводники, а их проводимость называется собственной проводимостью. В результате тепловых выбросов из зоны 1 в зону 2 в валентной зоне возникают вакантные состояния, получившие название дырок. Проводимость собственных полупроводников, обусловленная дырками, называется дырочной или  $p$ -типа.

Концентрация дырок в валентной зоне



Концентрация дырок в валентной зоне

$$n_p = C_2 e^{(E_1 - E_F)/(kT)}$$

$C_2$  – постоянная, зависящая от температуры и эффективной массы дырки (Эффектив.масса – величина, имеющая размерность массы и характеризующая динамические свойства электронов проводимости и дырок),  $E_1$  – энергия, соответствующая верхней границе валентной зоны.

Т.к. для собственного полупроводника  $n_e = n_p$ , то

$$C_1 e^{-(E_2 - E_F)/(kT)} = C_2 e^{(E_1 - E_F)/(kT)}$$

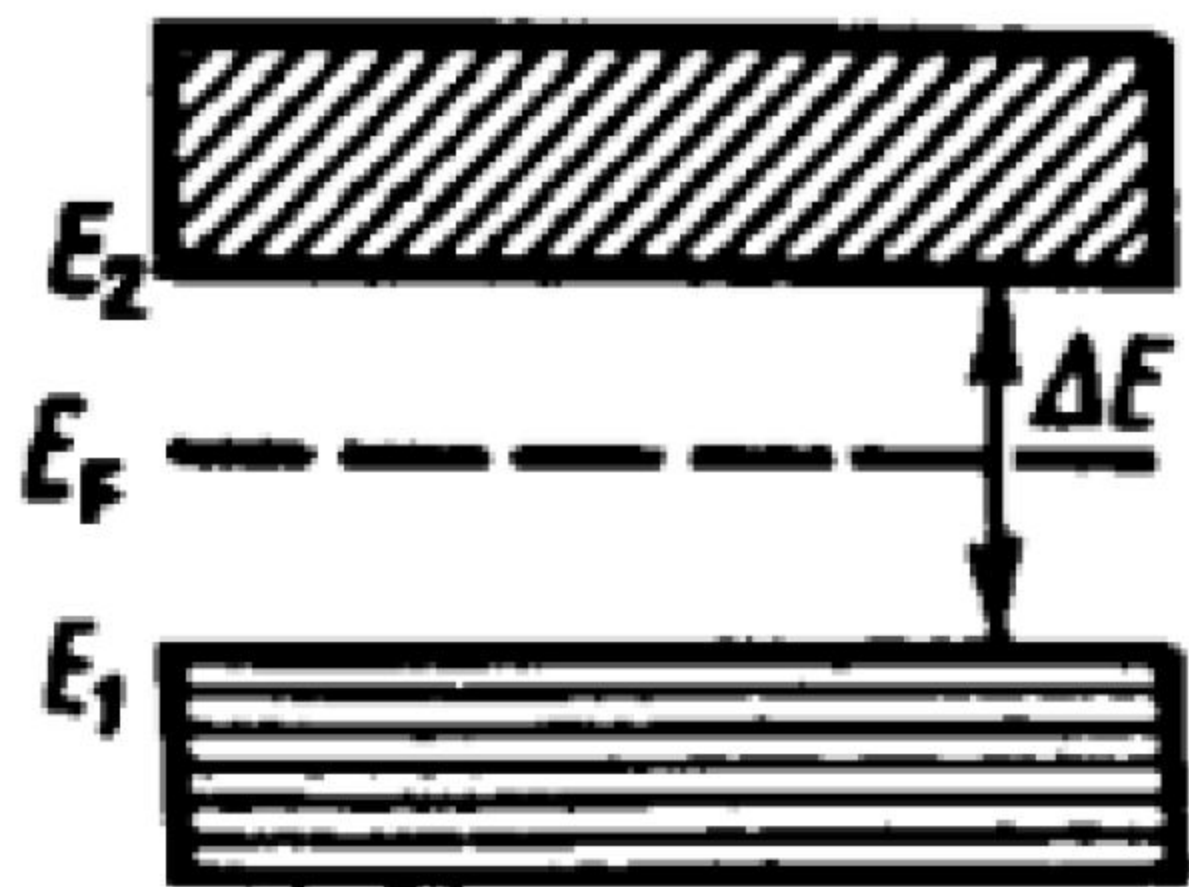
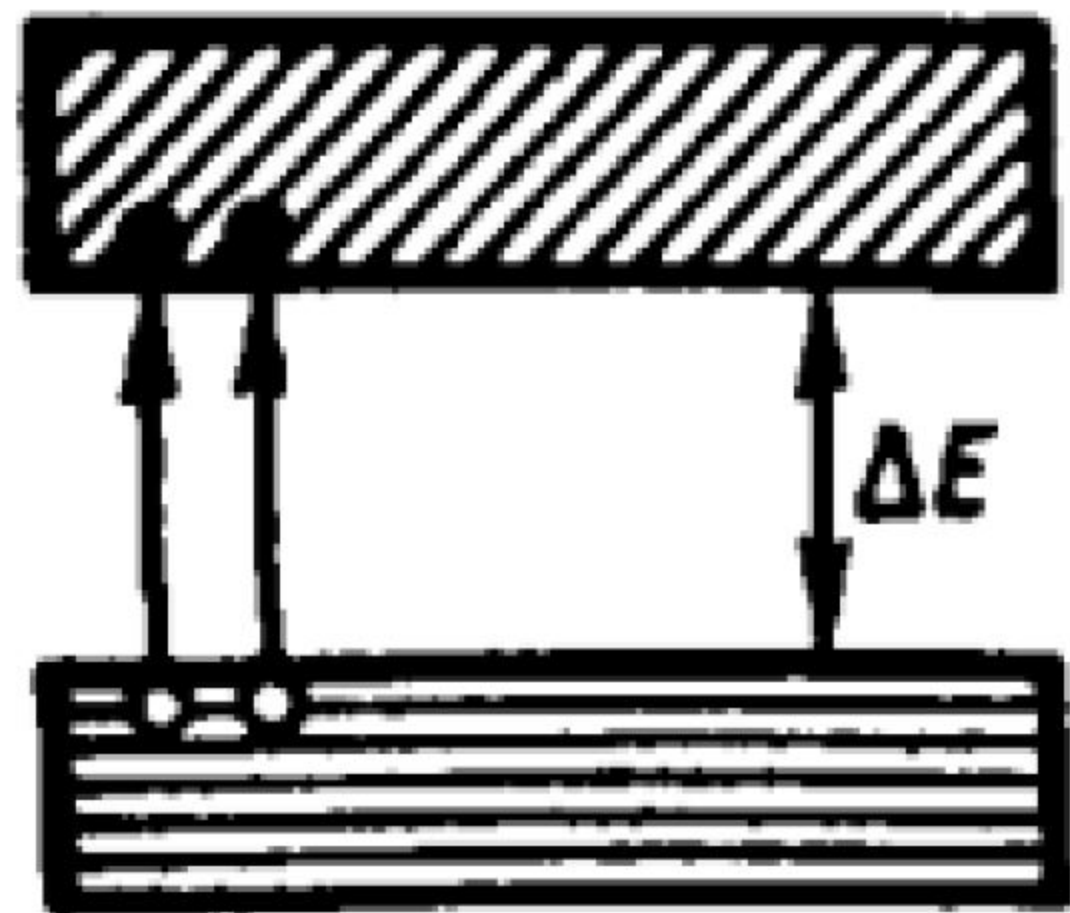
Если эффективные массы электронов и дырок равны, то  $C_1 = C_2$  и следовательно  $-(E_2 - E_F) = E_1 - E_F$ , откуда  $E_F = \Delta E / 2$ , т.е. уровень Ферми в собственном полупроводнике расположен в середине запрещенной



полупроводнике расположен в середине запрещенной зоны.

Увеличение проводимости полупроводников с повышением температуры является их характерной особенностью (у металлов с повышением температуры проводимость уменьшается). С повышением температуры растет число электронов, которые вследствие теплового возбуждения переходят в зону проводимости и участвуют в проводимости.







Билет 15

Воспользовавшись распределением свободных электронов в металле по энергии, найдите отношение средней скорости свободных электронов к их максимальной скорости при  $T=0$ .

Дано;  
 $T=0$

Решение:

$$dn = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E} dE$$

$$\frac{\langle v \rangle}{v_{\max}} = ?$$

$$E = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow dE = m v dv \quad dn = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\frac{m v^2}{2}} m v dv$$

$$dn = \frac{m^3 v^2}{\pi^2 \hbar^3} dv \Rightarrow n = \frac{m^3 v_{\max}^3}{3 \pi^2 \hbar^3}$$

$$\langle v \rangle = \frac{1}{n} \cdot \int v dn = \frac{1}{n} \frac{m^3 v_{\max}^4}{4 \pi^2 \hbar^3} \Rightarrow \frac{\langle v \rangle}{v_{\max}} = \frac{3}{4}$$