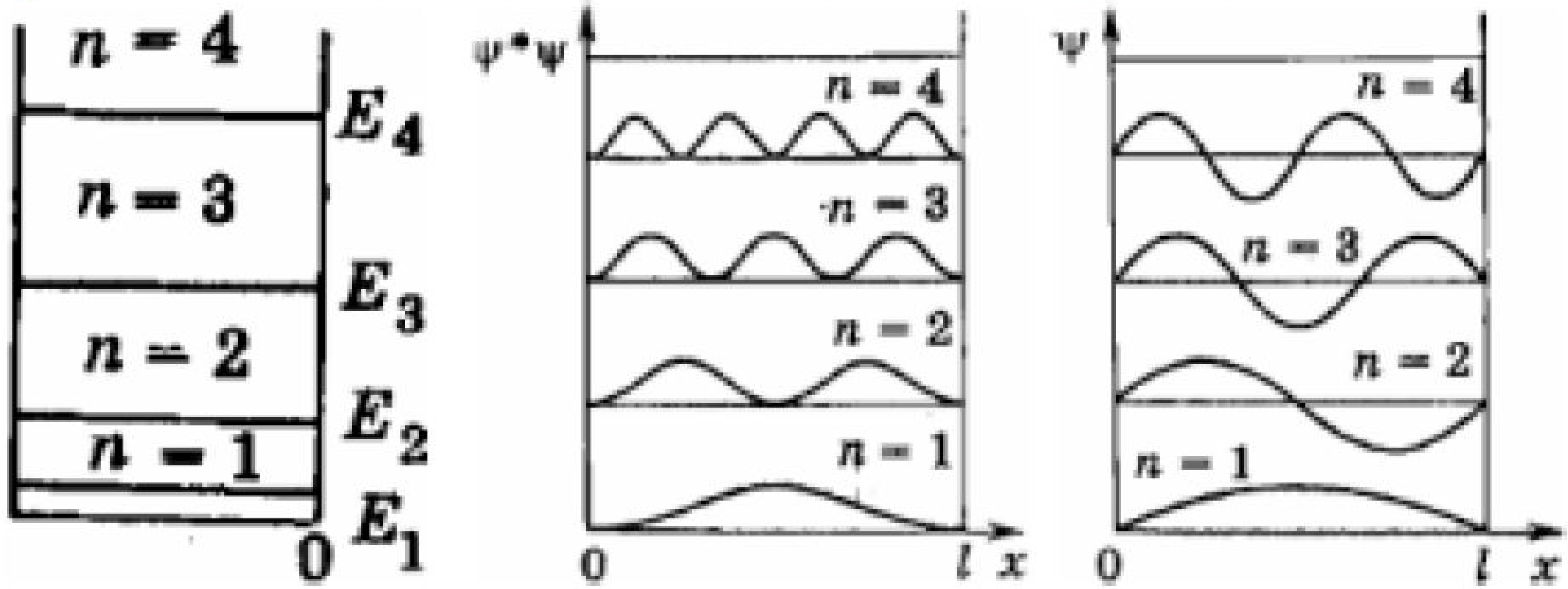
Билет 30

1. Частица в трехмерном потенциальном ящике. Энергетический спектр частицы. Понятие о вырождении энергетических уровней.

Найдем собств. зн-я энергии и соотв. им собств. ф-ии для частицы находящейся в



одномерной потенциальной яме с беск. выс. стенками. Пусть движение ограничено непроницаемыми для частицы стенками $x=0$ и $x=l$. $U=0$ при $0 \leq x \leq l$, $U=\infty$ при

U=0 при $0 \le x \le l$, U=∞ при $x<0$ и $x>l$, Ур-е Шредингера

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0$$

, т.к. за пределы ямы частица вырваться не может, то $\psi(0)=\psi(l)=0$.

В области где $\psi \neq 0$, ур-е имеет вид

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\psi=0$$

, вводим

$k^2=\frac{2m}{\hbar^2}E$, придем к $\psi''+k^2\psi=0$, реш. имеет вид

$$\psi(x)=a\sin(kx+\alpha)$$

, т.к. $\psi(0)=\psi(l)=0$, то $\psi(0)=a\sin\alpha=0$, откуда $\alpha=0$, тогда $\psi(l)=a\sin kl=0$, т.е. $kl = n\pi$ ($n = 1,2,3,\ldots$),

т.е. $kl = n\pi$ (n = 1,2,3,...),
откуда

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2$$

(n =1,2,3,...), спектр энергии – дискретный. Подставив зн-е k получим $\psi_n(x) = a\sin(n\pi x / l)$, для нахождения a воспользуемся условием нормировки

$$a^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = 1$$

, откуда $a = \sqrt{2/l}$, т.е.

$$\psi_n(x) = \sqrt{2/l}\,\sin(n\pi x / l)$$

n = 1, 2,3,. Ч-ца в 3-мер ящ.

3-мер ящ.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(x,y,z)=E\psi(x,y,z)$$ $0 \le x \le l$, $0 \le y \le l$, $0 \le z \le l$;

$$\psi(x,y,z)=\psi_1(x)\psi_2(y)\psi_3(z)$$

$$E=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}(n_1^2+n_2^2+n_3^2)$$

Причем при $n_1=n_2=n_3=1$ будет

$$E=\frac{3\pi^2\hbar^2}{2ml^2}$$, а при $n_1=n_2=1, n_3=2$ или

$n_3=n_2=1, n_1=2$ или

или

$$n_1 = n_3 = 1, n_2 = 2 \qquad E = \frac{3\pi^2\hbar^2}{ml^2}$$

Когда одной энергии соотв. несколько равных сост. называется вырождением, а число этих сост.-кратностью вырождения.

/Принцип тождественности одина
тождественных микрочастиц. Фе
Основа квантовой статистики – при
квантовых частиц не приводит к но
антисимметричными по отношени
частиц с целым спином, а второй с
справедлив принцип Паули: в кажд
часнцы. Статистика, основанная на
подчиняющиеся этой статистике –
Бозе-Эйнштейна, ктр. подчиняются
Не выполняется принцип Паули; ве
пропорциональна *n*. Обе статистик

динаковых микрочастиц. Симмет

ц. Фермионы и бозоны.

– принципиальная неразличимость о

к новому микросостоянию. Волнов

ению к перестановке любой пары ч

ой с полуцелым. Для системы части

каждом квантовом состоянии может

ая на этом принципе, называется ста

ке – *фермионы.* К их числу относят

ются частицы с *целым* спином. Част

и; вероятность P возникновения бо

стики подчиняются принципу тожде

Симметричные и антисимметрич

нимость одинаковых частиц. Переста
. Волновые ф-ии должны быть сим
й пары частиц, причем первый случ
мы частиц, описывающейся антиси
ии может находиться одновременно
ается статистикой Ферми-Дирака. Ч
относят все частицы с *полуцелым* с
ном. Частицы подчиняющиеся этой
вения бозона в состоянии, в ктр. уже
пу тождественности одинаковых ми

иммметричные состояния

иц. Перестановка местами двух
и быть симметричными или
рвый случай имеет место для
ся антисимметричными ф-ями
овременно не более одной
-Дирака. Частицы ,
луцелым спином. Статистика
иеся этой статистике – <u>*бозоны.*</u>
в ктр. уже имеется *n* частиц,
аковых микрочастиц.

Билет 30

Покажите, что в атоме водорода на круговой стационарной боровской орбите укладывается целое число длин волн де Бройля электр.

Определите длину волны де Бройля $\bar{e}$ на круговой орбите с главным квантовым числом n

Дано:
$n, \bar{e}$

$\lambda_Б - ?$

Решение:

$$\lambda_Б = \frac{h}{p}$$

Дано:
$n, \bar{e}$

$\lambda_Б$ - ?

Решение:

$$\lambda_Б = \frac{h}{p}$$

~~$\ell = 2\pi r$ - длина орбиты~~

$mvr = n\hbar^*$ - услов. квантования по теории Бора

$$p = \frac{n\hbar}{r}$$

$$\lambda_Б = \frac{h r}{n\hbar} = \frac{2\pi r}{n}$$

$$\lambda_Б = \frac{n r}{n \hbar} = \frac{2\pi r}{n}$$

$$m a_y = F_к$$

$$\frac{m v^2}{r} = k \frac{(e)^2}{r^2}$$

$$m v^2 r = k e^2$$ с учетом *

$$v = \frac{k e^2}{n \hbar}$$

$$v = \frac{ke^2}{n\hbar}$$

$$p = \frac{mke^2}{n\hbar} \Rightarrow \lambda_Б = \frac{hn\hbar}{mke^2} = n\frac{6{,}626 \cdot 10^{-68} \ldots}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\, 9 \cdot 10^{9} \ldots}$$