## Билет 3

### 1. Спонтанное и индуцированное вынужденное излучение. Коэффициенты "A" и "B" Эйнштейна.

*Спонтанный переход* – переход атомов с более высоких на более низкие энергетические уровни. Такие переходы приводят к спонтанному испусканию атомами фотонов. *Индуцированные переходы* – переходы с более низких на более высокие уровни энергии под действием излучения. Для возможности установления равновесия при произвольной интенсивности падающего излучения необходимо существование «испускательных переходов», вероятность ктр. возрастала бы с увеличением интенсивности излучения, т.е. «испуск.

интенсивности излучения, т.е. «испуск. переходов», вызываемых излучением. Возникающее при таких переходах *излучение* назыв. *вынужденным или индуцированным*. Вынужденное и вынуждающее излучения являются строго когерентными. Пусть $P_{nm}$ –вероятность вынужденного перехода атома в ед. времени с энергетического уровня $E_n$ на уровень $E_m$, $P_{mn}$ – вер-ть обратного перехода. При одинаковой интенсивности излучения

$P_{nm} = P_{mn}$. $P_{nm} = B_{nm} u_\omega$ и $P_{mn} = B_{mn} u_\omega$ –

вероятность вынужденных переходов

пропорциональна плотности энергии $u_\omega$ вынуждающего переход магнитного поля, приходящейся на частоту ω, соответствующую данному переходу ($\omega = (E_n - E_m)/\hbar$).

Величины $B_{nm} = B_{mn}$ *назыв. коэф. Эйнштейна*.

Равновесие между веществом и излучением будет достигнуто при условии, что число атомов $N_{nm}$, совершающих в ед. времени переход из состояния *n* в сост. *m*, будет равно числу атомов $N_{nm}$, совершающих переход в обр. направ. Пусть $E_n > E_m$, тогда переходы $m \to n$ смогут происх. только под воздействием излучения, переходы $n \to m$ будут совершаться как вынужденно, так и спонтан.,

$$\Rightarrow N_{mn} = N_{mn}^{вынужд},\ N_{nm} = N_{nm}^{вынужд} + N_{nm}^{спонт}$$

Усл. равновесия:

$$N_{mn}^{вынужд} = N_{nm}^{вынужд} + N_{nm}^{спонт}$$

имеем $$N_{mn}^{вынужд} = P_{mn} N_m = B_{mn} u_\omega N_m$$ ,

$$N_{nm}^{вынужд} = P_{nm} N_n = B_{nm} u_\omega N_n$$

( $N_m$ и $N_n$ -числа атомов в сост. m и n). Вероятность спонтанного перехода атома в ед. времени из сост. n в сост m через $A_{nm}$ . Тогда число атомов совершающих в ед. вр. спонтанный переход $n \to m$, опр. *спонт*

$$N_{nm}^{спонт} = A_{nm} N_n$$

т.е.

$$B_{mn} u_\omega N_m = B_{nm} u_\omega N_n + A_{nm} N_n$$

. определяем

равновесное значение

$$u(\omega,T)=\frac{A_{nm}}{B_{nm}}\frac{1}{N_m/N_n-1}$$

– (**1**), Согласно закону Больцмана

$$\frac{N_n}{N_m}=e^{(E_n-E_m)/kT}=e^{\hbar\omega/kT}$$

При малых частотах

$$u(\omega,T)=\frac{A_{nm}}{B_{nm}}\frac{kT}{\hbar\omega}$$

сравнивая с формулой Рэлея-Джинса

сравнивая с формулой Рэлея-Джинса

$$u(\omega,T)=\frac{\omega^2}{\pi^2c^3}kT$$

находим, что

$$\frac{A_{nm}}{B_{nm}}=\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3}$$

подставляя в (**1**) получаем формулу Планка.

## 2. Зонная теория твердых тел. Структура зон в металлах, полупроводниках и диэлектриках.

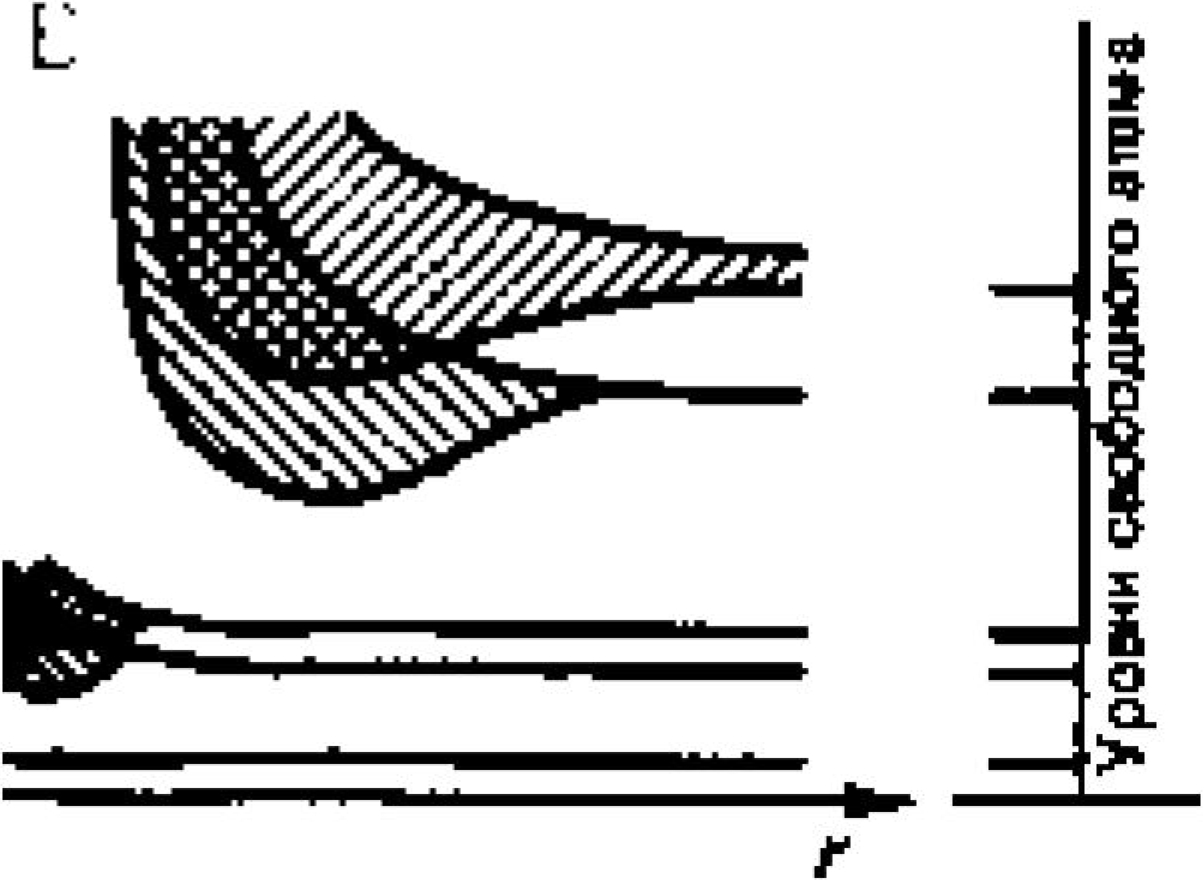
В основе зонной теории лежит так называемое адиабатическое приближение. Квантово-механическая система разделяется на тяжелые и легкие частицы- ядра и электроны. Поскольку массы и скорости этих частиц значительно различаются, можно считать. Что движение электронов происходит в поле неподвижных ядер, а медленно движущиеся ядра находятся в усредненном поле всех электронов. Принимая, что ядра в узлах кристаллической решетки неподвижны, движение электрона рассматривается в постоянном периодическом поле ядер. Далее используем приближение самосогласованного поля.

приближение самосогласованного поля. Взаимодействие данного электрона со всеми другими заменяется действием на него стационарного эл.поля, обладающего периодичностью кристалл.решетки. Это поле создается усредненным в пространстве зарядом всех других электронов и всех ядер. Пока атомы изолированы, т.е. находятся друг от друга на макроскопических расстояниях, они имеют совпадающие схемы энергетических уровней. (см.рис). По мере сжатия нашей модели до кристал.решетки, т.е. когда расстояния между атомами станут равными межатомным, взаимодействие между атомами приводит к тому, что энергетические уровни атомов *смещаются*, *расщепляются и расширяются*, образуется **зонный** *расщепляются и расширяются*, образуется **зонный энергетический спектр.**

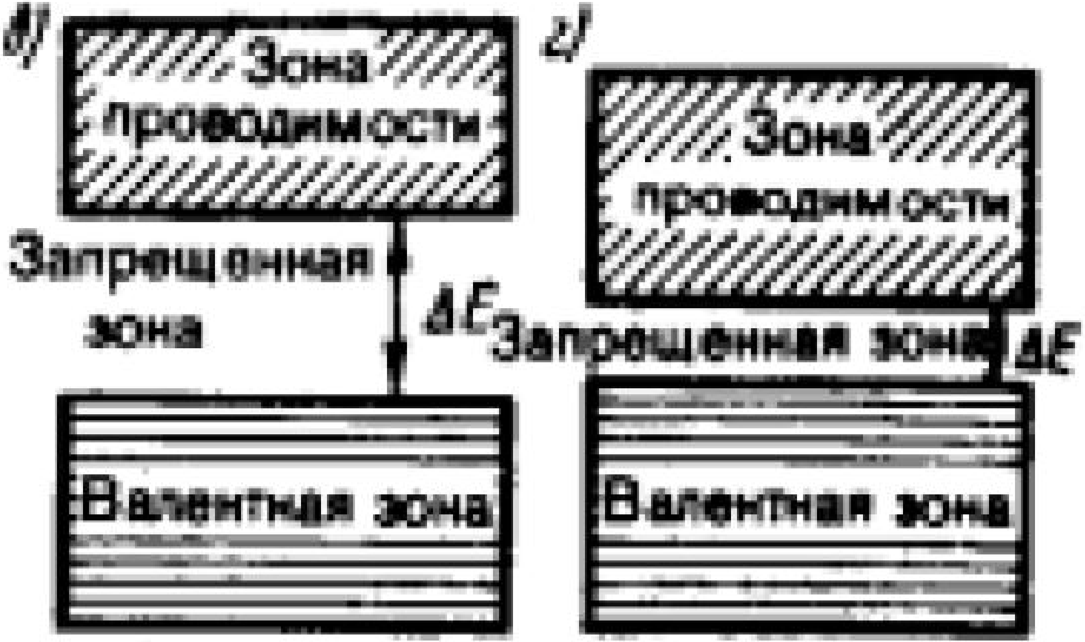
Образование зонного энергетического спектра в кристалле является квантово-механическим дефектом и вытекает из соотношения неопределенностей. В кристалле валентные электроны атомов, связанные слабее с ядрами, чем внутренние электроны, могут переходить от атома к атому сквозь потенциальные барьеры, разделяющие атомы, т.е. перемещаться без изменения потенциальной энергии (туннельный эффект).

Энергия внешних может принимать значения в пределах закрашенных областей (см.рис), называемых разрешенными энергетическими зонами.

называемых разрешенными энергетическими зонами. Разрешенные энергетические зоны разделяются зонами запрещенных значений энергии, называемые запрещенными энергетическими зонами.


E
r
Уровни свободного атома


а)
Зона проводимости
Запрещенная зона
Частично заполненная зона
Металл
б)
Зона проводимости
Область перекрытия зон
Валентная зона
Металл




Диэлектрик Полупроводник

Билет 3

Температурный коэф. сопротивления $\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT}$ чистого беспримесного германия при комнатной темп. $\alpha = -0{,}05\,K^{-1}$

Найти ширину запрещ. зоны

Дано: $\alpha = -0{,}05\,K^{-1}$

Решение: $\sigma = \sigma_0\, e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$

Дано:

$\alpha = -0{,}05\,K^{-1}$

$\Delta E - ?$

Решение:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}}$$

$$\frac{d\rho}{dT} = \frac{1}{\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}} \left(-\frac{\Delta E}{2kT^2}\right) = \rho \left(-\frac{\Delta E}{2kT^2}\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT} = \frac{\rho}{\rho}\left(-\frac{\Delta E}{2kT^2}\right) = -\frac{\Delta E}{2kT^2}$$

$$\Delta E = -\alpha\, 2kT^2$$