Билет 1

3 Рассчитайте активность одного грамма $^{226}_{88}Ra$, если период полураспада этого изотопа $T_{1/2} = 1620$ лет

Дано:

$m = 1$ г

$^{226}_{88}Ra$

$T_{1/2} = 1620$ лет

A_0 - ?

Решение:

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= \lambda N_0 \\ \lambda &= \frac{\ln 2}{T} \\ N_0 &= \frac{m}{M} N_A \end{aligned}\right\} \Rightarrow A_0 = \frac{\ln 2}{T} \frac{m}{M} N_A =$$

$$= \frac{\ln 2 \cdot 1 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}{1620 \cdot 226 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60^2}$$

= [illegible] Бк.

Билет 2 (17)

Линейные размеры атома водорода составляют величину 10^{-10} м. Используя соотношение неопр. оцените минимальную кинетич. энергию $E_к$.

Дано:

$L = 10^{-10}$ м

$E_{к\,min}$ - ?

Решение:

$$E_{к\,min} = \frac{p^2_{min}}{2m}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta x = \frac{L}{2}$$

$$\Delta p_x = p_{min} = \frac{\hbar}{L}$$

$$\Rightarrow E_{к\,min} = \frac{\hbar^2}{L^2\, 2m} = \frac{(1{,}054 \cdot 10^{-34})^2}{10^{-20} \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}$$

Билет 3

Температурный коэф. сопротивления

$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$ чистого беспримесного германия

при комнатной темп. $\alpha = -0{,}05\,K^{-1}$

Найти ширину запрещ. зоны

Дано:

$\alpha = -0{,}05\,K^{-1}$

Решение:

$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$

Дано:

$\alpha = -0{,}05\,K^{-1}$

ΔE - ?

Решение:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}}$$

$$\frac{d\rho}{dT} = \frac{1}{\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}} \left(-\frac{\Delta E}{2kT^2}\right) = \rho \left(-\frac{\Delta E}{2kT^2}\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT} = \frac{\rho}{\rho}\left(-\frac{\Delta E}{2kT^2}\right) = -\frac{\Delta E}{2kT^2}$$

$$\Delta E = -\alpha 2kT^2$$

Билет 4

Фотон с энергией E_1 рассеялся на свободном е под углом θ. Считая, что е до соударения покоился, найдите E_2 рассеяного фотона

Дано:

E_1

θ

E_2 - ?

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{mc}$$

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda_1} \qquad E_2 = \frac{hc}{\lambda_2}$$

$$E_2 = \frac{hc}{\frac{hc}{E_1} + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)} = \frac{c}{\frac{c}{E_1} + \frac{1-\cos\theta}{mc}}$$

Билет 5

В некоторый момент времени частица находится в состоянии, описываемом волновой ф-ей $\psi(x) = A\exp\left(-\frac{x^2}{a^2} + ikx\right)$. найти $\langle x \rangle$?

Дано:

$\psi(x) = A\exp\left(-\frac{x^2}{a^2} + ikx\right)$

$\langle x \rangle$ - ?

Решение:

$\langle x \rangle = \int \psi^* \hat{x}(\psi)\, dV$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} A e^{\left(-\frac{x^2}{a^2} - ikx\right)} x A e^{\left(-\frac{x^2}{a^2} + ikx\right)} dx$$

$$= A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{2x^2}{a^2}} dx = 0$$

Билет 6

Во скок раз изменится при ↑ температуры от $T_1 = 300К$ до $T_2 = 320К$ удельное сопротив. ρ

$\Delta E = 0,330$ эВ?

Дано:

$T_1 = 300K$

$T_2 = 320K$

$\Delta E = 0,33$ эВ

$\frac{\rho_2}{\rho_1}$ - ?

Решение:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = e^{\frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}$$

Билет 7.

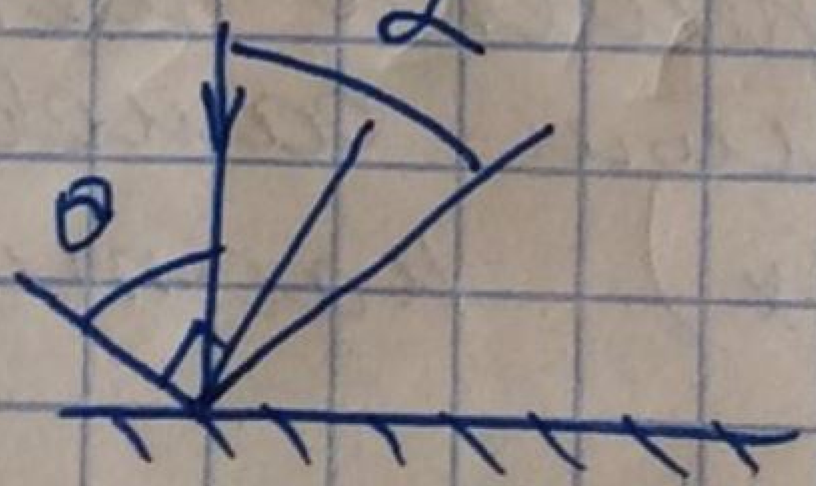
Узкий пучок моноэнергетических нерелятив. электронов падает нормально на поверхность монокристалла. В направлении, составляющем угол $\alpha = 60^\circ$ с нормалью к поверхности, наблюдается максимум отражения ё третьего порядка . . . . . . $d = 0{,}2$ нм

Дано:

$\alpha = 60^\circ$

$n = 3$

$d = 0{,}2$ нм



$$2d \sin\theta = n\lambda_Б$$

$$\lambda_Б = \frac{h}{p}$$

Дано:

$\alpha = 60^\circ$

$n = 3$

$d = 0{,}2$ нм

U - ?

$$2d\sin\theta = n\lambda_Б$$

$$\lambda_Б = \frac{h}{p}$$

$$p = \sqrt{2Em}$$

$$E = eU$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$$

$$2d\cos\frac{\alpha}{2} = n\frac{h}{\sqrt{2eUm}}$$

$$U = \frac{n^2 h^2}{4d^2\cos^2\frac{\alpha}{2}\cdot 2em}$$

Билет 8

Найти кинет. энергию электрона, при которой ео длина волны де Бройля равна его комптонов. длине волны $\lambda_к$

Дано:

$\lambda_Б = \lambda_к$

$E_к$ - ?

Решение

$$\frac{h}{p} = \frac{h}{mc}$$

Считая ē релятивистким:

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_к(E_к + 2mc^2)}$$

$$E_к(E_к + 2mc^2) = (mc^2)^2$$

$$E_к^2 + 2mc^2E_к - m^2c^4 = 0$$

$$E_к = -mc^2 \pm \sqrt{2}\,mc^2$$

$$E_к = mc^2(\sqrt{2} - 1)$$

Билет 9

В кровь человека ввели небольшое количество раствора, содержащего ^{24}Na с активностью $A = 2,0 \cdot 10^3$ Бк. Активность 1 см³ через $t = 5,0$ ч оказалась равной $A^* = 0,267$ Бк/см³. Период полураспада данного изотопа $T = 15$ ч. Найдите объем крови человека.

Дано:

$A = 2,0 \cdot 10^3$ Бк

$A^* = 0,267$ Бк/см³

$T = 15$ ч

$t = 5,0$ ч

$V - ?$

Решение:

$$A^* = \frac{A}{V} = \frac{A_0}{V} e^{-\frac{\ln 2}{T} t}$$

$$V = \frac{A_0}{A^*} e^{-\frac{\ln 2}{T} t} =$$

$$= \frac{A_0}{A^*} 2^{-\frac{t}{T}} = 5,95 \text{ л}.$$

Билет 10

При увеличении термодинам. темп T АЧТ в $n = 2$ раза длина волн λ_m, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, уменьшилась на $\Delta\lambda = 400$ нм. Определить начальную и конечную температуры тела T_1 и T_2

Дано:	Решение
$\frac{T_2}{T_1} = 2$	$\lambda_m = \frac{b}{T}$ $\quad b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м $\cdot$ К

Дано:

$\frac{T_2}{T_1} = 2$

$\Delta\lambda = 400\text{нм}$

T_1, T_2

Решение

$\lambda_m = \frac{b}{T}$ $\quad b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ м \cdot к$

$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{b}{T_1} - \frac{b}{T_2} = \frac{b}{T_1} - \frac{b}{2T_1} =$

$= \frac{b}{2T_1}$

$T_1 = \frac{b}{2\Delta\lambda}$

$T_2 = 2 \cdot T_1.$

Билет 11

Масс-спектрометрический анализ образцов породы показал, что отношение кол-ва атомов ^{40}Ar и ^{40}K в ней равно $\eta = 10,3$. Считая, что аргон целиком образовался из калия в результате радиоактивного распада, определить возраст лунной породы. $T_{1/2} = 1,25 \cdot 10^9$ лет

Дано:

$$\frac{N^{40}_{Ar}}{N_{^{40}K}} = 10,3$$

Решение:

$$N_{Ar} = N_{0K} - N_K = N_K \left(e^{\lambda t} - 1 \right)$$

$$N_K = N_{0K} e^{-\lambda t} \Rightarrow N_{0K} = N_K e^{\lambda t}$$

Дано:

$\frac{N^{40}_{Ar}}{N_{^{40}K}} = 10,3$

$T = 1,25 \cdot 10^9$ лет

$t - ?$

Решение:

$N_{Ar} = N_{0_K} - N_K = N_K (e^{\lambda t} - 1)$

$N_K = N_{0_K} e^{-\lambda t} \Rightarrow N_{0_K} = N_K e^{\lambda t}$

$\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\frac{\ln 2}{T} t} - 1$

$t = \frac{T}{\ln 2} \ln \left(\frac{N_{Ar}}{N_K} + 1 \right)$

Билет 12

Частица массой m находится в одномерной прямоуг. потенц. яме шириной a с бесконечно высокими стенками в основном состоянии. Найдите среднее значение квадрата импульса $\langle p^2 \rangle$ в этом состоян.

Дано:
m, a

$\langle p^2 \rangle$ - ?

Решение: $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi x}{a}$

$$\hat{p}^2 = \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$\langle p^2 \rangle = \iint\limits_S \psi^* \hat{p}^2(\psi)\, dS = \frac{\int_0^a \psi^* \hat{p}^2(\psi)\, dx}{\int_0^a \psi^* \psi\, dx} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{a^2}$$

Билет 13

До какой температуры нужно нагреть классический электронный газ, чтобы средняя энергия его электронов была равна средней энергии свободных электронов в серебре при $T = 0$ К? Энергия Ферми серебра $E_F = 5,51$ эВ.

Дано:

$E_F = 5,51$ эВ
$T_1 = 0$ К

$T - ?$

Решение:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT$$

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F = \frac{\int_0^{E_F(0)} E^{3/2}\, dE}{\int^{E_F(0)} E^{1/2}\, dE}$$

$$\frac{3}{\ } \cdot \ldots = \frac{3}{\ } \ldots$$

Дано:

$E_F = 5{,}51\ эВ$

$T_1 = 0\ К$

$T - ?$

Решение:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT$$

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F = \frac{\int_0^{E_F(0)} E^{3/2}\, dE}{\int_0^{E_F(0)} E^{1/2}\, dE}$$

$$\frac{3}{2} kT = \frac{3}{5} E_F \, .$$

$$\frac{2}{5} \frac{E_F}{k} = T$$

$$T = \frac{2}{5} \cdot \frac{5{,}51 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}38 \cdot 10^{-23}} = \ldots$$

Билет 14

Красная граница фотопровод. чистого бесприм. германия при очень низких темпер. $\lambda_{кр} = 1{,}7$ мкм. Найти температурный коэфф.

Дано:

$\lambda_{кр} = 1.7$ мкм

α - ?

Решение: $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}}$

$$\alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT} = -\frac{\Delta E}{2kT^2}$$

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda_{кр}} \Rightarrow \alpha = \frac{-hc}{2\lambda_{кр} kT^2}$$

Билет 15

Воспользовавшись распределением свободных электр. в металле по энергиям, найдите отношение средней скорости свободных электронов к их max скорости при $T=0$.

Дано: $T=0$

$\frac{\langle v \rangle}{v_{max}}$ - ?

Решение:

$$dn = \frac{\sqrt{2}\, m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}\, dE$$

$$E = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow dE = m v\, dv \quad dn = \frac{\sqrt{2}\, m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\frac{m v^2}{2}}\, m v\, dv$$

$$dn = \frac{m^3 v^2}{\pi^2 \hbar^3} dv \Rightarrow n = \frac{m^3 v_{max}^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

$$\langle v \rangle = \frac{1}{n} \cdot \int v\, dn = \frac{1}{n} \frac{m^3 v_{max}^4}{4\pi^2 \hbar^3} \Rightarrow \frac{\langle v \rangle}{v_{max}} = \frac{3}{4}$$

Билет 16

Определите отношение концентраций электронов проводимости в литии и цезии, если известно, что уровни Ферми в этих металлах при $T=0$ имеют значения, равные ...

Дано:

$E_F^{Li}(0) = 4{,}7$ эВ

$E_F^{Cs}(0) = 1{,}5$ эВ

$T = 0$

$\frac{n_{Li}}{n_{Cs}}$ - ?

$$n = \frac{\sqrt{2}\, m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \cdot \frac{2}{3} E_F^{3/2}$$

$$\frac{n_{Li}}{n_{Cs}} = \left(\frac{E_{Li}}{E_{Cs}}\right)^{3/2}$$

Билет 2 (17)

Линейные размеры атома водорода составляют величину 10^{-10} м. Используя соотношение неопр. оцените минимальную кинетич. энергию E_k.

Дано:

$L = 10^{-10}$ м

$E_{k\,min}$ - ?

Решение:

$$\left.\begin{aligned} E_{k\,min} &= \frac{p_{min}^2}{2m} \\ \Delta x \cdot \Delta p_x &\geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta x &= \frac{L}{2} \\ \Delta p_x &= p_{min} = \frac{\hbar}{L} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{k\,min} = \frac{\hbar^2}{L^2\,2m} =$$

$$= \frac{(1{,}054 \cdot 10^{-34})^2}{10^{-20} \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}$$

Билет 18

Воспольз. распределением свободных электронов в металле по энергиям, найдите отношение средней кинетич. энергии свобод. электронов в металле при $T=0$ к их мах энергии

Дано:

$T=0$

$\frac{\langle E \rangle}{E_{max}}$ - ?

Решение:

$$dn = \frac{\sqrt{2}\, m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}\, dE$$

Дано:

$T = 0$

$\dfrac{\langle E \rangle}{E_{max}}$ - ?

Решение:

$$dn = \frac{\sqrt{2}\, m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}\, dE$$

$$n = \frac{\sqrt{2}\, m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \cdot \frac{2}{3} E_F^{\frac{3}{2}}$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{n} \int_{n} E\, dn = \frac{3}{5} E_F$$

$$E_{max} = E_F \Rightarrow \frac{\langle E \rangle}{E_{max}} = \frac{3}{5}$$

Билет 19. Ка какую кинет. энергию должен быть рассчитан ускоритель заряженных ....

Дано:

$L = 10^{-15}$ м

m_0

$E_{кин}$ - ?

Решение:

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_{кин}(E_{кин} + 2m_0c^2)}$$

$$\lambda_Б = \frac{h}{p} = L$$

$$\left(\frac{hc}{L}\right)^2 = E_{кин}^2 + 2m_0c^2E_{кин}$$

$E_{кин}$ = ...

Билет 20

Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной a с бесконечно высокими стенками во втором возбужденном состоянии. Определите вероятность обнаружения частицы в интервале 1/3a, равноудаленном от стенок ямы.

Дано:

$x \in \left[\frac{a}{3}; \frac{2a}{3}\right]$

P - ?

Решение:

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}$$

n = 3 (т.к. второе возб. сост.)

2a/3

Дано:

$x \in \left[\frac{a}{3}, \frac{2a}{3}\right]$

$P - ?$

Решение:

$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}$ $\quad n = 3$ (т.к. второе возб. сост.)

$$P = \int_{a/3}^{2a/3} |\Psi(x)|^2 dx =$$

$$= \int_{a/3}^{2a/3} \frac{2}{a} \sin^2\left(\frac{3\pi x}{a}\right) dx = \frac{x}{a} - \frac{\sin\left(\frac{6\pi x}{a}\right)}{6\pi} \Bigg|_{\frac{a}{3}}^{\frac{2a}{3}}$$

$$= \frac{1}{3}.$$

Билет 21

Определите красную границу $\lambda_{кр}$ фотоэф. для цезия, если при облучении его поверхности ... $\lambda = 400$ нм, $v_{макс} = 6.5 \cdot 10^5$ м/с

Дано:

$\lambda = 400$ нм

$v = 6,5 \cdot 10^5$ м/с

$\lambda_{кр}$ - ?

Решение

$E = A_{вых} + E_{к\,max}$ (ур-е фотоэф)

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{кр}} + \frac{mv^2_{max}}{2}$$

$$\frac{1}{\lambda_{кр}} = \frac{1}{\lambda} - \frac{m v^2_{max}}{2hc}$$

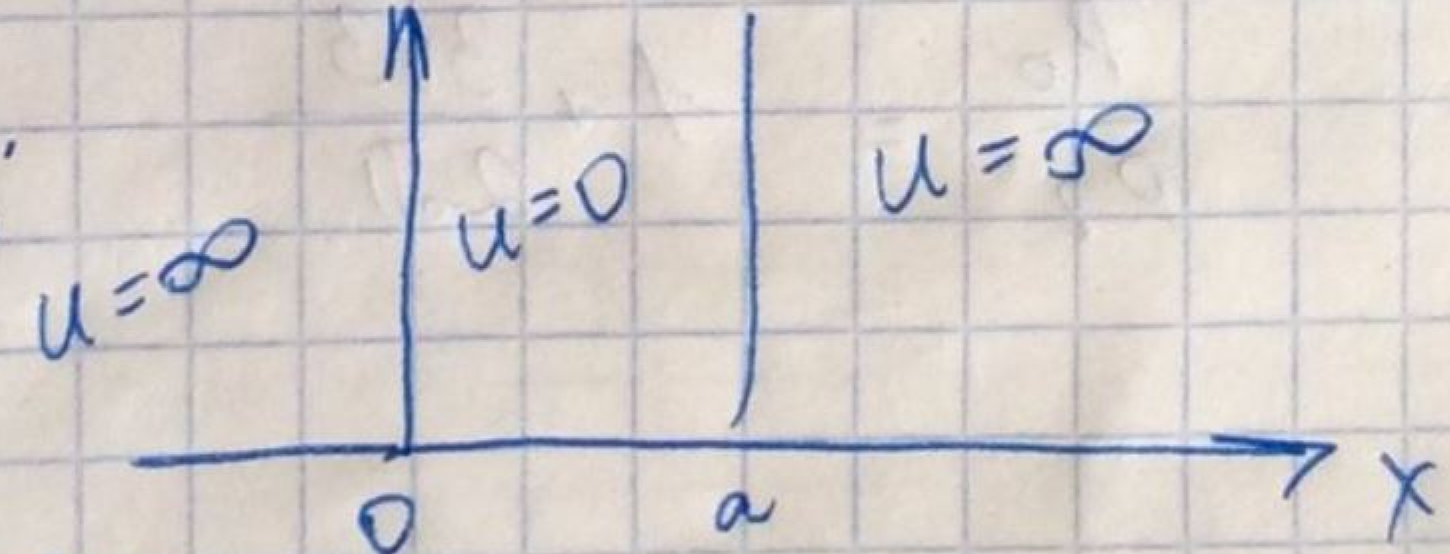
Билет 22

Частица массой m_0 находится в одномерной потенц. яме с непроницаемыми стенками в первом возбужденном состоянии. Найти среднее значение кинет. энергии $\langle E_к \rangle$, если ширина ямы a

Дано:
a

$\langle E_к \rangle$ – ?

Решение:



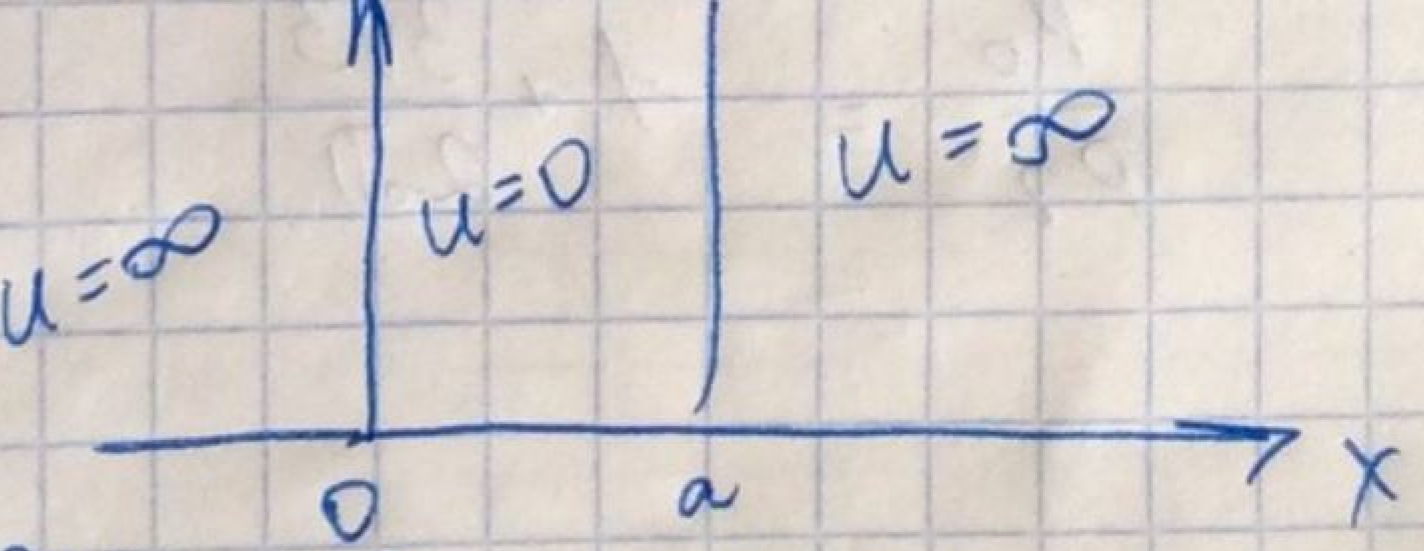
$0 < x < a \quad \dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{2m_0}{\hbar^2} E\psi = 0$

$k^2 = 2m_0E$ $\quad \psi = A \sin\left(\frac{\pi}{a} nx\right)$

Дано:
a

$\langle E_k \rangle$ — ?

Решение:



$0 < x < a \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2}E\psi = 0$

$k^2 = \frac{2m_0 E}{\hbar^2} \qquad \psi = A\sin\left(\frac{\pi}{a}nx\right)$

учитывая условие нормировки $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$

$\langle E_k \rangle = \int_0^a \psi^* \hat{E}_k \psi\, dx = \frac{2}{a}\int_0^a \sin\left(\frac{\pi}{a}2x\right)\left(-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\sin\left(\frac{\pi}{a}2x\right)\right)dx = \frac{4\pi^2}{a^2}\cdot\frac{2\hbar^2}{a\,2m_0}\int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}\cdot 2x\right)dx = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m_0 a^2}$

Билет 23.

Частица находится в одномерной прямоугольной потенц. яме с бесконечно высокими стенками. Найдите отношение вероятностей нахождения частицы в средней трети ямы для основного и второго возбужд. состояний.

Дано:

$n = 1$

$n = 3$

$\frac{P_0}{P_2} - ?$

Решение:

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} \qquad P = \int_{a/3}^{2a/3} |\psi|^2 dx$$

$$P_0 = \int_{a/3}^{2a/3} \left(\sqrt{2} \sin \frac{\pi x}{} \right)^2 dx = \left(\frac{1}{} + \frac{\sqrt{3}}{} \right)$$

Дано:
$n = 1$
$n = 3$

$\frac{P_0}{P_2} - ?$

Решение:

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} \qquad P = \int_{a/3}^{2a/3} |\psi|^2 dx$$

$$P_0 = \int_{a/3}^{2a/3} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} \sin \frac{\pi x}{a}\right)^2 dx = \left(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\right)$$

$$P_2 = \int_{a/3}^{2a/3} \left(\sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{3\pi x}{a}\right)^2 dx = \frac{x}{a} - \frac{\sin\left(\frac{6\pi x}{a}\right)}{6\pi}\Bigg|_{a/3}$$

$$P_2 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{P_0}{P_2} = 1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$$

Билет 24

Найти с какой скоростью движется электрон или длина волны де Бройля электрона $\lambda_Б$ равна его комптоновской длине волн $\lambda_к$

Дано:

$\lambda_Б = \lambda_к$

$v - ?$

Решение:

$$\lambda_Б = \frac{h}{p} \qquad \lambda_к = \frac{h}{m_0 c}$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 v c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

Дано:

$\lambda_Б = \lambda_к$

$v - ?$

Решение:

$$\lambda_Б = \frac{h}{p} \qquad \lambda_к = \frac{h}{m_0 c}$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 v c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$\frac{\cancel{h}\sqrt{c^2 - v^2}}{\cancel{m_0} v \cancel{c}} = \frac{\cancel{h}}{\cancel{m_0} \cancel{c}}$$

$$v = \sqrt{c^2 - v^2}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{2}}$$

Билет 25

Считая, что кинет. энергия E нуклона (протона или нейтрона) в ядре равна 10 МэВ, оцените, исходя из соотношения неопределенностей линейные размеры ядра

Дано:

$E_{кин} = 10$ МэВ

L - ?

Решение:

$$E_{кин} = \frac{p^2}{2m}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta x = \frac{L}{2}$$

$$L = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar}{\sqrt{2E_{кин}m}}$$

Билет 26

Частица массы m_0 движется в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы a. Найти значение энергии частицы, имея в виду, ...

Дано:

a

$a = \frac{n \lambda_Б}{2}$

$E - ?$

Решение:

$E = \frac{p^2}{2m}$

$p = \frac{h}{\lambda_Б}$

$\lambda_5 = \frac{2a}{n}$

$\Rightarrow E = \frac{h^2 n^2}{4a^2 \, 2m}$

Билет 27

Электрон находится в одномерной прямоуг. потенц. яме с непроницаемыми стенками. Определите, при какой ширине ямы a минимальное энергетич. расстояние между уровнями электрона сравнимо с энергией теплового движения при T

Дано:

T

$a - ?$

Решение:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2 \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}(2n+1)$$

Дано:

T

$a - ?$

Решение:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2 \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}(2n+1)$$

$n = 1$

$$\left.\begin{aligned} \Delta E &= \frac{3\pi^2\hbar^2}{2ma^2} \\ E &= \frac{3}{2}kT \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\pi^2\hbar^2}{ma^2} = kT$$

$$\Rightarrow a = \frac{\pi\hbar}{\sqrt{mkT}}$$

Билет 28

Волновая функция основного состояния в атоме водорода имеет вид

$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \exp(-r/a)$, где r - расстояние

электрона до ядра, a - радиус первой боровской орбиты. Найдите вероятность того, что электрон находится в области $r \leq a$

Дано:

| Решение:

Дано:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$p(r \leq a)$ - ?

Решение:

$$p = \int_V |\psi|^2 dV =$$

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_0^a \frac{1}{\pi a^3} e^{-\frac{2r}{a}} \cdot 4\pi r^2 dr$$

Билет 29

Частица массой m_0, падает на прямоуг. потенциальный порог высоты U_0. Энергия частицы равна E, причём $E < U_0$. Найдите эффективную глубину проникновения частицы в область порога, т. е расстояние от границы порога до точки, в которой плотность вероятности нахождения частицы уменьшится в e раз.

Дано:
m_0, U_0
$E < U_0$

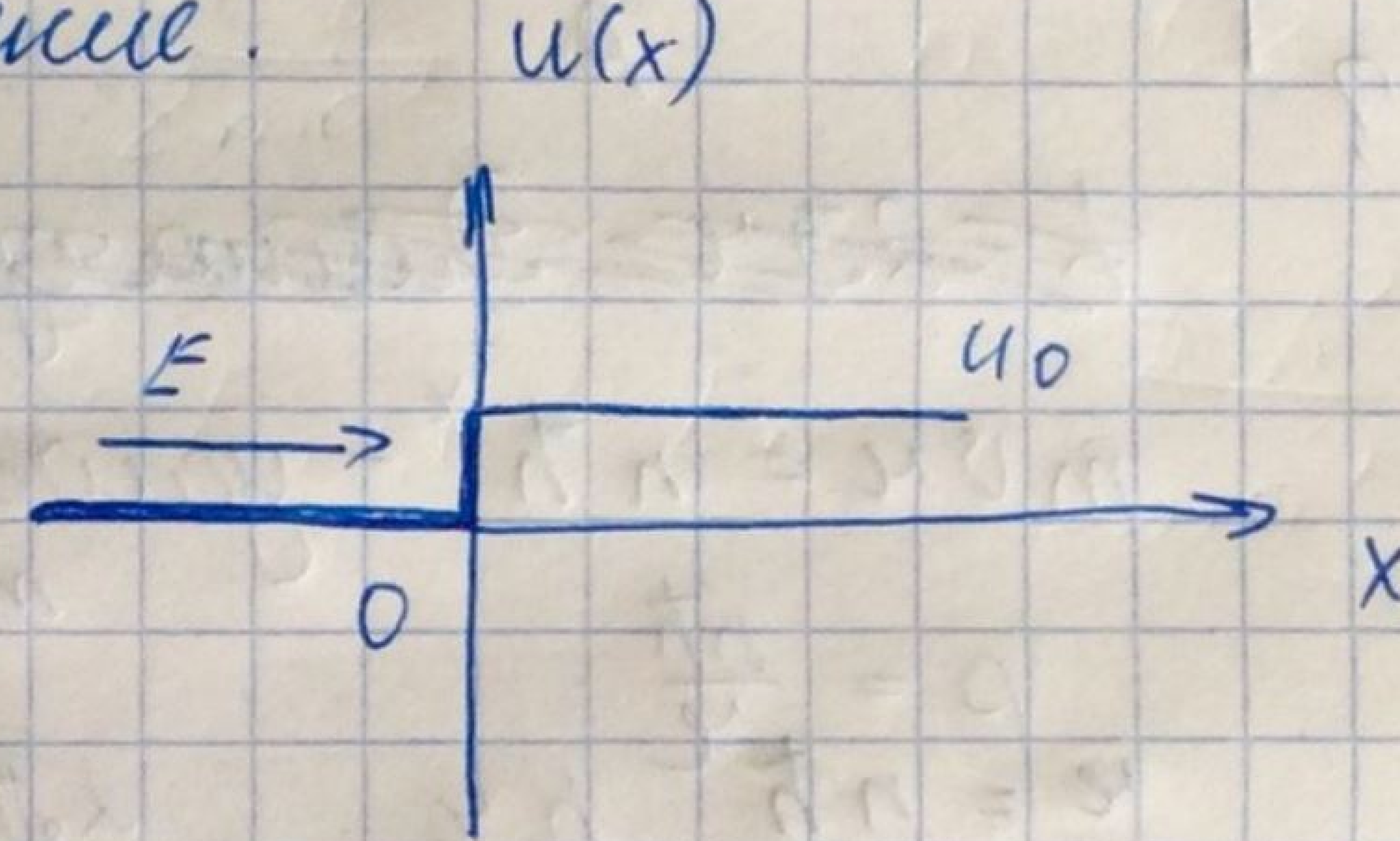
Решение:

$U(x)$

Дано:
m_0, U_0
$E < U_0$

$l_{эф}$ - ?

Решение:



$x < 0$

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2} E \psi_1 = 0$$

$x > 0$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2}(E - U_0)\psi_2 = 0$$

$$k_1^2 = \frac{2m_0 E}{\hbar^2} \qquad k_2^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2}(E - U_0)$$

$$k_1^2 = \frac{2m_0E}{\hbar^2} \qquad k_2^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2}(E-U_0)$$

$$\left.\begin{array}{l} \psi_1(0) = \psi_2(0) \\ \psi_1'(0) = \psi_2'(0) \\ \psi_1 = C_1 e^{ik_1x} + C_2 e^{-ik_1x} \\ \psi_2 = C_3 e^{ik_2x} + C_4 e^{-ik_2x} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} C_2 = \dfrac{k_1 - ik_2}{k_1 + ik_2} \\ C_4 = \dfrac{2k_1}{k_1 + ik_2} \end{array}$$

$$P(x) = |\psi_2(x)|^2 = P(0)\cdot e^{2ik_2x}$$

$$\frac{P(0)}{P(l_{эф})} = e = e\left[\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m_0(U_0-E)}\, l_{эф}\right]$$

$$l_{эф} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2m_0(U_0-E)}}$$

Билет 30

Покажите, что в атоме водорода на круговой стационарной боровской орбите укладывается целое число длин волн де Бройля электр. Определите длину волны де Бройля $\bar{e}$ на круговой орбите с главным квантовым числом n

Дано:
$n, \bar{e}$

$\lambda_Б - ?$

Решение:

$$\lambda_Б = \frac{h}{p}$$

Дано:
n, $\bar{e}$

$\lambda_Б$ - ?

Решение:

$$\lambda_Б = \frac{h}{p}$$

~~$\ell = 2\pi r$ - длина орбиты~~

$m v r = n\hbar$* - услов. квантования по теории Бора

$$p = \frac{n\hbar}{r}$$

$$\lambda_Б = \frac{h r}{n\hbar} = \frac{2\pi r}{n}$$

$$\lambda_Б = \frac{h r}{n \hbar} = \frac{2\pi r}{n}$$

$$m a_y = F_к$$

$$\frac{m v^2}{r} = k\frac{(e)^2}{r^2}$$

$$m v^2 r = k e^2$$ с учетом *

$$v = \frac{k e^2}{n \hbar}$$

$$\upsilon = \frac{ke^2}{n\hbar}$$

$$p = \frac{mke^2}{n\hbar} \Rightarrow \lambda_Б = \frac{hn\hbar}{mke^2} = n\frac{6{,}626 \cdot 10^{-68} \ldots}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\, 9 \cdot 10^{9} \ldots}$$