1 Фотон с энергией $\mathbf{E_1}$ рассеялся на свободном электроне под углом α. Считается, что электрон до соударения покоился. Найти энергию $\mathbf{E_2}$ рассеянного фотона.	$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \to \lambda = \frac{hc}{E};\ \lambda_2 = \lambda_1 + \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta) \to \frac{hc}{E_2} = \frac{hc}{E_1} + \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta) \to$ $E_2 = \frac{c}{\frac{c}{E_1} + \frac{1-\cos\theta}{m_e c}} \Rightarrow E_2 = \frac{m_e c^2 E_1}{m_e c^2 + E_1(1-\cos\theta)}$
2 В начальный момент активность некоторого радиоизотопа составляла A0=10,8 Бк. Какова будет его активность по истечении половины периода полураспада? (Использовать закон интенсивности)	$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t},\ A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t};\ T = \frac{\ln 2}{\lambda},\ t' = \frac{T}{2} \to A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}\frac{T}{2}} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{2}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$
3 Во сколько раз изменится при повышении температуры от T1 = 300 К до T2 = 320 К электропроводность σ собственного полупроводника, ширина запрещённой зоны которого равна ΔE = 0,330эВ?	$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} \to n = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT_1}}}{\sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT_2}}} = e^{\frac{\Delta E}{2k}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})}$
4 Кинетическая энергия E электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эв. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.	$\Delta p \Delta x \cong h,\ p = \sqrt{2mE} \Rightarrow (\Delta x \approx l)\sqrt{2mE} \cdot l \cong h \Rightarrow l \cong \frac{h}{\sqrt{2mE}}$
5 В некоторый момент времени частица находится в состоянии, описываемом волновой функцией, координатная часть которой имеет вид: Ψ(x)=Aexp{-x2/a2+ikx}=0,330 эВ, где A, a – некоторые постоянные, a k – заданный параметр, имеющий размерность, обратную длине. Найти для данного состояния среднее значение координаты частицы x.	$\langle x \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{x}\psi dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi\psi^* dx};\ \psi^* = Ae^{-\frac{x^2}{a^2}-ikx};\ \int_{-\infty}^{+\infty} \psi\psi^* dx = 1 \Leftrightarrow A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{2x^2}{a^2}} dx = aA^2\sqrt{\frac{\pi}{2}} \equiv 1 \to A^2 = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} Ae^{-\frac{x^2}{a^2}-ikx} Ae^{-\frac{x^2}{a^2}+ikx} xdx = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{2x^2}{a^2}} xdx = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{a}(-\frac{1}{2}\frac{a^2}{2})\int_{0}^{+\infty} e^{-\frac{2x^2}{a^2}} d(-\frac{2x^2}{a^2}) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}}$
6 При очень низких температурах красная граница фтопроводимости чистого беспримесного германия λкр = 1,7 мкм. Найти температурный коэффициент сопротивления α = 1/ρ dρ/dT данного германия при комнатной температуре.	$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}},\ \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}};\ \frac{d\rho}{dT} = \frac{\Delta E}{2k\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}}(-\frac{1}{T^2}) \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT} = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} \frac{\Delta E}{2k\sigma_0} e^{\frac{\Delta E}{2kT}}(-\frac{1}{T^2}) =$ $= -\frac{\Delta E}{2kT^2};\ \Delta E = h\frac{c}{\lambda_{кр}} \Rightarrow \alpha = -\frac{hc}{2k\lambda T^2}$
7 Узкий пучок моноэнергетических нерелятевистских электронов падет нормально на поверхность монокристалла. В направлении, составляющем угол α=60O с нормалью к поверхности, наблюдается максимум отражения электрона 3-го порядка. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую прошли электроны, если расстояние между отражающими атомными плоскостями кристалла d=0,2 нм.	$\lambda_б = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}};\ 2d\sin\theta = n\lambda_б,\ n = 3,\ 2d\sin 60^\circ = 3\lambda_б \to$ $2d\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3h}{\sqrt{2meU}} \Rightarrow U = \frac{3h^2}{2med^2}$
8 Используя соотношение неопределенностей (энергии и времени), определить естественную ширину Δλ спектральной линии излучения атома при переходе его из возбуждённого состояния в основное. Среднее время жизни атома в возбуждённом состоянии τ=10-8 с, а длина волны излучения λ=600 нм.	$\hbar\Delta\omega = \Delta E_2 - \Delta E_1,\ \Delta E_1 = \frac{\hbar}{\Delta t_1},\ \Delta E_2 = \frac{\hbar}{\Delta t_2},\ \Delta t_2 = \tau,\ \Delta t_1 = \infty \Rightarrow \Delta E_1 = 0, \Delta E_2 = \frac{\hbar}{\tau} \Rightarrow$ $\hbar\Delta\omega = \Delta E_2 = \frac{\hbar}{\tau} \Rightarrow \Delta\omega = \frac{1}{\tau} = 10^8\ Гц;\ \omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \to \lvert\Delta\omega\rvert = \frac{2\pi c}{\lambda^2}\Delta\lambda \Rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi c}{\lambda^2}\Delta\lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c\tau}$
9 При увеличении термодинамической температуры T абсолютно черного тела в η=2 раза длина волны λm, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, уменьшилась на Δλ=400 нм. Определить начальную T1 и конечную T2 температуры тела.	$\lambda_{m1}T_1 = b,\ \lambda_{m2}T_2 = b;\ \eta = \frac{T_2}{T_1} = 2;\ \frac{\lambda_{m2}}{\lambda_{m1}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2};\ \Delta\lambda = \lambda_{m1} - \lambda_{m2} = 0{,}5\lambda_{m1} \Rightarrow \lambda_{m1} = 2\Delta\lambda \Rightarrow$ $T_1 = \frac{b}{2\Delta\lambda},\ T_2 = \frac{b}{\Delta\lambda}$
10 В кровь человека ввели количество раствора, содержащего Na с активностью A=0,002 Бк. Активность одного кубического сантиметра через t=5 ч оказалась равной A*=0,267 Бк/см3. Период полураспада данного изотопа T=15 ч.	$VA = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t},\ V = \frac{A_0}{A} e^{-\frac{\ln 2}{T}t}$

Найти объем крови человека.	
11 Препарат 238U массой m=1г излучает N=1,24*104 α-частиц в секунду. Найти его период полураспадаю	$N=N_0e^{-\frac{\ln 2}{T}t};\ N_0=\frac{m}{\mu}N_A\to A=\left\|\frac{dN}{dt}\right\|=\lambda N=\frac{\ln 2}{T}\frac{m}{\mu}N_A\Rightarrow T=\frac{\ln 2\cdot mN_A}{\mu A}$
12 Частица массой m находится в одномерной потенциальной яме шириной a с бесконечно глубокими стенками, в основном состоянии. Найти среднее значение квадрата импульса частицы.	$\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{\pi x}{a}),\ <p^2>=-\bar{h}^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\to<p^2>=\frac{\int_0^a\psi^*\partial^2\psi dx}{\int_0^a\psi^*\psi dx}=-\bar{h}^2\int_0^a\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{\pi x}{a})\cdot\sqrt{\frac{2}{a}}\frac{\pi^2}{a^2}\sin(\frac{\pi x}{a})dx=$ $=\frac{2\pi^2\bar{h}^2}{a^3}\int_0^a\sin^2(\frac{\pi x}{a})dx=\frac{\pi^2\bar{h}^2}{a^2}$
13 До какой температуры нужно нагреть классический электронный газ, чтобы средняя энергия его электронов была равна средней энергии свободных электронов в атоме серебра при T=0. Энергия Ферми серебра EF=5,51 эВ.	$E_{классич}=3kT;\ \langle E\rangle=3/5\,E_F\Rightarrow E_{классич}=\langle E\rangle\Leftrightarrow 3kT=3/5\,E_F\Rightarrow T=\frac{E_F}{5k}$
14 Температурный коэффициент сопротивления α = 1/ρ dρ/ dT чистого беспримесного германия при комнатной температуре равен α = 0,05 К-1 Найти ширину запрещённой зоны данного полупроводника.	$\sigma=\sigma_0e^{-\frac{\Delta E}{2kT}},\ \rho=\frac{1}{\sigma}=\frac{1}{\sigma_0}e^{\frac{\Delta E}{2kT}};\ \frac{d\rho}{dT}=\frac{\Delta E}{2k\sigma_0}e^{\frac{\Delta E}{2kT}}(-\frac{1}{T^2})\Rightarrow\alpha=\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT}=\sigma_0e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}\frac{\Delta E}{2k\sigma_0}e^{\frac{\Delta E}{2kT}}(-\frac{1}{T^2})=$ $=-\frac{\Delta E}{2kT^2};\ \Delta E=-2\alpha kT^2$
15 Воспользовавшись распределением свободных электронов в металле, найти отношение средней скорости свободных электронов в металле к их максимальной скорости при T = 0.	$E_F^{(0)}=\frac{m_e\upsilon_{\max}^2}{2},\ \upsilon_{\max}=\sqrt{\frac{2E_F^{(0)}}{m_e}};\ n(E)=g(E)f(E,0),\ <\upsilon>=\frac{\int_0^{E_F^{(0)}}\sqrt{\frac{2E}{m_e}}f(E)g(E)dE}{\int_0^{E_F^{(0)}}f(E)g(E)dE}=$ $=\sqrt{\frac{2}{m_e}}\frac{\int_0^{E_F^{(0)}}\sqrt{E}\frac{4\pi(2m)^{3/2}\sqrt{E}}{h^3}dE}{\int_0^{E_F^{(0)}}\frac{4\pi(2m)^{3/2}\sqrt{E}}{h^3}dE}=\sqrt{\frac{2}{m_e}}\frac{\int_0^{E_F^{(0)}}EdE}{\int_0^{E_F^{(0)}}\sqrt{E}dE}=\sqrt{\frac{2}{m_e}}\frac{\frac{1}{2}(E_F^{(0)})^2}{\frac{2}{3}(E_F^{(0)})^{3/2}}=\frac{3}{4}\sqrt{\frac{2E_F^{(0)}}{m_e}}\Rightarrow\frac{\upsilon_{cp}}{\upsilon_{\max}}=3/4$
16 Волновая функция состояния электрона в атоме водорода имеет вид: ψ(r)=A*exp(-r/a), где r – расстояние от электрона до ядра, a – радиус первой бозовской орбиты. Определить наиболее вероятное расстояние электрона от ядра.	$\frac{dP}{dV}=\|\psi\|^2,\ dP=\|\psi\|^2 4\pi r^2dr\Rightarrow\rho=\|\psi\|^2 4\pi r^2=A^2e^{-\frac{2r}{r_1}}4\pi r^2,\ \rho'=0\Rightarrow$ $8\pi r^2A^2e^{-\frac{2r}{r_1}}-\frac{1}{r_1}A^2e^{-\frac{2r}{r_1}}8\pi r^2=0\Leftrightarrow 1-\frac{r}{r_1}=0\Rightarrow r=r_1$
17 Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося в области, размер которой l=10-10 м, соответствует характерному размеру атома.	$\Delta p\Delta x\cong h,\ \Delta x\approx l\Rightarrow(p=\sqrt{2mE})\ \sqrt{2mE}\cdot l\cong h\Rightarrow E_{\min}\cong\frac{h^2}{2ml^2}$
18 Воспользовавшись распределением свободных электронов в металле по энергии, найти отношение средней кинетической энергии свободных электронов в металле к их максимальной кинетической энергии при T = 0.	$E_{\max}=E_F^{(0)};\ \langle E_K\rangle=\frac{\int_0^{E_F^{(0)}}Ef(E)g(E)dE}{\int_0^{E_F^{(0)}}f(E)g(E)dE}=\left\|\begin{matrix}g(e)\cong\sqrt{E}\\ f(E)\equiv 1\end{matrix}\right\|=\frac{\int_0^{E_F^{(0)}}E^{3/2}dE}{\int_0^{E_F^{(0)}}E^{1/2}dE}=\frac{2/5\,E_F^{5/2}}{2/3\,E_F^{3/2}}=\frac{3}{5}E_F^{(0)}\Rightarrow$ $\frac{\langle E_K\rangle}{E_{\max}}=\frac{\frac{3}{5}E_F^{(0)}}{E_F^{(0)}}=\frac{3}{5}$
19 Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась в 2 раза.	$\lambda_Б=\frac{h}{\sqrt{2mE}};\ \lambda_1=\frac{h}{\sqrt{2mE_1}},\ \lambda_2=\frac{h}{\sqrt{2mE_2}}\Rightarrow E_1=\frac{h^2}{2m\lambda_1^2},\ E_2=\frac{h^2}{2m\lambda_2^2}\to\Delta E=E_1-E_2=\frac{h^2}{2m}(\frac{1}{\lambda_1^2}-\frac{1}{\lambda_2^2})$
20 Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной a, с бесконечно высокими стенками во 2-м возбужденном состоянии. Определить вероятность обнаружения частицы в интервале шириной a/3, равноудаленном от стенок ямы.	$\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{\pi nx}{a});\ n=3\to P=\int_{x_1}^{x_2}\|\psi(x)\|^2dx;\ P_1=\int_{a/3}^{2a/3}\frac{2}{a}\sin^2(\frac{3\pi x}{a})dx=\frac{2}{a}\int_{a/3}^{2a/3}\frac{1}{2}-\frac{\cos(\frac{6\pi x}{a})}{2}dx=$ $=\frac{2}{a}(\frac{a}{3}-\frac{a}{6}-\frac{1}{2}(\frac{a}{6\pi}(\sin 4\pi-\sin 2\pi)))=1/3$
21 Определить красную границу фотоэффекта для цезия при его облучении поверхности фиолетовым светом с длиной волны λ=400 нм. Максимальная скорость фотоэлектронов равна Vmax=6,5*105 м/с.	$h\frac{c}{\lambda}=A_{вых}+\frac{m_e\upsilon_{\max}^2}{2},\ h\frac{c}{\lambda_{кр}}=A_{вых};\ A_{вых}=h\frac{c}{\lambda}-\frac{m_e\upsilon_{\max}^2}{2}\Rightarrow h\frac{c}{\lambda_{кр}}=h\frac{c}{\lambda}-\frac{m_e\upsilon_{\max}^2}{2},\ \lambda_{кр}=\frac{hc}{h\frac{c}{\lambda}-\frac{m_e\upsilon_{\max}^2}{2}}$

22 Частица массы m находится во 2-м возбужденном состоянии в двумерной квадратной потенциальной яме с непроницаемыми стенками шириной a. Найти среднее значение квадрата импульса частицы.	$n_1=2,\ n_2=2\Rightarrow\psi(x,y)=\frac{2}{a}\sin(\frac{2\pi x}{a})\sin(\frac{2\pi y}{a});\ \frac{\partial\psi}{\partial x}=\frac{4\pi}{a^2}\cos(\frac{2\pi x}{a})\sin(\frac{2\pi y}{a});\ \frac{\partial\psi}{\partial y}=\frac{4\pi}{a^2}\sin(\frac{2\pi x}{a})\cos(\frac{2\pi y}{a})$ $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=-\frac{8\pi^2}{a^3}\sin(\frac{2\pi x}{a})\sin(\frac{2\pi y}{a})=-(\frac{2\pi}{a})^2\psi,\ \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-\frac{8\pi^2}{a^3}\sin(\frac{2\pi x}{a})\sin(\frac{2\pi y}{a})=-(\frac{2\pi}{a})^2\psi\rightarrow$ $\langle p^2\rangle=\frac{\int_0^a\int_0^a\psi^*\hat{p}^2\psi dxdy}{\int_0^a\int_0^a\psi^*\psi dxdy};\ \hat{p}^2\psi=-\hbar^2\Delta\psi=-\hbar^2\left\{-(\frac{2\pi}{a})^2\psi-(\frac{2\pi}{a})^2\psi\right\}=2(\frac{2\pi\hbar}{a})^2\psi,\ \psi^*=\psi\Rightarrow$ $\langle p^2\rangle=2(\frac{2\pi\hbar}{a})^2\int_0^a\int_0^a\psi^2dxdy=2(\frac{2\pi\hbar}{a})^2(\frac{2}{a})^2\int_0^a\int_0^a\sin^2(\frac{2\pi x}{a})\sin^2(\frac{2\pi y}{a})dxdy=\frac{32\pi^2\hbar^2}{a^4}\left\{\int_0^a\sin^2(\frac{2\pi}{a})dt\right\}^2=$ $=\frac{32\pi^2\hbar^2}{a^4}(\frac{a}{2})^2=\frac{8\pi^2\hbar^2}{a^2}$
23 Частица находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно глубокими стенками. Найти отношение вероятностей нахождения частицы в средней трети ямы для основного и первого возбужденного состояний.	$\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{\pi n x}{a});\ P=\int_{x_1}^{x_2}\|\psi(x)\|^2dx;\ P_1=\int_{a/3}^{2a/3}(\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{\pi x}{a}))^2dx,\ n=1$ $P_2=\int_{a/3}^{2a/3}(\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{2\pi x}{a}))^2dx,\ n=2;\ \frac{P_1}{P_2}=\frac{P_1=\int_{a/3}^{2a/3}(\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{\pi x}{a}))^2dx}{P_2=\int_{a/3}^{2a/3}(\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{2\pi x}{a}))^2dx}=\frac{\int_{a/3}^{2a/3}(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(\frac{2\pi x}{a})dx}{\int_{a/3}^{2a/3}(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(\frac{4\pi x}{a})dx}=$ $=\frac{(a/3-a/6)-\frac{1}{2}(\frac{a}{2\pi})(\sin\frac{4\pi}{3}-\sin\frac{2\pi}{3})}{(a/3-a/6)-\frac{1}{2}(\frac{a}{4\pi})(\sin\frac{8\pi}{3}-\sin\frac{4\pi}{3})}=\frac{\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4\pi}}{\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{3}}{8\pi}}$
24 Найти скорость электрона, если его длина волны Де Бройля равна комптоновской длине волны.	$\lambda_к=\frac{h}{m_ec},\ \lambda_Б=\frac{h}{p}=\frac{h}{\frac{m_e}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\upsilon}=\frac{h\sqrt{c^2-\upsilon^2}}{m_e\upsilon c}\Rightarrow\frac{h\sqrt{c^2-\upsilon^2}}{m_e\upsilon c}=\frac{h}{m_ec}\Rightarrow\upsilon=\frac{c}{\sqrt{2}}$

25) Исх., что $E_к$ нуклона в ядре 10 ЭВ. Оценить линейные р-ры ядра.

Д: $E_к=\frac{p^2}{2m_0}$; m_0 — масса протона

$lp\geq\hbar\Rightarrow l\simeq\frac{\hbar}{p}=\frac{\hbar}{\sqrt{2m_0E_к}}\simeq1{,}4\cdot10^{-12}$ м

26) Пучок e^-, прош. р.р. $U=50$ В падает ⊥ на кристалл. Опр., под каким углом к ⊥ наблюдается max 1-го порядка, если период решетки $d=0{,}2$ нм

Д: θ $2d\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=n\lambda_Б$

$\theta=\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{n\lambda_Б}{2d}$

$\lambda_Б=\frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_к}}=\frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0eU}}$ - длина волны де Бройля e^-, разогнанного U

$\theta=\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{\pi\hbar}{d\sqrt{2m_0eU}}$

27) e^- в п.я. Опр., при какой ширине ямы a дискретность энергии сравнима с энергией теплового движения при темп. T.

Д: $E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_0a^2}n^2$?

$E=\frac{3}{2}kT$ - энергия тепл. движения

$\Delta E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_0a^2}(2n+1)$

Спросить, при каком n? Пусть n=1

$\frac{3}{2}kT=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_0a^2}(2n+1)$

$a=\pi\hbar\sqrt{\frac{2(2n+1)}{3kT2m_0}}=\pi\hbar\sqrt{\frac{2n+1}{3km_0T}}$

28) В атоме H $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \cdot \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$, r – расст. до ядра, a – 1-ый боровский радиус. Найти $P(r \in [0, a])$

Р: $P = \int_0^a \psi^*(r)\psi\, dr = \int_0^a \frac{1}{\pi a^3} \exp\left(-\frac{2r}{a}\right) \cdot$

$r^2 dr$ — для сферически симметричной $\psi(r)$?

$\int_0^a \frac{1}{8\pi a^3} \left(\frac{2r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{2r}{a}\right) d\left(\frac{2r}{a}\right) \cdot \frac{a^3}{8} =$

$= \frac{1}{8\pi} \int_0^2 t^2 \exp(-t)\,dt = \frac{1}{8\pi} \cdot$

$\left((-t^2 - 2t - 2)e^{-t}\right)\Big|_0^2 = \frac{1}{8\pi}(-10e^{-2} + 2)$

$\int t^2 \exp(-t)\,dt = \left| \begin{matrix} u = t^2 & dv = e^{-t}dt \\ du = 2t\,dt & v = -e^{-t} \end{matrix} \right| =$

$= \left(-t^2 e^{-t} + 2\int t e^{-t} dt\right) =$

$= (-t^2 - 2t - 2)e^{-t}$

$\int t e^{-t} dt = \left| \begin{matrix} u = t & dv = e^{-t} \\ du = dt & v = -e^{-t} \end{matrix} \right| =$

$= -te^{-t} + \int e^{-t} dt = -te^{-t} - e^{-t} =$
$= e^{-t}(-t - 1)$

Ответ: $P(r \in [0, a]) = \frac{1}{8\pi}(2 - 10e^{-2})$

29) Частица m_0 падает на порог U_0, $E_{кин} < U_0$. Найти эффективную глубину проникновения в обл. порога, т.е. где плот. вер. уменьшается в e раз

Р: $\psi = \frac{2k_1}{k_1 + ik_2} e^{-k_2 x}$; $k_1 = \sqrt{\frac{2m_0}{\hbar^2} E}$

$k_2 = \sqrt{\frac{2m_0}{\hbar^2}(U_0 - E)}$

– следует из вывода ур-я порога

$\psi = \frac{2k_1(k_1 - ik_2)}{k_1^2 + k_2^2} e^{-k_2 x}$

$w(x) = |\psi|^2 = \frac{2k_1(k_1^2 + k_2^2)}{(k_1^2 + k_2^2)^2} e^{-2k_2 x} =$

$= \frac{2k_1}{k_1^2 + k_2^2} e^{-2k_2 x}$

$w(0) = \frac{2k_1}{k_1^2 + k_2^2}$

По задаче ищем x_0, что $\frac{w(0)}{w(x_0)} = e$

$\frac{w(0)}{w(x_0)} = e^{2k_2 x_0} \Rightarrow 2k_2 x_0 = 1 \Rightarrow$

$x_0 = \frac{1}{2k_2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_0(U_0 - E)}}$

30) Показать, что в атоме H на стац. боровской орбите укладывается целое число $\lambda_Б$ для e^-. Определить $\lambda_Б$ e^- на орбите с числом n.

Р: $\lambda_Б = \frac{2\pi\hbar}{p}$; $p = m_0 v_n$

$v_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar n} \Rightarrow \lambda_Б = \frac{2\pi\hbar\, 4\pi\varepsilon_0\hbar}{m_0 e^2} n$

$= \frac{8\pi^2\hbar^2\varepsilon_0}{m_0 e^2} n$ – длина волны на орбите n

$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar n^2}{m_0 e^2}$ – боровская орбита

Некорректная задача – $\lambda_Б$ могут быть разными для разных E

$\frac{r_n}{\lambda_Б} = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2 n^2}{m_0 e^2} \frac{p}{2\pi\hbar} = \frac{2\varepsilon_0\hbar}{m_0 e^2} p n^2$

Может, длина $\lambda_к$?

$\frac{r_n}{\lambda_к} = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2 n^2}{m_0 e^2} \cdot \frac{m_0 c}{2\pi\hbar} = \frac{2\varepsilon_0 c\hbar}{e^2} n^2$?