

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. Н.Э. Баумана

# РАСЧЕТНО- ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

*по курсу «ОКП»*

Студент

Группа

Вариант

Преподаватель

Ивченко М.О.

ИУ4-61

12

Пономарев В.М.

МОСКВА  
2005 г.

## Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
<b>2 Описание и обоснование выбранной конструкции</b>	<b>4</b>
<b>3 Предварительный выбор двигателя привода разрабатываемой конструкции</b>	<b>5</b>
3.1 Расчет статического момента нагрузки . . . . .	5
3.1.1 Расчет внешней нагрузки . . . . .	5
3.1.2 Расчет подшипника на выходном валу . . . . .	8
3.1.3 Расчет момента трения . . . . .	9
3.1.4 Расчет момента нагрузки . . . . .	10
3.2 Предварительный выбор электродвигателя . . . . .	10
<b>4 Кинематический расчет проектируемой конструкции</b>	<b>11</b>
4.1 Определение общего передаточного отношения . . . . .	11
4.2 Определение числа и параметров элементарных передач . .	12
<b>5 Силовой расчет</b>	<b>13</b>
5.1 Проверочный расчет выбранного двигателя по статической нагрузке . . . . .	13
5.2 Определение модуля зацепления . . . . .	13
5.2.1 Выбор материалов для колес и шестерен . . . . .	14
5.3 Проверочный расчет зубьев на прочность . . . . .	14
5.3.1 Проектный расчет на изгибную прочность . . . . .	14
5.3.2 Проверочный расчет на контактную прочность . .	16
<b>6 Геометрический расчет кинематики проектируемой конструкции</b>	<b>18</b>
<b>7 Расчет валов и опор редуктора</b>	<b>19</b>
7.1 Расчет валов . . . . .	19
7.2 Обоснование выбора и расчет опор . . . . .	22
<b>8 Точностной расчет разрабатываемой кинематики</b>	<b>24</b>
8.1 Определение кинематической погрешности цепи вероятностным методом . . . . .	25
8.2 Определение погрешности мертвого хода вероятностным методом . . . . .	28
8.3 Определение суммарной погрешности кинематической цепи	29

---

<b>Содержание</b>	<b>2</b>
-------------------	----------

---

<b>9 Проверочные расчеты проектируемого привода</b>	<b>30</b>
9.1 Проверка двигателя по моменту . . . . .	30
9.2 Расчет быстродействия двигателя . . . . .	33
<b>10 Расчет предохранительной муфты и размерной цепи ме- жосевых расстояний редуктора</b>	<b>33</b>
<b>11 Составление структурной схемы сборки разрабатываемой конструкции и спецификации ее узловых сборок</b>	<b>33</b>
<b>12 Список литературы</b>	<b>34</b>

## 1 Введение

Ниже излагается материал по проектированию привода следящей системы по схеме (рис. 1), предложенной в техническом задании (ТЗ). Следящие приводы применяются в устройствах РЭА, ОЭП, системах автоматики, управления ЛА и т. д. для вращения радиолокационных призм, зеркал, для автоматической настройки и т. п.

Для следящего электромеханического привода характерны повторно-кратковременный режим работы, высокое быстродействие, большая частота пусков и реверсов, поэтому при проектировании на первый план выдвигаются инерционные (динамические) нагрузки. В соответствии с условиями работы следящего привода к нему также предъявляют требования малой инерционности, уменьшения момента трогания (начального момента трения), снижения мертвого хода, увеличения кинематической точности редуктора и вибrouстойчивости при разных режимах работы [1, с. 18-20].

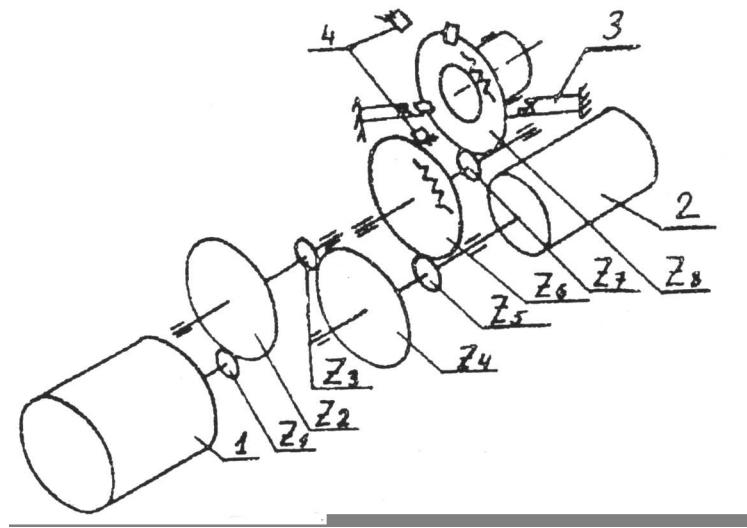


Рис. 1: Предложенная в техническом задании схема привода следящей системы.

1 – электродвигатель;  $Z_1 \dots Z_8$  – зубчатый редуктор, на выходном колесе  $Z_8$  которого установлен объект управления; 2 – потенциометр; 3 – микровыключатели; 4 – механические упоры.

## 2 Описание и обоснование выбранной конструкции

Для массового и крупносерийного производства целесообразно и экономически выгодно, чтобы конструкция состояла из максимального числа самостоятельных сборочных единиц. Наличие таких сборочных единиц позволяет осуществлять их параллельную сборку, испытания и приемку и обеспечивает возможность применения в разрабатываемой конструкции заимствованных деталей и узлов, описанных в заводских или ведомственных нормах, ГОСТах, а также покупных деталей и узлов [5, с. 4].

Ниже описана структурная схема проектируемой конструкции, определяющая ее основные функциональные части с точки зрения их назначения и взаимосвязи при выполнении целевых задач, указанных в техническом задании.

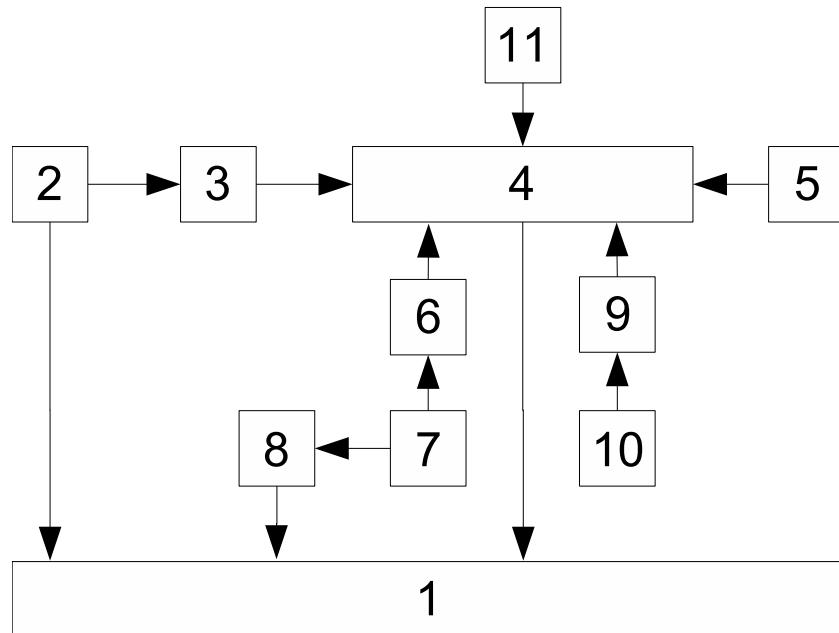


Рис. 2: Структурная схема проектируемой конструкции

1 – литой корпус; 2 – исполнительный двигатель; 3 – соединительная муфта; 4 – редуктор; 5 – объект управления; 6 – соединительная муфта; 7 – потенциометр; 8 – кронштейн; 9 – неподвижные упоры; 10 – микровыключатели; 11 – подвижные упоры.

В конструкции применяется литой корпус 1, на котором установлен исполнительный двигатель 2, вращение которого передается на входной

вал редуктора 4 посредством соединительной муфты 3. К выходному полому валу редуктора прикрепляется объект управления 5 (призма Пехана). Для обеспечения обратной связи в следящей системе используется закрепленный на корпус с помощью кронштейна 8 потенциометр 7, который присоединяется к одному из валов редуктора муфтой 6. Для обеспечения требуемой точности в кинематической цепи «потенциометр – выходной вал редуктора» применяются люфтовыбирающие колеса. Угол поворота выходного звена редуктора ограничивается с помощью установленных на корпусе неподвижными упорами 9 с микровыключателями 10. На выходном звене установлены подвижные упоры 11.

### **3 Предварительный выбор двигателя привода разрабатываемой конструкции**

Спецификой рассматриваемого ТЗ является необходимость расчета силовых нагрузок на выходе проектируемого привода заданного целевого назначения. Нагрузкой в этом случае является момент трения в опорах узла оптического элемента (ОЭ), обусловленного силой тяжести и перегрузок деталей, в него входящих.

#### **3.1 Расчет статического момента нагрузки**

Для расчета статического момента нагрузки на выходе редуктора необходимо конструкцию узла представить в виде расчетной схемы (балки). Для этого необходимо определить массу оптического элемента, деталей его крепления и вращения и центр тяжести узла ОЭ и рассчитать момент трения в них, который через поправочный коэффициент, учитывающий момент сопротивления потенциометра и концевых выключателей, входящих в общую кинематическую схему, прибавляют к статическому моменту на выходе редуктора проектируемого привода [5, с. 6].

Результаты выполненных вычислений и данные ТЗ на проект позволяют далее выбрать электродвигатель для редуктора разрабатываемой конструкции.

##### **3.1.1 Расчет внешней нагрузки**

Вращающиеся зеркала в оптических обзорных приборах (ОП) устанавливают в оправах так, чтобы отражающая грань совпала с осью вращения. Такой способ крепления вызывает смещение центра тяжести сборки «оправа – зеркало» с оси вращения. Согласно этому, расчетная схема

может быть представлена балкой с шарнирно-неподвижными опорами. Внешней силой, действующей на балку является сила тяжести деталей узла ОЭ, которую можно определить из соотношения (3.1)

$$P = g \sum_{i=1} m_i, \quad (3.1)$$

где  $m_i = \nu_i \rho_i$ .  $m_i$ ,  $\nu_i$  – масса и объем материала  $i$ -го конструктивного элемента узла ОЭ, сила тяжести которого действует на его опоры;  $\rho_i$  – плотность материала  $i$ -го элемента, г/см<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение силы тяжести [5, с. 12].

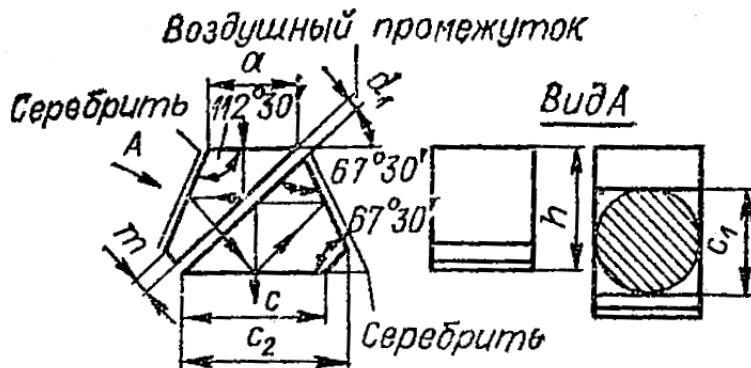


Рис. 3: Схема призмы Пехана  
 $a = D; c = 1,414D; c_1 = 1,082D; c_2 = 1,621D; m = 0,293D; h = 1,207D; d_1 = 0,05 - 0,1$  мм;  $l = 4,62D$  [6, с. 179].

Оптическим элементом в данной работе служит призма Пехана (рис. 3). Величина светового пятна призмы выбирается исходя из физической возможности крепления призмы на выходном полом валу в соответствии с заданным в техническом задании присоединительным размером на нем  $d$ . В частности, для рассматриваемой конструкции ( $d = 40$  мм) можно выбрать величину светового пятна, равную  $a = 18,3$ , при которой верхняя грань призмы будет равна  $c = 25,88$  мм (см. рис. 3). Этот и другие параметры призмы можно вычислить воспользовавшись справочными соотношениями (3.2)–(3.7) (см. примечание к рис. 3):

$$c = 1,414D = 25,88 \text{ мм} \quad (3.2)$$

$$c_1 = 1,082D = 19,8 \text{ мм} \quad (3.3)$$

$$c_2 = 1,621D = 29,66 \text{ мм} \quad (3.4)$$

$$m = 0,293D = 5,36 \text{ мм} \quad (3.5)$$

$$h = 1,207D = 22,09 \text{ мм} \quad (3.6)$$

$$l = 4,62D = 84,55 \text{ мм.} \quad (3.7)$$

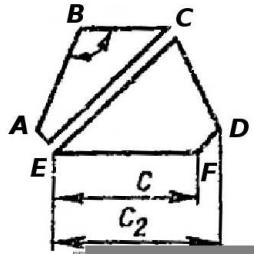


Рис. 4: Расчет площади призмы Пехана

Призму можно приближенно рассматривать как две трапеции с основаниями  $BC$  и  $EF$  помимо общего  $AD$  (см. рис. 4). Учитывая (3.2)–(3.4):

$$\begin{aligned} AD &= c + 2(c_2 - c) = 2c_2 - c = \\ &= 2 \cdot 29,66 - 25,88 = \\ &= 33,44 \text{ мм} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} BC &= AD - 2c_1 \cos \alpha = \\ &= 33,44 - 2 \cdot 19,8 \cos 67,5 = \\ &= 18,26 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Общая площадь двух трапеций  $S_{\text{призмы}}$  с учетом (3.8) и (3.9) рассчитывается следующим образом:

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{AD + BC}{2} (c_1 \sin \alpha) = (2c_2 - c - c_1 \cos \alpha) \cdot c_1 \sin \alpha = \\ &= (2 \cdot 29,66 - 25,88 - 19,8 \cos 67,5) 19,8 \sin 67,5 = \\ &= 473,1 \text{ мм}^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} S_{ADEF} &= \frac{AD + EF}{2} (h - c_1 \sin \alpha) = c_2 (h - c_1 \sin \alpha) = \\ &= 29,66 (22,09 - 19,8 \sin 67,5) = \\ &= 112,6 \text{ мм}^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$S_{\text{призмы}} = S_{ABCD} + S_{ADEF} = 473,1 + 112,6 = 585,7 \text{ мм}^2. \quad (3.12)$$

Объем призмы с учетом (3.3) и (3.12) равен

$$V_{\text{призмы}} = S_{\text{призмы}} \cdot c_1 = 585,7 \cdot 19,8 = 11596,86 \text{ мм}^3. \quad (3.13)$$

Для стекла марки К8  $\rho_{\text{призмы}} = 2,52 \text{ г/см}^3$  [6, с. 646]. Тогда, с учетом (3.13):

$$m_{\text{призмы}} = \rho_{\text{призмы}} \cdot V_{\text{призмы}} = 2,52 \cdot 11,596 = 29,2 \text{ г}. \quad (3.14)$$

Объем оправы равен

$$V_{\text{оправы}} = (\pi R^2 - \pi r^2)d = 3714 \text{ мм}^3. \quad (3.15)$$

Для материала оправы марки  $AID_{16}T$   $\rho_{\text{оправы}} = 2,77 \text{ г/см}^3$  [6, с. 646]. Тогда, с учетом (3.15):

$$m_{\text{оправы}} = \rho_{\text{оправы}} \cdot V_{\text{оправы}} = 2,77 \cdot 3,7 = 10,3 \text{ г}. \quad (3.16)$$

Таким образом, используя (3.1) с учетом (3.14) и (3.16):

$$P = g \sum_{i=1} m_i = g(m_{\text{призмы}} + m_{\text{оправы}}) = 9,8(29,2 + 10,3) \cdot 10^{-3} = 0,387 \text{ Н}. \quad (3.17)$$

### 3.1.2 Расчет подшипника на выходном валу

Для продолжения расчета статической нагрузки необходимо выбрать подшипник, устанавливаемый на выходной полый вал. В силу симметрии призмы Пехана на вал действует только осевая сила  $P = F_a$ . С учетом больших геометрических размеров выходного колеса (присоединительный размер равен внутреннему диаметру полого вала и имеет величину  $d = 40 \text{ мм}$ ) и того обстоятельства, что в рассматриваемой конструкции опора должна иметь сравнительно небольшую грузоподъемность, необходимо выбрать нестандартный подшипник качения. Однако ТЗ составлено для серийного производства устройства небольших габаритов относительно невысокой точности, объект управления которого имеет малую скорость вращения и поэтому выбор опоры останавливается на подшипнике скольжения [7].

В качестве материала подшипников используется сталь-металлокерамика, имеющая коэффициент трения  $f = 0,4$  (без смазки), допускаемое удельное давление  $[p] = 4 \dots 5 \text{ МПа}$  и допускаемое значение критерия теплостойкости  $[pv] = 0,7 \text{ МПа} \cdot \text{м/с}$  [7, с. 23].

Расчет опор скольжения основан на двух критериях: прочности и теплостойкости.

В качестве *критерия прочности* принимается среднее удельное давление  $p$ ,

$$p = \frac{P}{S} \leq [p], \quad (3.18)$$

где  $P$  - нагрузка на опору, а  $S$  - площадь контакта [7, с. 9].

Поскольку сила, действующая на выходное звено, имеет сравнительно небольшое значение, то достаточно будет принять толщину выходного

вала, равную 5 мм. Таким образом диаметр цапфы будет равен

$$d_{\text{ц}} = d + 2 \cdot 5 = 40 + 10 = 50 \text{ мм.} \quad (3.19)$$

Длина цапфы для редукторов равна

$$l_{\text{ц}} = 0,5 \dots 1,2 \cdot d_{\text{ц}} = 0,5 \cdot 50 = 25 \text{ мм} \quad [3, \text{с. 62}], \quad (3.20)$$

поэтому с учетом (3.19) и (3.20) площадь контакта равна

$$S = d_{\text{ц}} \cdot l_{\text{ц}} = 50 \cdot 25 = 1250 \text{ мм}^2. \quad (3.21)$$

Таким образом, учитывая (3.17) и (3.21):

$$p = \frac{P}{S} = \frac{0,4}{1250} = 3,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ МПа} \leq [p], \quad (3.22)$$

что свидетельствует о выполнении условия данного критерия.

В качестве ориентировочного критерия теплостойкости принимается величина  $pv$ , где  $v$  – окружная скорость цапфы [7, с. 9].

$$v = \omega \frac{d_{\text{ц}}}{2} = 5 \cdot \frac{50}{2} = 125 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad [3, \text{с. 62}] \quad (3.23)$$

$$pv = 3,2 \cdot 10^{-4} \cdot 125 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ МПа} \cdot \text{м/с} \leq [pv], \quad (3.24)$$

что свидетельствует о выполнении условия данного критерия.

### 3.1.3 Расчет момента трения

При действии осевой нагрузки  $P$  момент трения скольжения цилиндрической опоры определяется по формуле [7, с. 11]:

$$M_{\text{тр}} = \frac{1}{3} P f \frac{D^3 - d_{\text{ц}}^3}{D^2 - d_{\text{ц}}^2}, \quad (3.25)$$

где  $D$  – диаметр опорной поверхности, который принимается равным

$$D = d_{\text{ц}} + 2 \cdot 10 = 50 + 20 = 70 \text{ мм.} \quad (3.26)$$

Таким образом, учитывая (3.17), (3.26) и свойства стали-металлокерамики, можно воспользоваться формулой (3.25) для вычисления момента трения в опоре:

$$M_{\text{тр}} = \frac{1}{3} 0,4 \cdot 0,4 \frac{70^3 - 50^3}{70^2 - 50^2} \cong 4,85 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 4,85 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м.} \quad (3.27)$$

### 3.1.4 Расчет момента нагрузки

Поскольку при вычислении статической нагрузки в механизме необходимо учитывать не только трение в опорах, но и трение в потенциометре и силу срабатывания микровыключателей, то полученный из (3.27) момент трения выходного вала  $M_{\text{тр}}$  необходимо домножить на поправочный коэффициент  $\xi = 1,2$  [5, с. 6]:

$$M_c = M_{\text{тр}}\xi = 4,85 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 = 5,82 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (3.28)$$

## 3.2 Предварительный выбор электродвигателя

Требования технического задания определяют среди возможных типов двигателей для применения в разрабатываемой конструкции электродвигатели из серий ДИД, ДГ и АДП. Конкретный двигатель из намеченной серии выбирают с учетом его требуемой мощности  $N$ , достаточной для работы узла оптического элемента. Так как редуктор имеет один двигатель и один выходной вал, то требуемую мощность в ваттах определяют из соотношения (3.29):

$$N = \frac{M_c \omega_{\text{вых}}}{\eta_p} \xi, \quad (3.29)$$

где  $\omega_{\text{вых}}$  – номинальная угловая скорость вращения ОЭ;  $\xi$  – коэффициент запаса, учитывающий динамичность внешней нагрузки, нестабильность напряжения питания, отклонение условий эксплуатации от расчетных;  $\eta_p$  – КПД редуктора [5, с. 22].

Для следящих приводов  $\xi = 1,2 \dots 2,5$ , а  $\eta_p = 0,5 \dots 0,7$ . Выбрав  $\xi = 2$  и  $\eta_p = 0,7$  и воспользовавшись (3.28), а также данными из ТЗ можно вычислить требуемую мощность двигателя по (3.29):

$$N = \frac{5,82 \cdot 10^{-3} \cdot 5}{0,7} \cdot 2 \cong 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ Вт} \quad (3.30)$$

В качестве электродвигателя был выбран асинхронный исполнительный двигатель с полым немагнитным ротором АДП-1123.

Микродвигатели с полым немагнитным ротором среди всех асинхронных двигателей переменного тока характеризуются наименьшим моментом инерции ротора и наилучшим быстродействием. Они имеют малую нелинейность механических и регулировочных характеристик, не превышающую 5...15% при  $\omega = \omega_0/2$ , что обеспечивает устойчивую работу привода в большом диапазоне изменения угловой скорости ( $\omega_{\max}/\omega_{\min} = 100 \dots 200$ ), отличаются высокой чувствительностью, т. е. малым значением сигнала управления при трогании; плавностью и бесшумностью хода; постоянством  $M_p$  при любом положении ротора [4, с. 9].

В качестве недостатков этих двигателей можно отметить низкий К.П.Д., не превосходящий у большинства двигателей 20...40% в номинальном режиме и существенно уменьшающийся в режиме управления; низкий  $\cos \varphi$ ; большие габариты и массу (в 2...4 раза больше, чем у силовых асинхронных двигателей и управляемых двигателей постоянного тока одной и той же мощности) [4, с. 9].

В таблице 1 приведены характеристики выбранного двигателя [8, с. 106].

Параметр	Обозначение	Значение	Ед. изм.
Номинальное напряжение питания	$U_{\text{в}}$	110	В
Напряжение питания обмотки управления	$U_y$	110	В
Частота питающего тока	$f$	400	Гц
Номинальная мощность	$P_{\text{н}}$	4,1	Вт
Номинальная частота вращения	$n_{\text{ном}}$	4000	об/мин
Номинальный момент	$M_{\text{ном}}$	$98 \cdot 10^{-4}$	Н · м
Пусковой момент	$M_{\text{п}}$	$137 \cdot 10^{-4}$	Н · м
Электромагнитная постоянная	$T_{\text{эм}}$	0,064	с
Масса	$m_{\text{дв}}$	0,55	кг

Таблица 1: Характеристики двигателя АДП-1123

## 4 Кинематический расчет проектируемой конструкции

### 4.1 Определение общего передаточного отношения

Зная частоту вращения вала выбранного двигателя  $n_{\text{ном}}$  (см. табл. 1) и выходного вала проектируемого редуктора  $n_{\text{вых}}$  можно рассчитать его передаточное отношение по формуле (4.1) [5, с. 23]:

$$i_o = \frac{n_{\text{дв}}}{n_{\text{вых}}}, \quad (4.1)$$

где  $n_{\text{вых}}$  рассчитывается с учетом табл. 1 в ТЗ как

$$n_{\text{вых}} = 30 \frac{\omega_{\text{вых}}}{\pi} = 30 \frac{5}{\pi} = 47,75 \text{ об/мин.} \quad (4.2)$$

Тогда общее передаточное отношение принимает по (4.1) значение

$$i_o = \frac{4000}{47,75} = 83,77\%. \quad (4.3)$$

## 4.2 Определение числа и параметров элементарных передач

В соответствии с дополнительным требованием «в» технического задания для расчета числа и параметров элементарных передач была применена рекомендованная кафедрой РЛ-5 программа "Курсовое проектирование редуктора". Входными параметрами для программы являлись частоты вращения двигателя и выходного вала, условие критерия минимизации приведенного момента инерции, число зубьев не менее 17, а также максимальное число ступеней не более четырех. В конструкции используются прямозубые цилиндрические колеса внешнего зацепления. Результаты вычислений отражены в таблице 2.

№ ступени	Передаточное отношение	Число зубьев	
		Шестерня	Колесо
1	2	17	34
2	2,29	17	39
3	4	17	68
4	4,56	17	78

Таблица 2: Параметры ступеней

Необходимо проверить, на сколько отличается фактическое значение передаточного отношения от заданной величины. Для этого по [8, с. 24] рассчитывается

$$\Delta i = \frac{|i_{\Phi} - i_o|}{i} 100\%, \quad (4.4)$$

где общее расчетное передаточное отношение  $i_o$  рассчитано в (4.3), а фактическое рассчитывается следующим образом:

$$i_{\Phi} = \prod_{k=1}^4 i_k = 2 \cdot 2,29 \cdot 4 \cdot 4,56 = 83,539. \quad (4.5)$$

Тогда, с учетом (4.3) и (4.5), выражение (4.4) примет значение

$$\Delta i = \frac{|83,539 - 83,77|}{83,77} 100\% = 0,275 \quad (4.6)$$

Полученная погрешность имеет значение меньше одного процента и является допустимой.

## 5 Силовой расчет

При силовом расчете редуктора проверяют выбранный двигатель по статическому моменту, исходя из условия прочности зубьев (изгибной и контактной), находят модули зацепления зубчатых колес и их размеры [5, с. 25].

### 5.1 Проверочный расчет выбранного двигателя по статической нагрузке

Задача расчета заключается в определении крутящих моментов (статического и суммарного), действующих на каждом валу. Приведение (определение) моментов ведется от выходных звеньев к двигателю последовательно от передачи к передаче по формуле (5.1)[8, с. 27]:

$$M_1 = \frac{M_2}{i_{12} \cdot \eta_{12} \cdot \eta_{\text{подш}}}, \quad (5.1)$$

где  $M_1$  – искомый момент на ведущем звене;  $M_2$  – известный момент на ведомом звене;  $i_{12}$  – передаточное отношение передачи;  $\eta_{12} = 0,98\%$  – КПД цилиндрической передачи;  $\eta_{\text{подш}} = 0,99$  – КПД подшипников 6-й степени точности, в которых установлен ведущий вал [8, с. 27-28].

Результаты последовательного приведения моментов представлены в таблице 3.

№ вала	1	2	3	4
Момент $M_i$ , Н · м	$3,969 \cdot 10^{-3}$	$7,702 \cdot 10^{-3}$	0,017	0,066

Таблица 3: Крутящие моменты, действующие на валах

Как видно из таблицы 3:

$$M_1 < M_{\text{ном}}, \quad (5.2)$$

что свидетельствует о том, что двигатель предварительно подходит для дальнейших расчетов.

Момент нагрузки на выходном валу вычисляется с учетом данных ТЗ по формуле (5.3)[8, с. 27]:

$$M_{\text{вых}} = M_{\text{нагр}} + J_{\text{н}} \varepsilon_{\text{н}} = 5,8 \cdot 10^{-3} + 0,012 \cdot 24 = 0,294 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (5.3)$$

### 5.2 Определение модуля зацепления

Целью данного расчета является определение модулей зацепления и размеров передач [8, с. 29].

### 5.2.1 Выбор материалов для колес и шестерен

Материалы для колес и шестерен выбирают с учетом назначения передачи, характера действующей нагрузки, условий эксплуатации (окружной скорости, состояния среды), массы, габаритов и стоимости. Для выравнивания срока службы рекомендуется назначать для зубчатых колес разные материалы, причем твердость шестерни необходимо выбирать больше твердости колеса [8, с. 35].

С учетом этих рекомендаций выбор материала для колес был остановлен на конструкционной стали 45 (по ГОСТ 1050-88), а для шестерен – легированная хромом сталь 40Х (по ГОСТ 4543-71). Параметры этих материалов приведены в таблице 4 в соответствии с [8, с. 36-38].

Характеристика	Колесо	Шестерня
Материал	Сталь 45	Сталь 40Х
Вид термической обработки	нормализация, закалка, отпуск	нормализация, цементация, закалка, отпуск
Твердость общая НВ	190 … 240	200 … 250
Твердость поверхности НРС	40 … 50	50 … 55
Коэффициент лин. расширения $\alpha, 1/^\circ C$	$(10,6 \dots 12,4) \cdot 10^{-6}$	$(10,6 \dots 12,4) \cdot 10^{-6}$
Модуль упругости первого рода $E, Па$	$(2,0 \dots 2,2) \cdot 10^{11}$	$(2,0 \dots 2,2) \cdot 10^{11}$
Плотность $\rho, \text{кг}/\text{м}^3$	7850	7850
Предел прочности $\sigma_B, \text{Па}$	$5,8 \cdot 10^8$	$10^9$
Предел текучести $\sigma_T, \text{Па}$	$3,6 \cdot 10^8$	$(8,0 \dots 8,5) \cdot 10^8$

Таблица 4: Свойства материалов колес и шестерен

### 5.3 Проверочный расчет зубьев на прочность

В соответствии с условиями технического задания проектным расчетом будет служить расчет зубьев на изгибную прочность, а проверочным – на контактную.

#### 5.3.1 Проектный расчет на изгибную прочность

Для открытых цилиндрических прямозубых передач модуль  $m$  зацепления в миллиметрах определяется по следующей зависимости:

$$m = K_m \sqrt[3]{M Y_F K / (Z \psi_{bm} [\sigma_F])}, \quad (5.4)$$

где  $K_m = 1,4$  – коэффициент для прямозубых колес;  $M$  – крутящий момент, действующий на рассчитываемое колесо, выбирающийся по данным силового расчета, Н · мм;  $K$  – коэффициент расчетной нагрузки, при проектном расчете принимающийся равным 1,4;  $Z$  – число зубьев рассчитываемого колеса;  $\psi_{bm} = b/m$  – коэффициент ширины зубчатого венца, для мелкомодульных передач принимающийся равным 4,5 и 4 для шестерен и колес соответственно;  $Y_F$  – коэффициент формы зуба (см. табл. 5 [8, с. 32]);  $[\sigma_F]$  – допускаемое напряжение при расчете зубьев на изгиб (см. (5.5)), Н/мм<sup>2</sup> [8, с. 30-31].

Допускаемое напряжение при расчете зубьев на изгиб  $[\sigma_F]$  рассчитывается по формуле (5.5):

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{FR} K_{FC} K_{FL}}{S_F}, \quad (5.5)$$

где  $\sigma_{FR}$  – предел выносливости при изгибе, для легированных и углеродистых сталей при рассматриваемой термической обработке принимающийся равным 550 Н/мм<sup>2</sup>;  $K_{FC}$  – коэффициент, учитывающий цикл нагружения колеса, принимающийся равным 0.65 при реверсивных передачах;  $S_F$  – коэффициент запаса прочности, равный 2,2 при обычных условиях работы,  $K_{FL}$  – коэффициент долговечности, рассчитывающийся по формуле (5.6) [8, с. 41].

Коэффициент долговечности  $K_{FL}$

$$K_{FL} = \sqrt[m]{\frac{4 \cdot 10^6}{N_H}}, \quad (5.6)$$

где  $m = 6$  – показатель степени для  $HB \leq 350$ ;  $N_H$  – число циклов нагружения, которое определяется по формуле (5.7) [8, с. 41].

Число циклов нагружения  $N_H$

$$N_H = 60 \cdot ncL, \quad (5.7)$$

где  $n$  – частота вращения выходного вала редуктора, вычисленная в (4.2);  $c = 1$  – число колес, одновременно находящихся в зацеплении с рассчитываемым;  $L = 23000$  ч – ресурс работы передачи [8, с. 41].

Подставляя эти значения в (5.7) можно получить значение  $N_H$ :

$$N_H = 60 \cdot 47,75 \cdot 1 \cdot 23000 = 6,59 \cdot 10^7. \quad (5.8)$$

Подставив (5.8) в (5.6) можно получить значение  $K_{FL}$ :

$$K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{4 \cdot 10^6}{6,59 \cdot 10^7}} = 0,627. \quad (5.9)$$

Подставив (5.9) в (5.5) можно получить значение  $\sigma_{FR}$ :

$$\sigma_F = \frac{550 \cdot 0.65 \cdot 6,59 \cdot 10^7}{2,2} = 156,726 \text{ Н/мм}^2. \quad (5.10)$$

При условии, что материалы сопрягаемых цилиндрических колес разные, расчет на прочность ведется по тому колесу, для которого отношение  $Y_F/[\sigma_F]$  больше. Результаты вычислений с учетом (5.4), (5.10), таблиц 2 и 3 и [8, с. 32] представлены на таблице 5.

Ступень	Тип колеса	$Z$	$Y_F$	$Y_F/[\sigma_F]$	Модуль	
					по расчету	по ГОСТ
1	шестерня	17	4,3	0,027	0,018	0,3
	колесо	34	3,8	0,024		
2	шестерня	17	4,3	0,027	0,022	0,3
	колесо	39	3,77	0,024		
3	шестерня	17	4,3	0,027	0,029	0,3
	колесо	68	3,73	0,024		
4	шестерня	17	4,3	0,027	0,045	0,3
	колесо	78	3,73	0,024		

Таблица 5: Таблица значений  $Y_F/[\sigma_F]$

Как видно из таблицы 5, на всех ступенях отношение  $Y_F/[\sigma_F]$  больше у шестерен, поэтому расчет модулей ведется по ним. Поскольку полученные расчетные значения модулей зацепления нетехнологичны, то, в силу того, что, согласно условиям технического задания, тип производства является серийным, необходимо выбрать значение по ГОСТу которое обеспечит простоту и экономичность изготовления элементов передач. Одним из таких значений является  $m = 0,3$ , который принимается для дальнейших расчетов.

### 5.3.2 Проверочный расчет на контактную прочность

Расчет проводят для менее прочного колеса. В рассматриваемой конструкции им является последнее (выходное) колесо редуктора, поскольку на нем передаточное отношение является максимальным.

Для цилиндрических прямозубых колес контактное напряжение определяется по формуле (5.11):

$$\sigma_H = \sqrt{M K K_\alpha^3 (1+i)^3 / (\psi_{ba} i^2 a^3)}, \quad (5.11)$$

где  $K_\alpha = 48,5 \text{ МПа}$  для стальных прямозубых цилиндрических колес;  $K = 1,2$  – коэффициент расчетной нагрузки (см. пояснение к (5.4));  $\psi_{ba} = b/a = 0,1$  – коэффициент ширины колеса для маломощных передач;  $a$  – межосевое расстояние, которое определяется по формуле (5.12) [8, с. 33-34].

Межосевое расстояние для последней передачи вычисляется с учетом таблицы 2 по (5.12) [8, с. 33]:

$$a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2) = \frac{0,3 \cdot (17 + 78)}{2} = 14,25 \text{ мм.} \quad (5.12)$$

Подставив полученное значение (5.12) в (5.11) с учетом таблиц 2 и 3 можно получить расчетное значение  $\sigma_H$ :

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{0,066 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 48,5^3 \cdot (1 + 4,56)^3}{0,1 \cdot 4,56^2 \cdot 14,25^3}} = 509,614 \text{ Н/мм}^2. \quad (5.13)$$

Полученное значение необходимо сравнить с допускаемым контактным напряжением, которое определяется соотношением (5.14):

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{HR} Z_R Z_V K_{HL}}{S_H}, \quad (5.14)$$

где  $\sigma_{HR}$  – предел контактной выносливости поверхности зубьев (см. (5.15));  $Z_R$  – коэффициент, учитывающий шероховатость сопряженных поверхностей, равный 1 при  $Ra = 0,63 \dots 1,25$ ;  $Z_V$  – коэффициент, учитывающий окружную скорость колеса, равный 1 при  $V < 5 \text{ м/с}$ ;  $K_{HL}$  – коэффициент долговечности, учитывающий возможность повышения допускаемых напряжений для кратковременно работающих передач, определяющийся по формуле (5.16);  $S_H = 1,5$  – коэффициент безопасности [8, с. 39].

В соответствии с таблицей приближенных значений контактной и изгибной выносливости зубьев в зависимости от термообработки используемых материалов [8, с. 40]  $\sigma_{HR}$  для углеродистой и легированной стали имеет значение

$$\sigma_{HR} = 17HRC + 200 = 17 \cdot 40 + 200 = 880 \text{ Н/мм}^2. \quad (5.15)$$

Коэффициент долговечности определяется из соотношения (5.16):

$$K_{HL} = \sqrt[m]{\frac{N_{H0}}{N_H}}, \quad (5.16)$$

где  $m = 6$  – показатель степени для стальных колес;  $N_{H0} = 10^7$  – базовое число циклов нагружения.

Подставив эти значения в (5.16) можно получить значение  $K_{HL}$ :

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{10^7}{6,59 \cdot 10^7}} = 0,73,$$

но в соответствии с [8, с.40] если при расчете полученное значение  $K_{HL} < 1$ , то принимают

$$K_{HL} = 1. \quad (5.17)$$

Подставив (5.15) и (5.17) в выражение (5.14),

$$[\sigma_H] = \frac{880 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{1,5} = 586,667 \text{ Н/мм}^2. \quad (5.18)$$

Сравнивая (5.13) и (5.18), видно, что

$$\sigma_H < [\sigma_H], \quad (5.19)$$

так как

$$509,614 \text{ Н/мм}^2 < 586,667 \text{ Н/мм}^2. \quad (5.20)$$

Параметр	Формула	Шестерни		Колеса			
		1–4	1	2	3	4	
Модуль	$m$	0,3					
Число зубьев	$z$	17	34	39	68	78	
Делительный диаметр	$d = mz$	5,1	10,2	11,7	20,4	23,4	
Диаметр вершин зубьев	$d_a = m(z + 2h_a^*)$	5,7	10,8	12,3	21	24	
Диаметр впадин	$d_f = m(z - 2h_a^* - 2c^*)$	4,2	9,3	10,8	19,5	22,5	
Ширина колеса	$b = \psi_{bm}m$	1,35			1,2		
Межосевое расстояние	$a_\omega = 0,5m(z_1 + z_2)$		7,65	8,4	12,75	14,25	

Таблица 6: Геометрические параметры зубчатых колес передач в мм

Выполнение этого условия свидетельствует о том, что передача рассчитана верно.

## 6 Геометрический расчет кинематики проектируемой конструкции

Задача геометрического расчета редуктора заключается в определении размеров его геометрических элементов [5, с. 28].

Параметры для цилиндрических передач с прямозубыми колесами представлены на таблице 6 [8, с. 42].

При определении параметров зубчатых колес были приняты  $\beta = 0$ , коэффициент радиального зазора  $c^* = 0,5$ , а  $h_a^* = 1$  [8, с.42].

## 7 Расчет валов и опор редуктора

### 7.1 Расчет валов

Целью расчета вала на прочность является определение минимального диаметра вала исходя из условия действия на него изгибающих нагрузок и нагрузок кручения.

Расчет принято проводить по самому нагруженному валу, однако ввиду своеобразности его конструкции дальнейшие расчеты будут вестись для предпоследнего вала. В качестве материала для всех валов была выбрана легированная хромом сталь 40Х (по ГОСТ 4543-71), свойства которой приведены в таблице 4.

При составлении схемы для расчета валов редуктора на прочность их рассматривают как прямые брусья круглого или трубчатого сечения, лежащие на шарирных опорах. Кроме того, при расчетах принимают, что насаженные на вал детали передают силы, распределенные по длине ступицы, а на расчетных схемах эти силы рассматривают как сосредоточенные и приложенные в середине ступицы [5, с. 31]. Порядок определения этих сил в случае прямозубых цилиндрических передач изложен ниже.

Окружные силы определяются следующим выражением:

$$F_t = \frac{2Mk}{d}, \quad (7.1)$$

где  $M$  – момент на валу, Н · мм, в рассматриваемом случае это  $M_3$  из таблицы 3;  $k = 1,4$  – коэффициент усиления;  $d$  – диаметр колеса, мм [5, с. 31].

Таким образом, с учетом (7.1) и таблиц 3 и 6 окружные усилия на шестерне и колесе будут соответственно равны:

$$F_{t1} = \frac{2M_3 k}{d_{ш}} = \frac{2 \cdot 17 \cdot 1,4}{3,4} = 14 \text{ Н} \quad (7.2)$$

$$F_{t2} = \frac{2M_3 k}{d_3} = \frac{2 \cdot 17 \cdot 1,4}{20,4} = 2,333 \text{ Н}. \quad (7.3)$$

Радиальные усилия определяются следующим образом:

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha, \quad (7.4)$$

где  $F_t$  – окружная сила;  $\alpha = 20^\circ$  – угол эвольвентного зацепления [5, с. 32].

Таким образом, с учетом (7.2) и (7.3) радиальные усилия на предпоследнем валу определяются по формуле (7.4) следующим образом:

$$F_{r1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha = 14 \operatorname{tg} 20^\circ = 5,096 \text{ Н} \quad (7.5)$$

$$F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha = 2,333 \operatorname{tg} 20^\circ = 0,849 \text{ Н}. \quad (7.6)$$

Схема расчета и эпюры представлены на рис. 5. Вал скомпанован таким образом, что  $l_1 = 16$  мм,  $l_2 = 4$  мм,  $l_3 = 15$  мм, а  $L = l_1 + l_2 + l_3 = 35$  мм.

Рис. 5: Расчетная схема и эпюры

Для нахождений реакций  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_1$  и  $Y_2$  в опорах необходимо составить уравнения статики.

Для плоскости  $XOZ$ :

$$\sum M_B = 0 : \quad F_{r1}l_1 - F_{r2}(l_1 + l_2) = LX_2 \quad (7.7)$$

$$\sum M_A = 0 : \quad F_{r2}l_3 - F_{r1}(l_2 + l_3) = LX_1. \quad (7.8)$$

Из (7.7) и (7.8) можно выразить искомые реакции  $X_1$  и  $X_2$ :

$$X_1 = \frac{1}{L}[F_{r1}(l_2 + l_3) - F_{r2}l_1] \quad (7.9)$$

$$X_2 = \frac{1}{L}[F_{r1}l_1 - F_{r2}(l_1 + l_2)]. \quad (7.10)$$

Для плоскости  $YOZ$ :

$$\sum M_B = 0 : \quad F_{t1}l_1 + F_{t2}(l_1 + l_2) = LY_2 \quad (7.11)$$

$$\sum M_A = 0 : \quad F_{t2}l_3 + F_{t1}(l_2 + l_3) = LY_1. \quad (7.12)$$

Из (7.11) и (7.12) можно выразить искомые реакции  $Y_1$  и  $Y_2$ :

$$Y_1 = \frac{1}{L}[F_{t1}(l_2 + l_3) + F_{t2}l_3] \quad (7.13)$$

$$Y_2 = \frac{1}{L}[F_{t1}l_1 + F_{t2}(l_1 + l_2)]. \quad (7.14)$$

Подставляя (7.2), (7.3), (7.5), (7.6) и размеры, определяемые компоновкой вала, в (7.9), (7.10), (7.13) и (7.14), можно получить численные значения реакций опор:

$$X_1 = \frac{1}{35}[0,849(4+15) - 0,849 \cdot 16] = 2,548 \text{ Н} \quad (7.15)$$

$$X_2 = \frac{1}{35}[5,096 \cdot 16 - 0,849(16+4)] = 1,723 \text{ Н} \quad (7.16)$$

$$Y_1 = \frac{1}{35}[14(4+15) + 2,333 \cdot 15] = 9,067 \text{ Н} \quad (7.17)$$

$$Y_2 = \frac{1}{35}[14 \cdot 16 + 2,333(16+4)] = 7,267 \text{ Н}. \quad (7.18)$$

В точке 1 наблюдается максимальная нагрузка на вал, поэтому дальнейший расчет будет вестись для этого сечения.

Минимальный диаметр вала можно рассчитать по формуле (7.19):

$$d_{min} \geq \sqrt[3]{M_{\text{пр}} / (0,1[\sigma])}, \quad (7.19)$$

где  $M_{\text{пр}}$  – приведенный момент, рассчитываемый по (7.22), Н · мм;  $[\sigma]$  – допускаемое напряжение выбранного материала, вычисляется по (7.20), МПа [3, с. 55].

Значение  $[\sigma]$  зависит от характера нагрузки и определяется следующим образом:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{-1}}{n}, \quad (7.20)$$

где  $\sigma_{-1} = 380$  МПа – предел выносливости данного материала при симметричном цикле;  $n = 1,5$  – коэффициент запаса при обычном характере работы привода.

Тогда по (7.20):

$$[\sigma] = \frac{380}{1,5} = 253,333 \text{ МПа}. \quad (7.21)$$

Приведенный момент рассчитывается по формуле (7.22):

$$M_{\text{пр}} = \sqrt{M_{\text{изг}}^2 + 0,75M_{\text{kp}}^2}, \quad (7.22)$$

где  $M_{\text{изг}}$  – момент, обусловленный нагрузкой на изгиб, определяющийся по формуле (7.23);  $M_{\text{kp}}$  – крутящий момент на предпоследнем валу (см. табл. 3).

Момент, обусловленный нагрузкой на изгиб, определяется следующим соотношением:

$$M_{\text{изг}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{(X_1 l_1)^2 + (Y_1 l_1)^2}. \quad (7.23)$$

Подставляя (7.15), (7.17) и размеры, определяемые компоновкой вала, в формулу (7.23), можно получить значение  $M_{изг}$ :

$$M_{изг} = \sqrt{(2,548 \cdot 16)^2 + (9,067 \cdot 16)^2} = 141,268 \text{ Н.} \quad (7.24)$$

Тогда, с учетом (7.24) и таблицы 3, (7.22) принимает вид:

$$M_{пп} = \sqrt{141,268^2 + 0,75 \cdot 17^2} = 142,033 \text{ Н} \cdot \text{мм.} \quad (7.25)$$

Подставляя (7.21) и (7.25) в (7.19), можно получить минимальное значение диаметра вала:

$$d_{min} \geq \sqrt[3]{\frac{142,033}{0,1 \cdot 253,333}} = 1,777 \text{ мм.} \quad (7.26)$$

Исходя из технологических соображений, диаметр вала принимается равным  $d_v = 5 \text{ мм}$ , диаметр цапф  $d_{ц} = 3 \text{ мм}$ , а диаметр утолщений, на которые опираются зубчатые колеса механизма  $d_y = 7 \text{ мм}$ .

## 7.2 Обоснование выбора и расчет опор

Выбор опор был остановлен на цилиндрических опорах скольжения. Они являются одними из наиболее распространенных в конструкциях приборов. Подшипники скольжения отличаются простотой конструкции и изготовления, обладают высокими прочностью и износостойчивостью, работоспособны при больших частотах вращения, могут принимать радиальные, осевые и комбинированные нагрузки [3, с. 60]. В силу того, что разрабатываемый привод имеет серийный тип производства, эти факторы являлись определяющими при выборе типа опор.

В качестве материала подшипников используется бронза БрОФ10–1, имеющая допускаемое удельное давление  $[p] = 10 \dots 15 \text{ МПа}$  и допускаемое значение критерия теплостойкости  $[pv] = 20 \text{ МПа} \cdot \text{м/с}$  [7, с. 23].

Расчет опор скольжения основан на двух критериях: прочности и теплостойкости.

В качестве *критерия прочности* принимается среднее удельное давление  $p$ ,

$$p = \frac{P}{S} \leq [p], \quad (7.27)$$

где  $P$  - нагрузка на опору, а  $S$  - площадь контакта [7, с. 9].

Нагрузка на наиболее нагруженную опору предпоследнего вала с учетом (7.15) и (7.17) определяется следующим выражением:

$$P = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = \sqrt{2,548^2 + 9,067^2} = 9,418 \text{ Н.} \quad (7.28)$$

Относительная длина цапфы  $\lambda = l_{\text{ц}}/d_{\text{ц}}$  вычисляется по выражению (7.29):

$$\lambda \geq \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi[\sigma]}{[p]}}, \quad (7.29)$$

где  $[\sigma_{\text{ц}}]$  – допускаемое напряжение изгиба, рассчитанное в (7.21) [7, с. 9].

Учитывая (7.21) и свойства выбранного материала опор, выражение (7.29) примет вид:

$$\lambda \geq \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi \cdot 253,333}{15}} = 1,821. \quad (7.30)$$

Тогда минимальный диаметр цапфы с учетом (7.21), (7.28) и (7.30) определяется из соотношения (7.31) [7, с. 9]:

$$d_{\text{ц}} \geq 4 \sqrt{\frac{P\lambda}{\pi[\sigma]}} = 4 \sqrt{\frac{9,418 \cdot 1,821}{\pi \cdot 253,333}} = 0,587 \text{ мм.} \quad (7.31)$$

Таким образом, видно, что диаметр цапфы  $d_{\text{ц}} = 3$  мм, выбранный в конце пункта 7.1, удовлетворяет этому требованию.

Длина цапфы, учитывая (7.30) и (7.31) равна [7, с. 9]:

$$l_{\text{ц}} = \lambda \cdot d_{\text{ц}} = 1,821 \cdot 0,587 = 1,069 \text{ мм.} \quad (7.32)$$

Это значение округляется до стандартного:  $l_{\text{ц}} = 3$  мм.

Площадь контакта с учетом выбранных значений длины и диаметра цапфы равна

$$S = d_{\text{ц}} \cdot l_{\text{ц}} = 5 \cdot 6 = 30 \text{ мм}^2. \quad (7.33)$$

Таким образом, подставляя (7.28) и (7.33) в (7.27):

$$p = \frac{P}{S} = \frac{9,418}{30} = 0,523 \text{ МПа} \leq [p], \quad (7.34)$$

что свидетельствует о выполнении условия данного критерия.

Для проверки выполнения следующих критериев необходимо рассчитать частоту и скорость вращения предпоследнего вала. С учетом таблиц 1 и 2:

$$n_3 = \frac{n_{\text{ном}}}{i_1 i_2 i_3} = \frac{4000}{2 \cdot 2,29 \cdot 4} = 218,341 \text{ об/мин} \quad (7.35)$$

$$w_3 = \pi \frac{n_3}{30} = 22,865 \text{ рад/сек.} \quad (7.36)$$

В качестве ориентировочного *критерия теплостойкости* принимается величина  $pv$ , где  $v$  – окружная скорость цапфы [7, с. 9].

$$v = \omega_3 \frac{d_{\text{ц}}}{2} = 22,865 \cdot \frac{5}{2} = 34,297 \text{ м/с} \quad [3, \text{с. 62}]$$

$$pv = 0,523 \cdot 34,297 = 17,945 \leq [pv],$$

что свидетельствует о выполнении условия данного критерия.

Критерий теплостойкости имеет вид [7, с. 10]:

$$l_{\text{ц}} \geq \frac{Pn_3}{191[pv]} = \frac{9,418 \cdot 218,341}{191 \cdot 20} = 0,523 \text{ мм},$$

что свидетельствует о выполнении условия данного критерия.

## 8 Точностной расчет разрабатываемой кинематики

Расчет на точность проводят для определения угловой погрешности расположения выходного вала редуктора и связанного с ним оптического элемента относительно номинального положения. Для цилиндрических мелкомодульных ( $0,1 < m < 1$ ) передач, содержащих степени точности с 5 по 11 расчет кинематических цепей на точность регламентируется ГОСТ 9178-78 [5, с. 32-33].

Для всех пар зубчатых колес были назначены 6-ая степень точности и вид сопряжения  $G$ .

В таблице 7 представлены необходимые данные для расчета, причем приняты следующие обозначения:

$m$  – модуль передачи, см. пункт 5.2;

$z$  – число зубьев колеса, см. таблицу 2;

$E_{HS}$  – наименьшее смещение исходного контура, мкм, [8, с. 124];

$T_H$  – допуск на смещение исходного контура, мкм, [8, с. 125];

$F_r$  – допуск на радиальное биение зубчатого венца, мкм, [8, с. 126];

$F_P$  – допуск на накопленную погрешность шага, мкм, [8, с. 118];

$f_f$  – допуск на погрешность профиля зуба, мкм, [8, с. 118];

$F'_i$  – допуск на кинематическую погрешность, мкм,  $F'_i = F_P + f_f$ , [8, с. 57];

$a_\omega$  – межосевое расстояние, см. таблицу 6;

$f_a$  – допуск на отклонение межосевого расстояния, мкм, [8, с. 123];

$i = z_2/z_1$  – передаточное отношение, см. таблицу 2;

$K, K_S$  – коэффициенты фазовой компенсации, [8, с. 118-119];

$j_{n\min}$  – минимальное значение гарантированного бокового зазора, [8, с. 59].

Параметр	Шестерни	Колеса			
	1–4	1	2	3	4
$m$	0,3	0,3			
$z$	17	34	39	68	78
$d_1$	5,1	10,2	11,7	20,4	23,4
$E_{HS}$	12	12	12	16	16
$T_H$	22	22	22	28	28
$F_r$	11	11	11	14	14
$F_P$	16	16	16	19	19
$f_f$	7	7			
$F'_i$	23	23	23	26	26

Параметр	Передача			
	1	2	3	4
$i$	2	2,294	4	4,588
$a_\omega$	7,65	8,4	12,75	14,25
$f_a$	11	11	14	14
$K$	0,85	0,83	0,96	0,96
$K_S$	0,76	0,75	0,8	0,87
$j_{n\ min}$	6	6	8	8

Таблица 7: Характеристики зубчатых передач

## 8.1 Определение кинематической погрешности цепи вероятностным методом

Кинематическая погрешность передачи представляет собой разность между действительным и номинальным (расчетным) углами поворота ведомого колеса [8, с. 52].

При расчете кинематической погрешности цепи вероятностным методом сначала определяют минимальные и максимальные значения кинематических погрешностей элементарных передач  $\Delta\varphi_{i0\ min}^\varphi$  и  $\Delta\varphi_{i0\ max}^\varphi$  по формулам (8.3) и (8.4). Далее определяют координаты середины поля рассеяния  $E_{ij}$  и поле рассеяния  $V_{ij}$  погрешностей для каждой передачи по формулам (8.5) и (8.6) [8, с. 65].

Минимальное и максимальное значения кинематической погрешности в МКМ для передач любой степени точности, кроме 7-й и 8-й, опреде-

ляются по следующим формулам:

$$F'_{i0\ min} = 0,62 \cdot K_S (F'_{i1} + F'_{i2}) \quad (8.1)$$

$$F'_{i0\ max} = K [\sqrt{(F')_{i1}^2 + E_{\sum M1}^2} + \sqrt{(F')_{i2}^2 + E_{\sum M2}^2}] = K (F'_{i1} + F'_{i2}), \quad (8.2)$$

где  $E_{\sum M}$  – приведенные погрешности монтажа, принимаемые равными нулю [8, с. 57].

Минимальное и максимальное значения кинематической погрешности в угловых минутах определяются по следующим формулам:

$$\Delta\varphi_{i0\ min}^\varphi = \Delta\varphi_{i0\ min} \cdot K_\varphi = 6,88 \frac{F'_{i0\ min}}{mz} \cdot K_\varphi \quad (8.3)$$

$$\Delta\varphi_{i0\ max}^\varphi = \Delta\varphi_{i0\ max} \cdot K_\varphi = 6,88 \frac{F'_{i0\ max}}{mz} \cdot K_\varphi, \quad (8.4)$$

где  $K_\varphi$  – коэффициент, учитывающий зависимость кинематической погрешности рассчитываемой передачи от фактического максимального угла поворота ее выходного колеса [8, с. 62,64]. Для заданного угла поворота  $\varphi = \pm 170^\circ = 340^\circ$  коэффициент  $K_\varphi = 0,985$  [8, с. 131].

Координаты середины поля рассеяния  $E_{ij}$  и поле рассеяния  $V_{ij}$  погрешностей для каждой передачи определяется по формулам (8.5) и (8.6) [8, с. 65]:

$$E_{ij} = (\Delta\varphi_{i0\ max}^\varphi + \Delta\varphi_{i0\ min}^\varphi)/2 \quad (8.5)$$

$$V_{ij} = \Delta\varphi_{i0\ max}^\varphi - \Delta\varphi_{i0\ min}^\varphi. \quad (8.6)$$

Результаты вычислений по формулам (8.1)–(8.6) с учетом таблицы 7 представлены в таблице 8.

Погрешность	Передача			
	1	2	3	4
$F'_{i0\ min}$	24,822	24,495	27,832	30,267
$F'_{i0\ max}$	39,1	38,18	47,04	47,04
$\Delta\varphi_{i0\ min}^\varphi$	16,491	14,188	9,246	8,766
$\Delta\varphi_{i0\ max}^\varphi$	25,978	22,114	15,627	13,623
$E_i$	21,235	18,166	12,437	11,194
$V_i$	9,487	7,956	6,381	4,857

Таблица 8: Значения кинематических погрешностей

Передаточный коэффициент  $j$ -й элементарной передачи определяется по формуле (8.7):

$$\xi_j = \frac{1}{i_{j-B}}, \quad (8.7)$$

где  $i_{j-\text{в}}$  – передаточное отношение кинематической цепи между выходными валами  $j$ -й передачи и привода [8, с. 64].

Тогда, учитывая значения таблицы 2, по (8.7) [8, с. 84]:

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \frac{1}{i_2 i_3 i_4} = \frac{1}{2,29 \cdot 4 \cdot 4,56} = 0,024 \\ \xi_2 &= \frac{1}{i_3 i_4} = \frac{1}{4 \cdot 4,56} = 0,055 \\ \xi_3 &= \frac{1}{i_4} = \frac{1}{4,56} = 0,219 \\ \xi_4 &= 1\end{aligned}$$

Суммарная координата середины поля рассеяния кинематической погрешности рассчитывается следующим образом [8, с. 65]:

$$E_{i\Sigma}^p = \sum_{j=1}^4 \xi_j E_{ij}. \quad (8.8)$$

С учетом значений в таблице 8 по формуле (8.8) можно найти значение  $E_{i\Sigma}^p$ :

$$E_{i\Sigma}^p = 0,024 \cdot 21,235 + 0,055 \cdot 18,166 + 0,219 \cdot 12,437 + 1 \cdot 11,194 = 14,426. \quad (8.9)$$

Вероятностное значение погрешности кинематической цепи определяется выражением (8.10):

$$\Delta\varphi_{i0\Sigma}^p = E_{i\Sigma}^p + t_1 \sqrt{\sum_{j=1}^4 (\xi_j V_{ij})^2}, \quad (8.10)$$

где  $t_1$  – коэффициент, учитывающий процент принятого риска [8, с. 65]. При проценте принятого риска  $p = 1\%$  коэффициент  $t_1 = 0,48$  [8, с. 131].

С учетом (8.9) и значений таблицы 2 можно вычислить значение  $\Delta\varphi_{i0\Sigma}^p$  по (8.10):

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{i0\Sigma}^p &= 14,426 + \\ &+ 0,48 \cdot \sqrt{(0,024 \cdot 9,487)^2 + (0,055 \cdot 7,956)^2 + (0,219 \cdot 6,381)^2 + (1 \cdot 4,857)^2} = \\ &= 15,264.\end{aligned}$$

## 8.2 Определение погрешности мертвого хода вероятностным методом

Минимальное значение погрешности мертвого хода определяется следующим образом:

$$j_{t \min} = \frac{j_{n \min}}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}, \quad (8.11)$$

где  $\alpha = 0$  – угол профиля исходного контура для цилиндрических прямозубых передач;  $\beta = 0$  – угол наклона боковой стороны профиля для цилиндрических прямозубых передач.

Максимальное значение погрешности мертвого хода определяется по формуле (8.12):

$$j_{t \max} = 0,7(E_{HS1} + E_{HS2}) + \sqrt{0,5(T_{H1}^2 + T_{H2}^2) + 2f_a^2 + \Delta p_1^2 + \Delta p_2^2}, \quad (8.12)$$

где индекс «1» соответствует шестерне, а «2» – колесу;  $\Delta p_i = 0$  – радиальные зазоры в опорах, не учитывающиеся в данном расчете.

Максимальное и минимальное значения погрешности мертвого хода всех видов передач в угловых минутах определяются следующим образом:

$$\Delta \varphi_{\text{л0} \min} = 6,88 \cdot \frac{j_{t \min}}{mz} \quad (8.13)$$

$$\Delta \varphi_{\text{л0} \max} = 6,88 \cdot \frac{j_{t \max}}{mz}. \quad (8.14)$$

Координаты середины поля рассеяния  $E_{ij}$  и поле рассеяния  $V_{ij}$  люфтовых погрешностей для каждой передачи определяется по формулам (8.15) и (8.16) [8, с. 66]:

$$E_{ij} = (\Delta \varphi_{\text{л0} \max}^\varphi + \Delta \varphi_{\text{л0} \min}^\varphi)/2 \quad (8.15)$$

$$V_{ij} = \Delta \varphi_{\text{л0} \max}^\varphi - \Delta \varphi_{\text{л0} \min}^\varphi. \quad (8.16)$$

Результаты вычислений по формулам (8.11)–(8.16) с учетом таблицы 7 представлены в таблице 9.

Для уменьшения погрешности мертвого хода последнее зубчатое колесо было заменено безлюфтовым.  $E_{\text{л4}}$  и  $V_{\text{л4}}$  таким образом обратились в нуль,

Суммарная координата середины поля рассеяния люфтовой погрешности рассчитывается следующим образом [8, с. 66]:

$$E_{\Sigma}^p = \sum_{j=1}^4 \xi_j E_{ij}. \quad (8.17)$$

Погрешность	Передача			
	1	2	3	4
$j_{t \min}$	6	6	8	8
$j_{t \max}$	43,744	43,744	51,631	51,631
$\Delta\varphi_{\text{л}0 \min}^{\varphi}$	3,986	3,475	2,658	2,317
$\Delta\varphi_{\text{л}0 \max}^{\varphi}$	29,063	25,337	17,152	14,953
$E_{\text{л}}$	16,524	14,406	9,905	8,635
$V_{\text{л}}$	25,077	21,862	14,494	21,636

Таблица 9: Значения люфтовых погрешностей

С учетом значений в таблице 9 по формуле (8.17) можно найти значение  $E_{\text{л}\sum}^{\text{p}}$ :

$$E_{\text{л}\sum}^{\text{p}} = 0,024 \cdot 16,524 + 0,055 \cdot 14,406 + 0,219 \cdot 9,905 + 1 \cdot 0 = 3,358. \quad (8.18)$$

Вероятностное значение люфтовой погрешности определяется выражением (8.19):

$$\Delta_{\text{л}0 \sum}^{\text{p}} = E_{\text{л}\sum}^{\text{p}} + t_2 \sqrt{\sum_{j=1}^4 (\xi_j V_{\text{л}j})^2}, \quad (8.19)$$

где  $t_2$  – коэффициент, учитывающий процент принятого риска [8, с. 65]. При проценте принятого риска  $p = 1\%$  коэффициент  $t_2 = 0,39$  [8, с. 131].

С учетом (8.18) и значений таблицы 2 можно вычислить значение  $\Delta_{\text{л}0 \sum}^{\text{p}}$  по (8.19):

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{л}0 \sum}^{\text{p}} &= 3,358 + \\ &+ 0,39 \cdot \sqrt{(0,024 \cdot 16,524)^2 + (0,055 \cdot 14,406)^2 + (0,219 \cdot 9,905)^2 + (1 \cdot 0)^2} = \\ &= 4,703 < 5. \end{aligned}$$

### 8.3 Определение суммарной погрешности кинематической цепи

Суммарная погрешность кинематической цепи рассчитывается по формуле (8.20) [8, с. 63]:

$$\Delta_{\text{sum}} = \Delta\varphi_{i0 \sum} + \Delta\varphi_{\text{л}\sum} = 15,264 + 4,703 = 19,967 < 90', \quad (8.20)$$

что свидетельствует о том, что выбранная 6-я степень точности и вид сопряжения  $G$  обоснованы.

## 9 Проверочные расчеты проектируемого привода

Приведенные выше расчеты позволили отработать конструкцию привода с определением геометрических размеров всех ее элементов, выбором подшипников, редуктора и т. д. Данное обстоятельство, в свою очередь, дает возможность провести окончательную проверку правильности выбора двигателя спроектированного ЭМП [5, с. 37].

### 9.1 Проверка двигателя по моменту

Условие правильного выбора двигателя для режима частых пусков и реверсов имеет вид

$$M_{\text{ном}} \geq M_{\text{с.пр}}^* + M_{\text{д.пр}}^*, \quad (9.1)$$

где  $M_{\text{с.пр}}^*$ ,  $M_{\text{д.пр}}^*$  – соответственно уточненные статический и динамический моменты, приведенные к валу двигателя [8, 45].

Для расчета уточненного статического момента необходимо воспользоваться соотношением (5.1), приведенным здесь заново:

$$M_{\text{с.пр}}^* = \frac{M_{\text{ном}}}{i_0 \eta_{\text{ц}} \eta_{\text{подш}}}, \quad (9.2)$$

где  $\eta_{\text{ц}}$  – КПД цапфы вала, рассчитываемый по формуле (9.3);  $\eta_{\text{подш}} = 0,99\%$  – КПД подшипников, в которых установлен ведущий вал [8, с. 27].

Для цилиндрических прямозубых передач внешнего зацепления  $\eta_{\text{ц}}$  рассчитывается следующим образом:

$$\eta_{\text{ц}} = 1 - \frac{1,62}{2} \pi f \varepsilon_{\nu} C \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) = 1 - 0,141 C \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right), \quad (9.3)$$

где  $\varepsilon_{\nu} = 1,5$  – коэффициент перекрытия;  $f = 0,06$  – коэффициент трения для колеса из закаленной стали;  $C = (F + 2,92)/(F + 0,174)$  – коэффициент нагрузки для цилиндрических передач, где  $F = (2 \cdot 1,4M)/d$  – окружная сила,  $d$  – делительный диаметр ведомого звена,  $M$  – момент на валу.

Результаты расчетов КПД цапфы каждой ступени, проведенные по формуле (9.3) с учетом таблиц 3 и 6, сведены в таблицу 10.

Суммарный КПД цапф валов с учетом таблицы 10 вычисляется следующим образом:

$$\eta_{\text{ц}\Sigma} = \prod_{j=1}^4 \eta_{\text{ц}j} = 0,955 \cdot 0,965 \cdot 0,98 \cdot 0,987 = 0,893 \%. \quad (9.4)$$

№ ступени	1	2	3	4
КПД цапфы $\eta_{\text{ц}}$ , %	0,955	0,965	0,98	0,987

Таблица 10: КПД цапфы каждой ступени

Суммарный КПД подшипников имеет значение:

$$\eta_{\text{подш}} = \eta_{\text{подш}}^4 = 0,99^4 = 0,961 \%. \quad (9.5)$$

С учетом формул (4.3), (9.4), (9.5) и таблиц 1, 3 можно по формуле (9.2) вычислить уточненный статический момент, приведенный к валу двигателя:

$$M_{\text{с.пр}}^* = \frac{9,8 \cdot 10^{-3}}{83,77 \cdot 0,893 \cdot 0,961} = 1,364 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (9.6)$$

Уточненный динамический момент определяется следующим соотношением:

$$M_{\text{д.пр}}^* = J_{\text{пр}} \varepsilon, \quad (9.7)$$

где  $J_{\text{пр}}$  – приведенный к валу двигателя момент инерции всего ЭМП, рассчитываемый по формуле (9.9),  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $\varepsilon$  – угловое ускорение вала двигателя, рассчитываемое по формуле (9.8),  $\text{рад}/\text{с}^2$  [8, с. 45].

Угловое ускорение вала двигателя с учетом данных технического задания и (4.3) вычисляется следующим образом [8, с. 29]:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{ном}} \cdot i_0 = 24 \cdot 83,77 = 2,01 \cdot 10^3 \text{ рад}/\text{с}^2. \quad (9.8)$$

Значение  $J_{\text{пр}}$  определяется по формуле (9.9):

$$J_{\text{пр}} = J_p + J_{\text{р.пр}} + \frac{J_n}{i_o^2}, \quad (9.9)$$

где  $J_p$  – момент инерции вращающихся частей двигателя;  $J_{\text{р.пр}}$  – приведенный момент инерции редуктора, рассчитываемый по (9.10);  $J_n$  – момент инерции нагрузки, заданный в техническом задании [8, с. 45].

Для ЭМП со звеньями вращательного движения приведенный момент инерции равен

$$J_{\text{р.пр}} = J_1 + \frac{J_2}{i_{12}^2} + \dots + \frac{J_n}{i_{1-n}^2}, \quad (9.10)$$

где  $J_i$  – момент инерции элемента, установленного на  $i$ -м вале относительно собственного центра масс, рассчитываемого по формуле (9.11) [8, с. 45].

В большинстве случаев вращающиеся звенья имеют форму, представляющую собой комбинации круговых цилиндров или дисков. Моменты инерции таких звеньев рассчитывают по формуле (9.11):

$$J_p = \pi b \rho d^4 \cdot 10^{-12} / 32 = 0,77 \cdot 10^{-12} \cdot bd^4, \quad (9.11)$$

где  $d$  – диаметр звена, мм;  $b$  – толщина, мм;  $\rho$  – плотность, г/см<sup>3</sup>.

Моменты инерции каждой ступени, складывающиеся из момента инерции шестерни и колеса, представлены на таблице 11.

Параметр	Шестерни	Колеса				Ступени			
		1-4	1	2	3	4	1	2	3
$J_p, 10^{-8}$	$7,032 \cdot 10^{-2}$	1	1,731	16	55,4	1,07	1,802	16,07	55,48

Таблица 11: Момент инерции элементов привода

С учетом таблиц 2 и 11 можно вычислить приведенный момент инерции редуктора по (9.10):

$$J_{p,pr} = J_1 + \frac{J_2}{i_1^2} + \frac{J_3}{(i_1 + i_2)^2} + \frac{J_4}{(i_1 + i_2 + i_3)^2} = 2,452 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \quad (9.12)$$

С учетом (4.3), (9.12) и данных ТЗ можно вычислить приведенный к валу двигателя момент инерции по (9.9):

$$J_{np} = J_p + J_{p,pr} + \frac{J_n}{i_o^2} = 1,735 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \quad (9.13)$$

Учитывая (9.8) и (9.13) можно по (9.7) вычислить уточненный динамический момент инерции:

$$M_{d,np}^* = 1,735 \cdot 10^{-6} \cdot 2,01 \cdot 10^3 = 3,487 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (9.14)$$

Тогда

$$M_{d,np}^* + M_{c,np}^* = 3,487 \cdot 10^{-3} + 1,364 \cdot 10^{-4} = 3,624 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} < M_{nom} = 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad (9.15)$$

что свидетельствует о том, что двигатель для ЭМП был выбран верно.

- 9.2 Расчет быстродействия двигателя
- 10 Расчет предохранительной муфты и размерной цепи межосевых расстояний редуктора
- 11 Составление структурной схемы сборки разрабатываемой конструкции и спецификации ее узловых сборок

## 12 Список литературы

### Список литературы

- [1] Нестерова Н.П., Коваленко А.П., Тищенко О.Ф. и др. Элементы приборных устройств: Курсовое проектирование. В 2-х ч. Ч. 1. Расчеты. М.: Высш. школа, 1978. - 328 с., ил.
- [2] Нестерова Н.П., Коваленко А.П., Тищенко О.Ф. и др. Элементы приборных устройств: Курсовое проектирование. В 2-х ч. Ч. 2. Конструирование. М.: Высш. школа, 1978. - 232 с., ил.
- [3] Тищенко О.Ф., Киселев Л.Т., Коваленко А.П и др. Элементы приборных устройств. В 2-х ч. Ч. 1. Детали, соединения и передачи. М.: Высш. школа, 1982. - 304 с., ил.
- [4] Тищенко О.Ф., Киселев Л.Т., Коваленко А.П и др. Элементы приборных устройств. В 2-х ч. Ч. 2. Приводы, преобразователи, исполнительные устройства. М.: Высш. школа, 1982. - 263 с., ил.
- [5] Пономарев В.М., Капитанова З.Г., Буцев А.А. Проектирование оптико-электронных приборов (практическое руководство). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. - 47 с., ил.
- [6] Панов В.А., Кругер М.Я., Кулагин В.В. Справочник конструктора оптико-механический приборов / Под ред. В.А. Панова. М.: Машиностроение, 1982. - 166 с., ил.
- [7] Виляевская Т.И., Веселова Е.И. Методические указания по выполнению домашнего задания "Проектирование опор вала передач" по курсу "Элементы приборных устройств" / Под ред. О.Ф. Тищенко. М.: МВТУ, 1982. - 32 с., ил.
- [8] Кокорев Ю.А., Жаров В.А., Торгов А.М. Расчет электромеханического привода: Учебное пособие / Под ред. В.Н. Баранова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1995. - 132 с., ил.