

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им Н.Э.БАУМАНА

Ю.И.Беззубов

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ЗАРЯДКИ И РАЗРЯДКИ КОНДЕНСАТОРА
Методические указания к лабораторной работе Э-3 по курсу "Общая физика"
МГТУ, 1992

Рассмотрены переходные процессы в цепях постоянного тока, содержащих электро-емкость. Для студентов 2-го курса.

Цель работы - изучение процессов зарядки и разрядки конденсатора через сопротивление; ознакомление с графическим методом определения постоянной времени цепи.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Зарядка конденсатора. Рассмотрим цепь, показанную на рис. 1. Она содержит конденсатор емкостью C , резистор сопротивлением R и источник постоянного тока, ЭДС которого \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r_0 .

Пусть при разомкнутом ключе K конденсатор C не заряжен. При замыкании ключа в момент $t=0$ по цепи потечет ток и конденсатор начнет заряжаться. По мере накопления заряда на обкладках конденсатора появится разность потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Как накопление заряда, так и изменение разности потенциалов на обкладках конденсатора происходит не мгновенно, а за некоторый конечный промежуток времени. Найдем закон изменения разности потенциалов во времени.

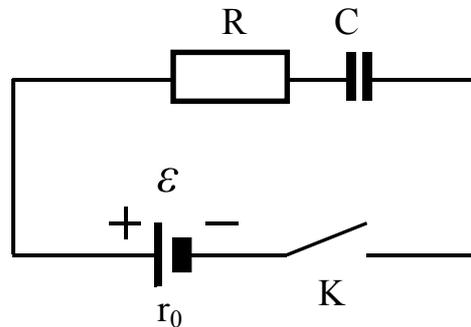


Рис.1

Применим закон Ома к замкнутой цепи:

$$I(R+r_0)+U=\mathcal{E} \quad (1)$$

Учитывая, что $I=dq/dt$, а $q=CU$ уравнение (1) приводится к виду

$$(R+r_0)C \frac{dU}{dt} = \mathcal{E} - U \quad (2)$$

Разделяя переменные и интегрируя, находим

$$\ln(\mathcal{E} - U) = -\frac{t}{(R+r_0)C} + B_1 \quad (3)$$

Постоянную интегрирования B_1 найдем из начальных условий. При $t=0$ и $U=0$, поэтому $B_1 = \ln \mathcal{E}$. Тогда уравнение (3) примет вид

$$\ln \frac{\mathcal{E} - U}{\mathcal{E}} = - \frac{t}{(R - r_0)C} \quad (4)$$

Потенцируя уравнение (4), окончательно получим

$$U = \mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{(R+r_0)C}} \right). \quad (5)$$

Разрядка конденсатора. Рассмотрим электрическую цепь, показанную на рис. 2. Пусть в момент времени $t=0$ конденсатор заряжен до напряжения U_0 . При замыкании ключа в цепи потечет ток и конденсатор начнет разряжаться. Закон Ома для рассматриваемой цепи (ключ K замкнут) имеет вид

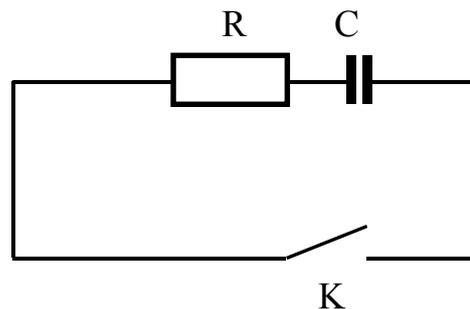


Рис.2

$$IR + U = 0 \quad (6)$$

Уравнение (6) перепишем так:

$$RC \frac{dU}{dt} + U = 0 \quad (7)$$

Разделяя переменные и интегрируя, находим

$$\ln U = - \frac{t}{RC} + B_2 \quad (8)$$

При $t=0$ $U=U_0$, поэтому $B_2 = \ln U_0$. Следовательно,

$$\ln U = \ln U_0 - \frac{t}{RC} \quad (9)$$

Потенцируя (9), получим

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (10)$$

Проведем анализ полученных решений, т.е. уравнений (5) и (10).

1. Зарядка и разрядка конденсатора происходят по экспоненциальному закону, а напряжение на обкладках конденсатора асимптотически стремится к некоторому предельному значению. Такой процесс изменения физической величины называется апериодическим.

2. При зарядке, если $t \rightarrow \infty$, ток $i \rightarrow 0$, а $U \rightarrow \mathcal{E}$.

3. При разрядке, в случае $t \rightarrow \infty$ и $U \rightarrow 0$.

4. Как при зарядке, так и при разрядке напряжение на обкладках конденсатора зависит от одних и тех же величин, а именно: емкости конденсатора C , времени t и сопротивления R в цепи.

Графики функций (5) и (10) приведены на рис. 3.

Произведения $(R+r_0) \cdot C$ и RC , имеющие размерность времени, называют **постоянной времени цепи** и обозначает буквой τ . Из уравнений (5) и (10) при $t=\tau$ получим

$$U = \mathcal{E}(1 - e^{-1}) = 0,63\mathcal{E}, \quad U = U_0 e^{-1} = 0,37U_0$$

Отсюда следует простой способ графического нахождения τ . Из точек с ординатами $0,63\mathcal{E}$ и $0,37\mathcal{E}$ на графиках зарядки и разрядки конденсатора (см. рис. 3) опустим перпендикуляр на ось абсцисс. Точка его пересечения определяет численное значение постоянной времени цепи $\tau_{ЗАР}$, зарядки и $\tau_{РАЗ}$ разрядки. В рассмотренных цепях $\tau_{ЗАР} \neq \tau_{РАЗ}$.

5. Постоянная времени цепи характеризует скорость зарядки или разрядки конденсатора. Действительно, при $RC=0$ изменение напряжения на пластинах конденсатора происходит мгновенно, а при $RC \rightarrow \infty$ зарядка и разрядка конденсатора протекают бесконечно долго.

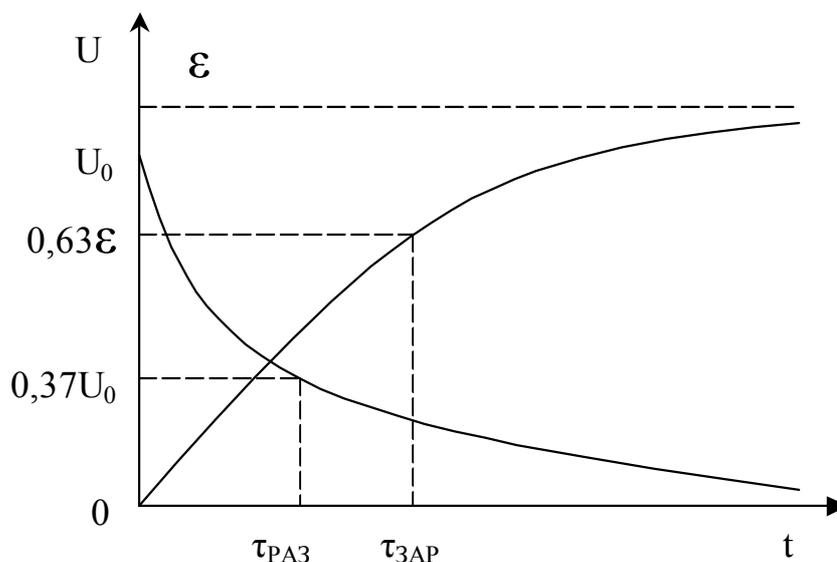


Рис. 3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Зависимость напряжения на конденсаторе от времени может быть изучена с использованием различных схем. Однако необходимо выбрать такую схему, которая обеспечивала бы минимальные ошибки измерений. Рассмотрим простейшую из возможных схем (рис. 4) и проанализируем систематические погрешности, вносимые данной схемой.

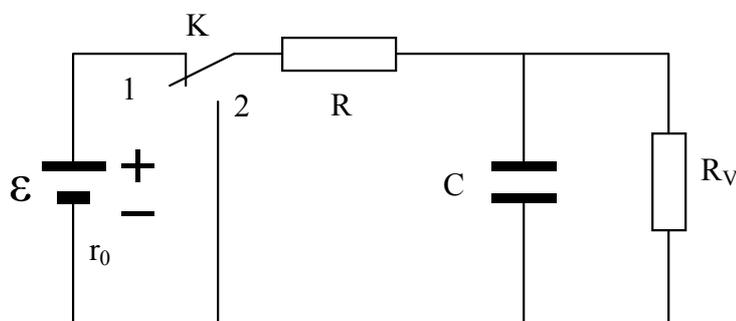


Рис.4

Зарядка конденсатора происходит от источника с ЭДС \mathcal{E} через сопротивление $R+r_0$ (ключ

К находится в положении 1). Напряжение на конденсаторе регистрируется вольтметром, входное сопротивление которого R_V .

В данной схеме сопротивления $R+r_0$ и R_V образуют делитель напряжения, что приводит к тому, что зарядка конденсатора происходит фактически от источника с напряжением

$$U = \frac{R_V}{R_V + R + r_0} \mathcal{E} \quad (11)$$

Анализ схемы показывает, что постоянная времени цепи равна

$$\tau = \frac{R_V}{R_V + R + r_0} \cdot \tau_{3AP} \quad (12)$$

где $\tau_{3AP}=(R+r_0)C$ - постоянная времени цепи при отключенном вольтметре.

При разрядке

$$\tau = \frac{R_V}{R_V + R} \cdot \tau_{PA3}$$

где $\tau_{PA3}=RC$.

Таким образом, экспериментальные зависимости $U=f(t)$ будут отличаться от теоретических, описываемых уравнениями (5) и (10). Относительные систематические погрешности измерения напряжения и постоянной времени цепи рассмотренной схемы равны

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E} - U}{\mathcal{E}} = \frac{R + r_0}{R_V + R + r_0}; \quad \frac{\Delta \tau_{3AP}}{\tau_{3AP}} = \frac{R + r_0}{R_V + R + r_0}; \quad \frac{\Delta \tau_{PA3}}{\tau_{PA3}} = \frac{R}{R_V + R}.$$

Чтобы уменьшить указанные погрешности, необходимо использовать вольтметр с очень большим входным сопротивлением по сравнению с сопротивлением в цепи зарядки или в цепи разрядки. Входное сопротивление цифровых вольтметров типа В7-27 и В7-16, используемых в данной работе, равно 10^7 Ом, а сопротивление в цепи зарядки и разрядки порядка 10^4 Ом. Такое соотношение сопротивлений позволяет не учитывать систематические погрешности в силу их малости.

Лабораторная установка, принципиальная схема которой (рис. 5) включает:

а) блок зарядки и разрядки исследуемого конденсатора С, который содержит универсальный источник питания (УИП), переключатель «Заряд-разряд», контакты Р1 и Р2 электромагнитного реле Р, резисторы R_1 и R_2 , переключатель П, кнопку «Сброс»;

б) блок управления процессом зарядки и разрядки, который обеспечивает полуавтоматическое подключение исследуемого конденсатора к цепи зарядки и разрядки на заданный интервал времени Δt , а в паузах между интервалами - подключение вольтметра к конденсатору. Блок управления содержит выпрямитель, резистор R_3 , при помощи которого устанавливается длительность интервала Δt , конденсатор C_1 , кнопку «Запуск», транзисторы T_1 и T_2 , контакты Р3 реле и лампочку накаливания ЛН. Установка работает следующим образом.

Зарядка конденсатора. Переключатель «Заряд-разряд» находится в положении «Заряд». При включении УИП в сеть конденсатор заряжается по цепи: «плюс» источника - замкнутые контакты Р1 реле - сопротивление R_1 или R_2 - конденсатор С - «минус» источника. Зарядка происходит пока замкнуты контакты. Размыкание контактов Р1 осуществляется при помощи блока управления. При подаче на блок управления напряжения (~220 В) заряжается конденсатор C_1 . При этом спустя время $\Delta t=R_3C_1$ транзисторы T_1 , и T_2 открываются и на обмотку реле поступает ток, что приводит к его включению. В результате контакты Р1 разомкнутся, а контакты Р2 и Р3 замкнутся. Это приведет к разрыву цепи зарядки конденсатора С, подключению к нему вольтметра V и включению лампочки ЛН, сигнализирующей о том, что зарядка конденсатора С за время Δt закончена. За указанное время конденсатор С зарядится до напряжения U_1 . Чтобы продолжить процесс зарядки конденсатора, необходимо вновь замкнуть контакты Р1, а для этого нужно выключить реле.

Реле выключается при нажатии на кнопку «Запуск», при этом конденсатор C_1 разряжается и подача тока на обмотку реле прекращается. Конденсатор C будет продолжать заряжаться в течение следующего интервала времени Δt , но уже от напряжения U_1 до U_2 . За время Δt конденсатор C блока управления снова зарядится и произойдет включение реле.

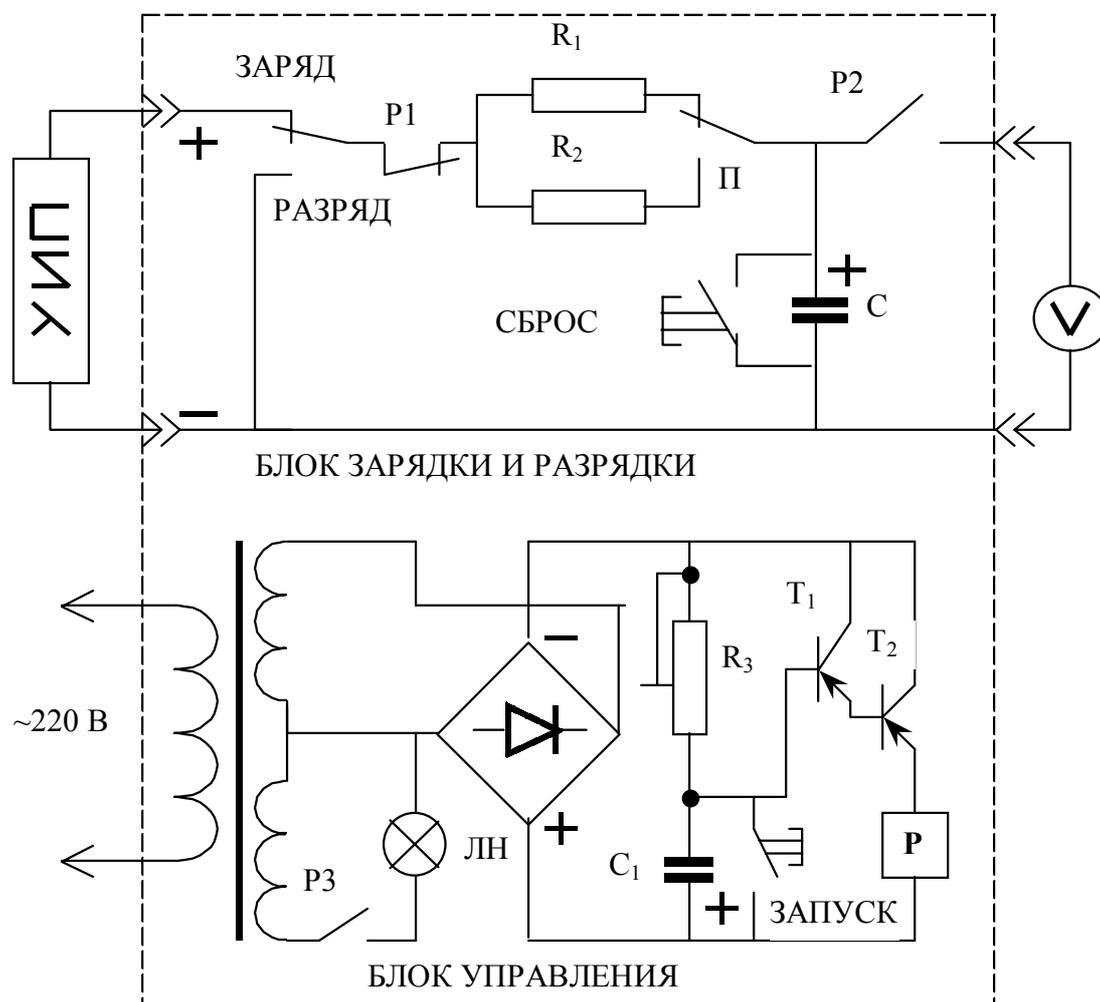


Рис.5

Вольтметр покажет напряжение U_2 . Таким образом, путем последовательного нажатия на кнопку «Запуск» можно зарядить исследуемый конденсатор.

Разрядка конденсатора. Переключатель «Заряд-разряд» установить в положение «Разряд». Разрядка конденсатора C будет происходить по цепи: верхняя пластина конденсатора - резистор R_1 - замкнутые контакты $P1$ - контакты переключателя «Заряд-разряд» - нижняя пластина конденсатора. Управление процессом разрядки осуществляется так же, как и при зарядке.

Полное время зарядки или разрядки конденсатора C определяется соотношением $t_{\text{ЗАР, РАЗ}} = m \Delta t$, где m - число нажатий на кнопку «Запуск».

Выполнение эксперимента:

1. Подготовить лабораторную установку к работе, для этого: соединить проводниками гнезда «+» и «-» блока зарядки и разрядки с выходом 1 («+-») УИП; подключить вольтметр к гнездам «Вольтметр»; тумблер переключателя «Заряд-разряд» установить в положение «Заряд», а переключателем Π установить в цепи резистор R_1 или R_2 .

2. Включить УИП и установить на выходе 1 напряжение \mathcal{E} , равное 8...10 В. Значение величины \mathcal{E} записать в табл. 1.

3. Включить установку в сеть, при этом через промежуток времени Δt (значение Δt указано на панели установки) должна загореться лампочка ЛН. Разрядить конденсатор С нажатием кнопки «Сброс» и включить вольтметр;

4. Снять зависимость $U = f(t)$ при зарядке конденсатора С. Нажать на кнопку «Запуск». В момент нажатия на кнопку лампочка ЛН гаснет и конденсатор заряжается в течение времени Δt . Спустя время Δt загорится лампочка ЛН, вольтметр покажет напряжение на конденсаторе, которое нужно записать в табл. 1. Последовательным нажатием на кнопку «Запуск» зарядить конденсатор до напряжения $0,8\mathcal{E}$.

Таблица 1

$\mathcal{E} = \dots \text{ В}, \Delta t = \dots \text{ с}, C = \dots \text{ мкФ}$								$\tau_{\text{ЗАР}} \pm \Delta \tau_{\text{ЗАР}}, \text{ с}$
Время зарядки $t, \text{ с}$								
$U, \text{ В}$								
$\mathcal{E} - U, \text{ В}$								

5. Снять зависимость $U = f(t)$ при разрядке конденсатора С в диапазоне от U_0 , достигнутого в процессе зарядки, до $0,1 U_0$. Для этого после выполнения п.4 тумблер переключателя «Заряд-разряд» перевести в положение «Разряд» и последовательным нажатием на кнопку «Запуск» разряжать конденсатор, записывая показания вольтметра в табл. 2.

Таблица 2

Время разрядки $t, \text{ с}$	0								$\tau_{\text{РАЗ}} \pm \Delta \tau_{\text{РАЗ}}, \text{ с}$
$U, \text{ В}$	$0,8 \mathcal{E}$								

6. Провести для последующей оценки случайной погрешности измерения напряжения на исследуемом конденсаторе С серию измерений значения напряжения U , соответствующего первой экспериментальной точке на кривой зарядки. Для этого: а) перевести тумблер переключателя «Заряд-разряд» в положение «Заряд»; б) разрядить конденсатор С при помощи кнопки «Сброс»; в) нажать кнопку «Запуск» и через интервал времени Δt записать значение U в табл. 3, Повторить пункты б) и в) 10 раз.

Таблица 3

i	$U_i, \text{ В}$	$U_i - \bar{U}, \text{ В}$	$(U_i - \bar{U})^2, \text{ В}^2$
1			
.			
.			
10			

Анализ и обработка результатов измерений:

1. Проанализировать возможные погрешности измерения напряжения на конденсаторе. В общем случае погрешность измерения складывается из инструментальной погрешности вольтметра и систематической и случайной погрешностей применяемого метода измерения.

Систематические погрешности. Систематическая погрешность измерения напряжения, обусловленная применяемой схемой, рассмотрена в начале экспериментальной части. К систематическим погрешностям могут привести и другие причины, например, неточная длительности интервала времени при градуировке блока управления, частичная разрядка конденсатора через внутреннее сопротивление вольтметра в каждом цикле измерения, систематическая погрешность вольтметра.

Инструментальная погрешность. Средняя квадратическая погрешность измерения напряжения вольтметрами В7-27 и В7-16 в диапазоне 10 В, согласно их паспортным данным, составляет соответственно 0,003 и 0,006 В. Эти погрешности значительно меньше случайных, в чем можно убедиться после обработки экспериментальных данных, и поэтому ими можно пренебречь.

Случайные погрешности. Разброс результатов повторных измерений величины U (табл. 3) указывает на их случайный характер. Причины, приводящие к такому разбросу, могут быть разные. Длительность времени зарядки или разрядки складывается из следующего: а) длительности замкнутого состояния контактов кнопки «Запуск»; б) времени срабатывания реле; в) постоянной времени R_3C_1 цепи электронной схемы блока управления.

Длительность замкнутого состояния контактов кнопки «Запуск» зависит от реакции экспериментатора, которая от опыта к опыту оказывается различной. Время срабатывания реле имеет разброс, например, в силу колебания напряжения питания его обмотки и т.п. Значение постоянной времени R_3C_1 цепи блока управления может иметь разброс из-за изменений сопротивления R_3 и емкости C_1 , вызванных колебанием температуры.

Таким образом, погрешность измерения напряжения на конденсаторе носит в основном случайный характер.

2. Оценить случайную погрешность единичного измерения напряжения на конденсаторе.

Используя данные табл. 3, вычислить среднюю квадратическую погрешность единичного измерения

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_i (U_i - \bar{U})^2},$$

где n - число измерений напряжения, соответствующего первой точке на кривой зарядки конденсатора.

Будем считать, что средние квадратические погрешности единичных измерений всех остальных точек кривой зарядки и разрядки не превышают найденной погрешности для первой точки, так как измерения проводятся тем же методом, с помощью того же вольтметра и тем же экспериментатором.

3. Построить графики $U=f(t)$ зарядки и разрядки конденсатора на миллиметровой бумаге в одной системе координатных осей. На обоих графиках для первой экспериментальной точки указать погрешность единичного измерения при помощи отрезка, длина которого в выбранном масштабе равна $2\sigma_U$. Графическим способом определить постоянную времени цепи зарядки $\tau_{ЗАР}$ и разрядки $\tau_{РАЗ}$. Найденные значения внести в табл. 1 и 2.

4. Проверить, являются ли полученные экспериментально зависимости $U=f(t)$ экспоненциальными, т.е. соответствуют ли они уравнениям (5) и (10). Для решения поставленной задачи - проверки соответствия наблюдаемой нелинейной зависимости теоретической - поступают так. Строят график зависимости между измеряемыми величинами в функциональном масштабе, выбранном так, что теоретическая зависимость в этом масштабе имеет вид прямой линии. Если построенный график также представляет прямую линию, то наблюдаемая функциональная зависимость соответствует теоретической.

Уравнения (5) и (10) эквивалентны уравнениям (4) и (9). Эти уравнения являются уравнениями прямых линий в системе координат, в которой по оси ординат откладывается либо

$\ln(\mathcal{E}-U)$, либо $\ln U$, а по оси абсцисс - время t . Наклон этих прямых определяется постоянной времени τ цепи зарядки и разрядки. Действительно, $\operatorname{tg} \alpha = -1/\tau$ где α - угол наклона. Указанные графики рекомендуется строить на специальной бумаге с полулогарифмической координатной сеткой, которая имеет по оси абсцисс линейный масштаб, а по оси ординат - логарифмический, причем отрезки, откладываемые по этой оси, пропорциональны натуральному логарифму измеряемой величины, но указываемые цифры соответствуют

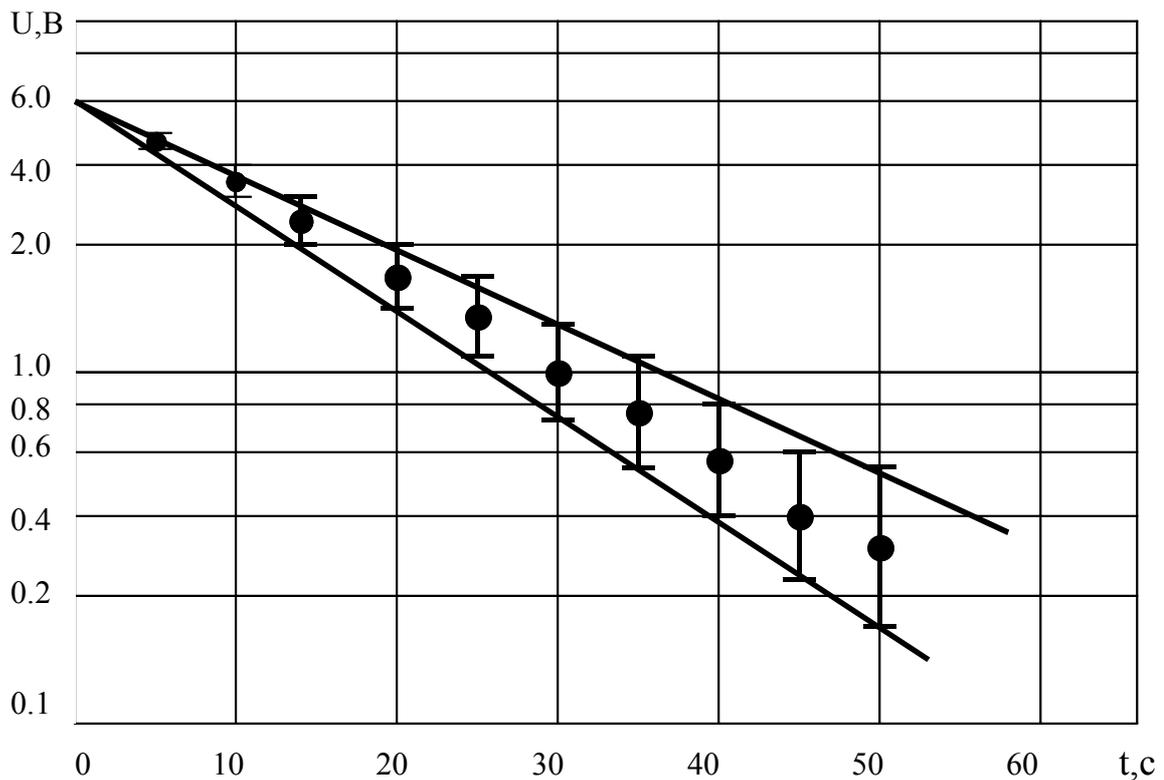


Рис.6

самой величине. На графиках, для всех экспериментальных точек, указать погрешность единичного измерения, как указано в п.3. Если полулогарифмической бумаги нет, то графики нужно построить на обычной миллиметровой бумаге, предварительно вычислив

$\ln(\mathcal{E}-U_j)$ и $\ln U_j$. На основании построенных графиков сделать заключение о соответствии экспериментальных зависимостей теоретическим и записать его в тетрадь.

5. Определить значения $\tau_{\text{ЗАР}}$ и $\tau_{\text{РАЗ}}$ по формулам

$$\tau_{\text{ЗАР}} = \frac{t_{\text{К}} - t_{\text{Н}}}{\ln(\mathcal{E} - U_{\text{Н}}) - \ln(\mathcal{E} - U_{\text{К}})}; \quad \tau_{\text{ЗАР}} = \frac{t_{\text{К}} - t_{\text{Н}}}{\ln U_{\text{Н}} - \ln U_{\text{К}}}, \quad (13)$$

где $(t_{\text{Н}}, \ln(\mathcal{E}-U_{\text{Н}}))$, $(t_{\text{К}}, \ln(\mathcal{E}-U_{\text{К}}))$ и $(t_{\text{Н}}, \ln U_{\text{Н}})$, $(t_{\text{К}}, \ln U_{\text{К}})$ – координаты первой и последней точек соответственно на графике $\ln(\mathcal{E}-U)=f(t)$ зарядки и графике $\ln U=f(t)$ разрядки конденсатора. Полученные значения сравнить с п. 3.

6. Графически оценить случайную погрешность $\Delta\tau$ измерения $\tau_{\text{ЗАР}}$ и $\tau_{\text{РАЗ}}$. Для этого провести относительно экспериментальных точек две прямые с максимально и минимально возможным наклоном к оси времени (рис. 6). По построенным прямым, используя формулы (13), найти максимальное $\tau_{\text{МАХ}}$ и минимальное $\tau_{\text{МИН}}$ значения постоянной времени цепи. Величину случайной погрешности $\Delta\tau$ измерения постоянной времени цепи определить как

$$\Delta\tau = \frac{\tau_{\text{МАХ}} - \tau_{\text{МИН}}}{2}$$

Найденная таким способом погрешность является максимально возможной. Отметим, что существуют аналитические методы проведения «наилучшей» прямой относительно экспериментальных точек и нахождения погрешности наклона (постоянной времени цепи) этой прямой. К их числу, например, относится метод наименьших квадратов.

7. Записать окончательный результат в виде

$$\tau_{\text{ЗАР}} \pm \Delta\tau_{\text{ЗАР}} ; \tau_{\text{РАЗ}} \pm \Delta\tau_{\text{РАЗ}}$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как называется величина RC? Как графически ее найти? Какова размерность RC в системе СИ?
2. Как меняется ток во времени при зарядке и разрядке конденсатора?
3. Нарисовать вид зависимости от времени напряжения на конденсаторе при его разрядке с учетом того, что за время снятия показаний с вольтметра конденсатор частично разряжается.
4. Какие виды ошибок обуславливают погрешность определения значения постоянной времени цепи?
5. Показать на принципиальной электрической схеме лабораторной установки цепи зарядки и разрядки исследуемого конденсатора.
6. Чем определяется продолжительность времени зарядки или разрядки конденсатора при однократном нажатии на кнопку «Запуск»?
7. Как графически проверить соответствие наблюдаемой функциональной связи величин теоретически ожидаемой?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика: Учебное пособие для студентов вузов, М.: Наука, 1978. 480 с.
2. Савельева А.И., Фетисов И.Н. Обработка результатов измерений при проведении физического эксперимента: Метод. указания к лабораторной работе М-1 по курсу «Общая физика». - М.: МВТУ, 1984. 23 с.