

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
И.Н. Фетисов  
**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СТЕФАНА - БОЛЬЦМАНА  
И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ПЛАНКА**

Методические указания к лабораторной работе К-II по курсу общей физики

Под редакцией О.И. Иваненко  
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана 1997

Рассмотрены законы теплового излучения, описана лабораторная установка, изложена методика изучения теплового излучения. Для студентов 2-го курса всех специальностей.

### ВВЕДЕНИЕ

В работе рассмотрены интегральные и спектральные энергетические характеристики оптического излучения, приведены основные законы теплового излучения (законы Кирхгофа, Стефана Больцмана, закон излучения Планка, закон смещения Вина). Дано описание методики изучения закона Стефана - Больцмана и метода определения постоянных Стефана - Больцмана и Планка.

Цель работы - изучение зависимости потока излучения тела ( близкого к черному ) от температуры в интервале от 300 до 900 К, определение значения постоянных Стефана - Больцмана и Планка.

### I. ЗАКОНЫ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Тепловое излучение представляет собой электромагнитное излучение ( в частности, свет), испускаемое веществом при температуре  $T > 0$  К и возникающее за счет его внутренней (тепловой) энергии.

Тепловое излучение имеет сплошной спектр, положение максимума которого зависит от температуры. С повышением температуры общая энергия излучения резко возрастает, а максимум перемещается в область малых длин волн. При  $T > 10^3$  К наблюдается видимый свет. Электромагнитное излучение характеризуют рядом энергетических величин, которые подразделяют на спектральные и интегральные; в последнем случае рассматривается полная энергия на всех длинах волн  $\lambda$ . Приведем некоторые из них. К интегральным характеристикам относятся: энергия излучения  $W$ , Дж, поток излучения  $\Phi = W/t$ , Вт; энергетическая светимость (излучательность), равная отношению потока излучения к площади поверхности источника излучения, Вт/м<sup>2</sup> :

$$M = \Phi/S$$

Важное значение имеют спектральные характеристики энергетических величин, т.е. плотности их распределения по длинам волн или частотам. Так, спектральная плотность энергетической светимости

$$M_\lambda = dM/d\lambda,$$

где  $dM$  - энергетическая светимость в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ . Интегральная  $M$  и спектральная  $M_\lambda$  величины связаны соотношением

$$M = \int_0^\infty M_\lambda d\lambda$$

Тепловое излучение тела зависит от его способности поглощать излучение. Пусть на тело падает поток монохроматического излучения  $\Phi$ , который делится на три части - поглощенную телом  $\Phi_{\text{ПОГЛ}}$ , отраженную и прошедшую сквозь тело. Спектральным коэффициентом поглоще-

ния (поглощательной способностью) называется отношение поглощенного потока излучения к падающему

$$\alpha_{\lambda} = \Phi_{\text{погл}} / \Phi .$$

Коэффициент поглощения - безразмерная величина, изменяющаяся от нуля до единицы и зависящая от длины волны, температуры, вещества и состояния поверхности тела.

В теории теплового излучения важную роль играет понятия абсолютно черного тела (АЧТ), для которого  $\alpha_{\lambda}=1$  для любых  $\lambda$ . На практике хорошей моделью АЧТ является малое отверстие в большой полости, стенки которой непрозрачны и равномерно нагреты. Близкий к единице коэффициент поглощения имеют сажа, платиновая чернь и другие вещества.

Приведем основные законы теплового излучения.

1. Закон Кирхгофа: для любого тела отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральному коэффициенту поглощения равно спектральной плотности энергетической светимости АЧТ при одинаковых  $\lambda$  и  $T$

$$M / \alpha_{\lambda} = M_{\lambda, \text{АЧТ}}$$

Согласно закону Кирхгофа, чем тело темнее в отраженном свете, тем интенсивнее оно излучает (именно излучает, а не отражает постороннее излучение).

2. Закон Стефана - Больцмана: энергетическая светимость АЧТ пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры тела

$$M_{\text{АЧТ}} = \sigma T^4 . \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$  называют постоянной Стефана - Больцмана. С учетом (1) поток излучения с площади поверхности тела  $S$  равен

$$\Phi_{\text{АЧТ}} = S M_{\text{АЧТ}} = S \sigma T^4 , \quad (2)$$

а энергия излучения за время  $t$  равна  $W = S \sigma T^4 t$ . Например, энергетическая светимость черного тела при комнатной температуре (295 К) равна  $430 \text{ Вт/м}^2$ .

3. Закон излучения Планка (основной закон теплового излучения): спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела является следующей функцией длины волны и температуры:

$$M_{\lambda, \text{АЧТ}} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k T}\right) - 1} \quad (3)$$

где  $h$  - постоянная Планка,  $c$  - скорость света,  $k$  - постоянная Больцмана. При постоянной температуре зависимость (3) описывает спектр теплового излучения АЧТ, примеры которого представлены на рис. 1 для двух температур.

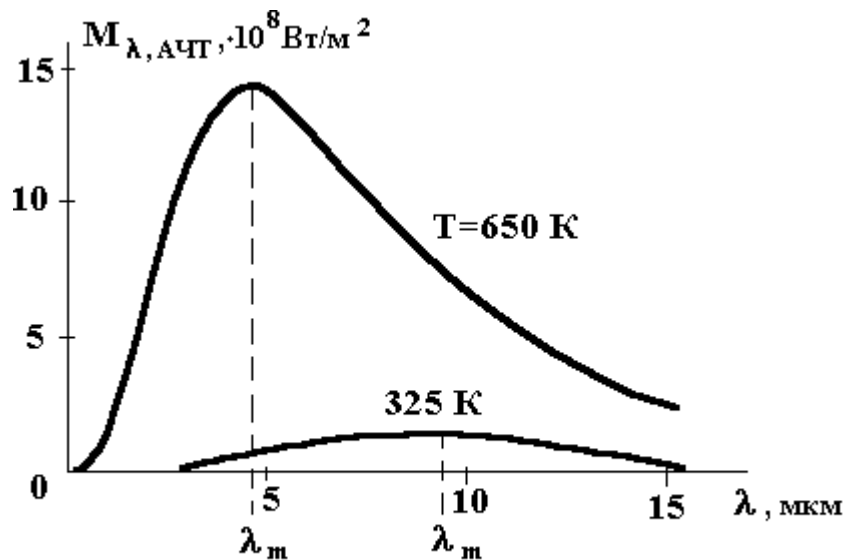


Рис. 1

Разрабатывая теорию теплового излучения, Планк выдвинул квантовую гипотезу, согласно которой атомные осцилляторы испускают электромагнитные волны не непрерывно, как следовало из теории Максвелла, а порциями, квантами, энергия которых пропорциональна частоте  $\nu$  излучения:

$$E = h\nu.$$

4. Закон смещения Вина: как видно из рис. 1, спектральная плотность энергетической светимости максимальна на некоторой длине волны  $\lambda_m$ . Вин теоретически установил, что для АЧТ эта длина волны обратно пропорциональна температуре:  $\lambda_m = b/T$ , где  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  К·м есть постоянная Вина. Например, для температуры 2900 К  $\lambda_m = 1$  мкм, а для 290 К -  $\lambda_m = 10$  мкм (обе длины волны находятся в инфракрасной области спектра).

Законы Вина и Стефана - Больцмана могут быть выведены из закона излучения Планка. Так, закон Стефана - Больцмана может быть получен интегрированием функции (3) по длине волны [1,2]:

$$M_{АЧТ} = \int_0^{\infty} M_{\lambda, АЧТ} d\lambda = \sigma T^4, \text{ где } \sigma = 2\pi^5 k^4 / (15c^2 h^3)$$

Отсюда следует формула для постоянной Планка:

$$h = \pi k \left( \frac{2\pi^2 k}{15c^2 \sigma} \right)^{1/3} \quad (4)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Численное значение  $h$  впервые получено Планком по формуле (4). Поступим так же и мы, измерив в данной работе  $\sigma$  и используя известные значения других физических констант.

Согласно закону Кирхгофа, обычные тела, для которых  $\alpha_\lambda < 1$ , излучают меньше, чем АЧТ при той же температуре. Если  $\alpha_\lambda$ , существенно зависит от  $\lambda$ , то распределение энергии излучения по спектру отличается от планковского (3), а полный поток излучения растет при нагревании по закону, отличному от  $T^4$ . Существуют тела, называемые серыми, для которых коэффициент поглощения  $\alpha_\lambda$  меньше единицы, но примерно постоянен в существенной области изменения  $\lambda$  и  $T$ . Для них приближенно выполняется закон Стефана - Больцмана с поправкой на меньшую мощность излучения

$$M_{СЕР} = \varepsilon \sigma T^4$$

Безразмерный множитель  $\epsilon < 1$ , называемый коэффициентом излучения (коэффициентом черноты), зависит от материала и состояния поверхности [ 3 ]; он равен, например, 0,04... 0,06 для полированного алюминия, 0,25 - для сильно окисленного алюминия и 0,6... 0,9 - для кирпича.

## 2. Лабораторная установка и методика опыта

В установке (рис. 2) используется специальная вакуумная лампа 1, называемая терморезистором прямого подогрева. В лампе имеется маленький (диаметром 0,2 мм и длиной 4 мм) стержень 2, изготовленный из окислов металлов, который обладает свойствами полупроводника и используется нами в качестве теплового излучателя. С помощью двух длинных тонких проволочек 3 из вольфрама стержень присоединен к проводникам 4. Пропуская электрический ток от источника напряжения (ИН) через лампу, излучатель можно нагревать до максимальной температуры  $\sim 900$  К.

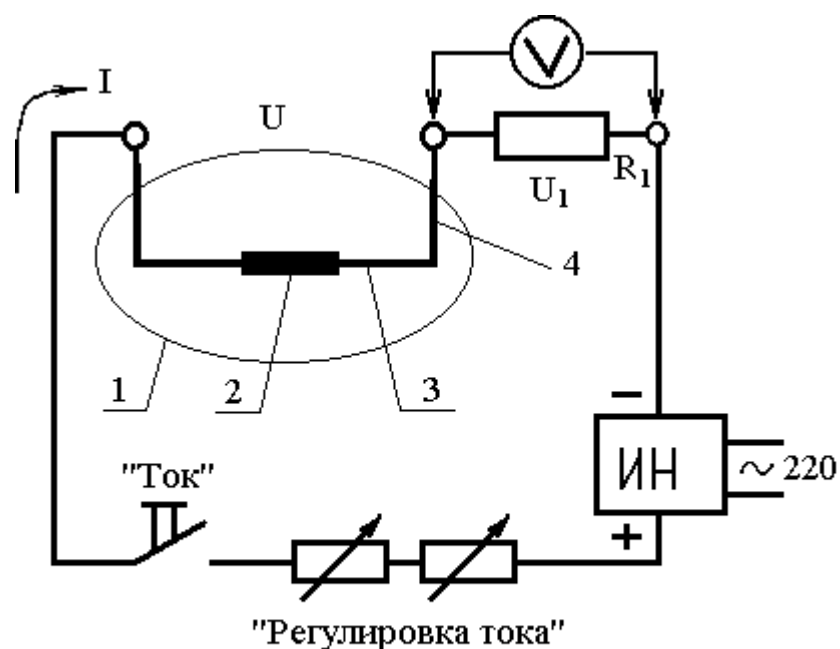


Рис. 2

Подводимая к лампе электрическая энергия превращается в теплоту практически полностью в самом стержне, так как его сопротивление велико по сравнению с сопротивлением проволочек. В стационарном режиме, когда температура постоянна, почти вся подводимая энергия уходит на излучение, так как теплопроводность проволочек и разреженного воздуха мала. Следовательно, поток излучения можно найти косвенно, приравняв его в первом приближении электрической мощности лампы  $\Phi = IU$ , где  $I$  и  $U$  - сила тока и напряжение на лампе.

Излучатель является серым телом с большим коэффициентом черноты, который приближенно будем считать равным единице, т.е. применим к излучателю закон (2). Черное тело с площадью поверхности  $S$  испускает поток излучения  $\Phi = S \sigma T^4$ , который в стационарном режиме приравняем электрической мощности

$$IU = S \sigma T^4$$

Эта формула, в которой пренебрегают теплопроводностью нитей, выполняется тем лучше, чем выше температура, так как с ростом температуры излучение растет быстрее, чем теплопроводность. Формулу (5) можно использовать для проверки на опыте закона Стефана – Больцмана и определения соответствующей постоянной,

Точность опыта повысится, если введем в (5) две поправки: в левую часть добавим излучение окружающих тел  $P_1$ , в правую теплопроводность проволочек  $P$ :

$$IU + P_1 = S \sigma T^4 + P \quad (6)$$

Согласно уравнению теплопроводности, количество тепла, проходящего по проволочкам в единицу времени, пропорционально разности температур на их концах  $P = \beta(T - T_0)$ , где  $T_0$  - температура холодного конца, равная комнатной температуре (в работе принимаем  $T_0 = 295$  К). Коэффициент пропорциональности  $\beta$ , зависящий от материала и размеров проволочек, найден из уравнения теплопроводности и приведен в паспорте установки. Запишем (6) с учетом выражения для  $P$ :

$$IU + P_1 = S \sigma T^4 + \beta(T - T_0) \quad (7)$$

Стержень не только излучает, но также поглощает излучение окружающих тел - баллона лампы и корпуса прибора, температура которых всегда близка  $T_0$ . Следующее рассуждение позволяет получить выражение для  $P_1$ . Предположим, что ток выключен, тогда температура излучателя опускается до комнатной  $T = T_0$ , при этом формула (7) дает  $P = S \sigma T_0^4$ . Подставив поправку  $P_1$  в (7), получим более точное уравнение теплового баланса излучателя

$$IU + S \sigma T_0^4 = S \sigma T^4 + \beta(T - T_0) \quad (8)$$

Рассмотрим измерение температуры излучателя. Температуру стерженька можно найти, измерив его электрическое сопротивление  $R$ , связанное с  $T$  характерной для полупроводников зависимостью

$$R = A \exp(B/T)$$

где  $A$ , Ом, и  $B$ , К (Кельвин) - постоянные для данного терморезистора коэффициенты. Логарифмируя это выражение, получим формулу для определения температуры в Кельвинах

$$T = B / \ln(R/A) \quad (9)$$

Для определения коэффициентов  $A$  и  $B$  выполнялся специальный опыт, в котором лампа помещалась в термостат, нагревалась до температуры термостата и измерялось ее сопротивление при различной температуре. В данной работе этот опыт студенты не выполняют. Значения коэффициентов приведены на установке.

Итак, подчеркнем, что в данной установке полупроводниковый стержень одновременно является и излучателем, и нагревателем, и электрическим термометром.

Вернемся к рис. 2. Лампа нагревается от источника постоянного напряжения ИН в несколько десятков вольт, включаемого в сеть переменного тока. Последовательно с лампой включены два переменных резистора для регулировки тока и постоянный резистор  $R_1$ . Измеряя напряжение  $U_1$  на нем, находим силу тока в цепи  $I = U_1/R_1$ . Цифровой вольтметр  $V$  служит для измерения напряжений  $U$  и  $U_1$  на лампе и на резисторе. Для этого вольтметр подключают тумблером к соответствующему участку цепи. Кнопка "Ток", при нажатии замыкающая цепь, предназначена для того, чтобы лампа не была включена слишком долго без надобности.

Непосредственные измерения состоят в нахождении вольтамперной характеристики лампы, т. е. зависимости напряжения на лампе от силы тока (как будет видно из опыта, эта зависимость слабая; подумайте, в чем состоит причина). Для этого при различном сопротивлении переменных резисторов измеряется пара напряжений  $U$  и  $U_1$ . Из них получают все необходимые данные: силу тока  $I$ , электрическую мощность лампы  $IU = U U_1/R_1$ , ее сопротивление  $R = R_1 U/U_1$  изменяющееся с нагревом, и температуру излучателя по формуле (9) или по графику, приложенному к установке.

Дальнейшая обработка и анализ результатов проводятся по одному из трех вариантов. В каждом из них необходимо изучить зависимость потока излучения от температуры, определить постоянную  $\sigma$ , а также постоянную Планка по формуле (4), используя полученное значение  $\sigma$ . Студент выполняет вариант в соответствии с указанием в графике лабораторных работ.

Параметры установки, которые студент сам не измеряет, приведены в паспорте установки.

Вариант I. Анализ результатов основан на приближенном уравнении теплового баланса (5). По результатам измерений двух напряжений  $U$  и  $U_1$  необходимо вычислить все остальные величины, приведенные в табл. I.

Таблица I

$U_1,$ В	$U,$ В	$R=R_1 U/U_1,$ Ом	$T,$ К	$T^4,$ К	$IU = U U_1/R_1$ Вт

Построить графическую зависимость  $IU$  от  $T^4$ . Через точки на графике провести наилучшую "на глаз" прямую, проходящую также через начало координат. Сделать вывод о согласии опыта с (5). По формуле (5) вычислить  $\sigma$ , взяв отношение  $IU/T^4$  для какой-либо точки, лежащей на проведенной прямой.

Вариант 2. В отличие от предыдущего варианта, здесь используется более точное уравнение теплового баланса (8), которое запишем в виде:

$$IU - \beta(T - T_0) = S\sigma(T^4 - T_0^4) \quad (10)$$

По результатам измерений  $U_1$  и  $U$  вычислить величины, приведенные в табл. 2. Построить графическую зависимость  $IU\beta(TT_0)$  от  $T^4T_0^4$ . Через точки на графике провести наилучшую прямую, проходящую через начало координат. Сделать качественный вывод о степени согласия опыта с (10). По формуле (10) вычислить  $\sigma$ , подставив значения  $IU$  и  $T^4T_0^4$  для некоторой точки на проведенной прямой.

Таблица 2

$U_1,$ В	$U,$ В	$R,$ Ом	$T,$ К	$T^4T_0^4,$ К <sup>4</sup>	$IU,$ Вт	$\beta(TT_0),$ Вт	$IU\beta(TT_0),$ Вт
-------------	-----------	------------	-----------	-------------------------------	-------------	----------------------	------------------------

Вариант 3. В предыдущих вариантах мы исходили из предположения, что энергетическая светимость пропорциональна  $T^4$  и проверяли его на опыте. Поскольку это справедливо только для черных и серых тел, здесь мы сделаем более общее предположение, что энергетическая светимость излучателя растет как степенная функция температуры  $M = \sigma T^n$ , причем показатель степени  $n$  определим из опыта. Для анализа результатов опыта используем модифицированное уравнение (10), в котором опустим небольшую поправку на излучение окружающих тел:

$$IU - \beta(T - T_0) = S \sigma T^n \quad (11)$$

Поток излучения, записанный в левой части (11), обозначим буквой  $\Phi$ ; тогда

$$\Phi = S \sigma T^n$$

Прологарифмируем это выражение:

$$\lg \Phi = \lg(S\sigma) + n \lg T \quad (12)$$

Опыт состоит в том, чтобы по результатам измерений  $U_1$  и  $U$  вычислить величины, указанные в табл. 3, и построить графическую зависимость  $\lg \Phi$  от  $\lg T$  (рис. 3).

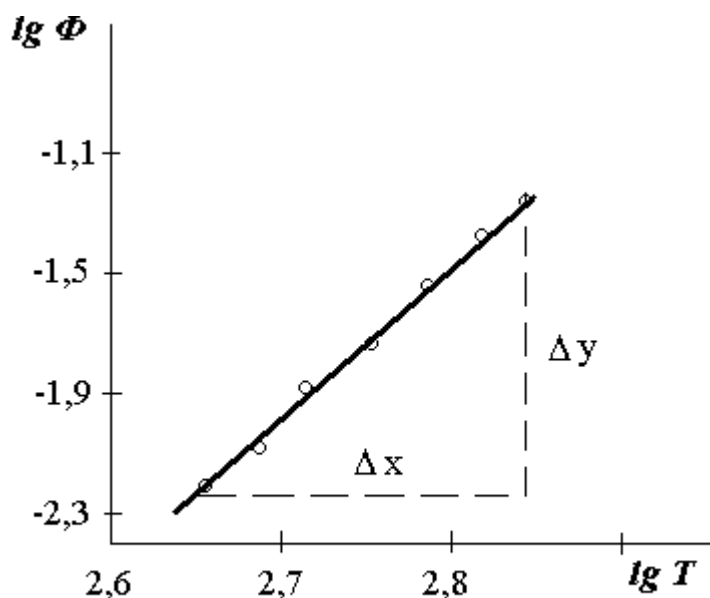


Рис. 3

Если окажется, что экспериментальные точки на графике мало отклоняются от прямой линии, то предполагаемая степенная зависимость мощности излучения от температуры находит подтверждение. Из наклона прямой на построенном графике найти показатель степени, как отношение катетов треугольника (см. рис. 3)  $n = \Delta y / \Delta x$ , где  $\Delta y$  и  $\Delta x$  взять в единицах соответствующих координатных осей. Затем вычислить  $\sigma$  по формуле (12), подставив в нее значения для какой-либо точки проведенной прямой на графике.

Таблица 3

U, В	U, В	R, Ом	T, К	lgT	IU, Вт	$\Phi = IU - \beta(T - T_0), \text{Вт}$	lgΦ
------	------	-------	------	-----	--------	---	-----

### 3. Порядок выполнения эксперимента

1. Записать паспортные данные установки, приведенные на лабораторном макете.
2. Цифровой вольтметр установить в режим измерения постоянного напряжения до 20 В с тремя значащими цифрами (например, 5,76 В).
3. Включить тумблеры "Сеть" установки и вольтметра.
4. Рассмотреть устройство лампы через лупу, встроенную в корпус установки.
5. При максимальном токе можно заметить слабое красное свечение излучателя. Для этого нужно нажать кнопку "Ток", повернуть оба регулятора по часовой стрелке до конца, приблизить глаз вплотную к лупе и, защитив его от постороннего света, подождать, пока он привыкнет к темноте.
6. При выполнении измерений кнопку "Ток" можно на время отпустить. После нажатия кнопки или изменения тока необходимо подождать примерно 20 с, чтобы установилось тепловое равновесие; тогда напряжение на лампе  $U$  перестанет изменяться.
7. Выполнить основной опыт - снять зависимость напряжения на лампе  $U$  от силы тока, т.е. от  $U_1$ . Для этого нажать кнопку "Ток", установить переключатель в положение " $U_1$ " и, пользуясь ручками "Регулировка тока" (грубо и точно), установить по вольтметру необходимое значение  $U_1$  и записать результат измерения в таблицу. Затем, не меняя регулировку тока, установить "Переключатель вольтметра" в положение " $U$ " и результат измерения  $U$  записать в таблицу. Прodelать описанные измерения, изменяя  $U_1$  в пределах и с шагом, указанным в паспорте установки.
8. По окончании измерений выключить кнопки "Сеть" установки и вольтметра.
9. Обработать полученные данные, как было рекомендовано выше.

10. Проанализировать погрешности измерений. Поскольку излучатель не является абсолютно черным телом, результат измерения  $\sigma$  может быть занижен примерно на 15% (систематическая погрешность). Большой вклад в случайную погрешность дает погрешность  $\Delta S$  измерения площади излучателя. Пренебрегая другими погрешностями измерений, получим формулы для вычисления погрешностей постоянных Стефана - Больцмана и Планка

$$\sigma = \sigma \Delta S / S, \quad \Delta h / h = \Delta \sigma / (3\sigma)$$

Вычислить по данным формулам погрешности (значение  $\Delta S$  дано в паспорте установки). Результаты измерений представить в виде  $\sigma \pm \Delta \sigma$  и  $h \pm \Delta h$  с указанием единиц измерения.

11. Полученные значения сравнить с табличными:  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ ;  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ . Сделать вывод о том, согласуются ли результаты опыта с учетом погрешностей с табличными значениями.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое тепловое излучение и каким законам оно подчиняется?
2. В чем состоит методика изучения закона Стефана - Больцмана в данной работе?
3. Какой физический смысл имеет уравнение (8)?

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. В 3-х т. М. : Высшая школа, 1979. Т.3.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. М. : Наука, 1979. Т.3.
3. Криксунов Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. М.: Сов. радио, 1978.