

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

И.Н. Фетисов

ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

Методические указания к лабораторной работе О-27 по курсу общей физики.
Москва, 2001 г.

ВВЕДЕНИЕ

Свет можно разложить в спектр путем пространственного разделения на монохроматические составляющие, различающиеся длинами волн. В стеклянной призме такое разделение является результатом зависимости угла отклонения луча, прошедшего через призму, от показателя преломления материала призмы, различного для разных длин волн (дисперсия). Действие других спектральных приборов основано на интерференции или дифракции света. На явлении дифракции основано действие замечательного оптического прибора - дифракционной решетки [1-4].

Цель работы - изучение дифракционной решетки, наблюдение различных спектров и измерение длин волн.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Элементарная теория дифракционной решетки.

Дифракционная решетка (ДР) - оптический прибор, представляющий собой периодическую структуру из большого числа элементов, на которых происходит дифракция света. Прозрачная решетка состоит из очень узких щелей, разделенных непрозрачными промежутками (рис. 1). Число щелей доходит до тысячи на 1 мм, а общее число щелей превышает 100000. Если ширина прозрачных щелей b , а ширина непрозрачных промежутков a , то величина $d=a+b$ называется периодом решетки (d порядка 10^{-6} м). Помимо прозрачных решеток, для которых наблюдение ведется в проходящем свете, существуют отражательные решетки. Они представляют собой чередующиеся участки, отражающие свет и рассеивающие его. Рассеивающие свет штрихи наносятся резцом на отшлифованной металлической пластине.

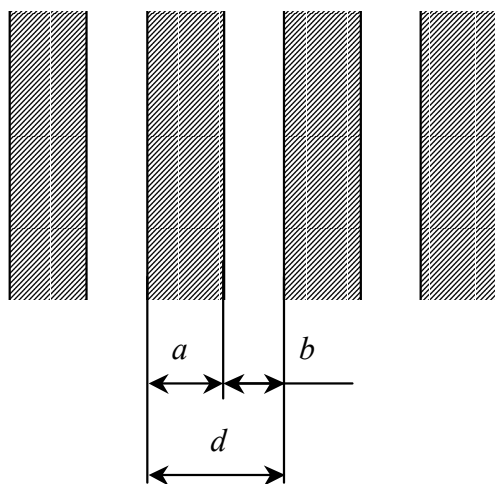


Рис. 1

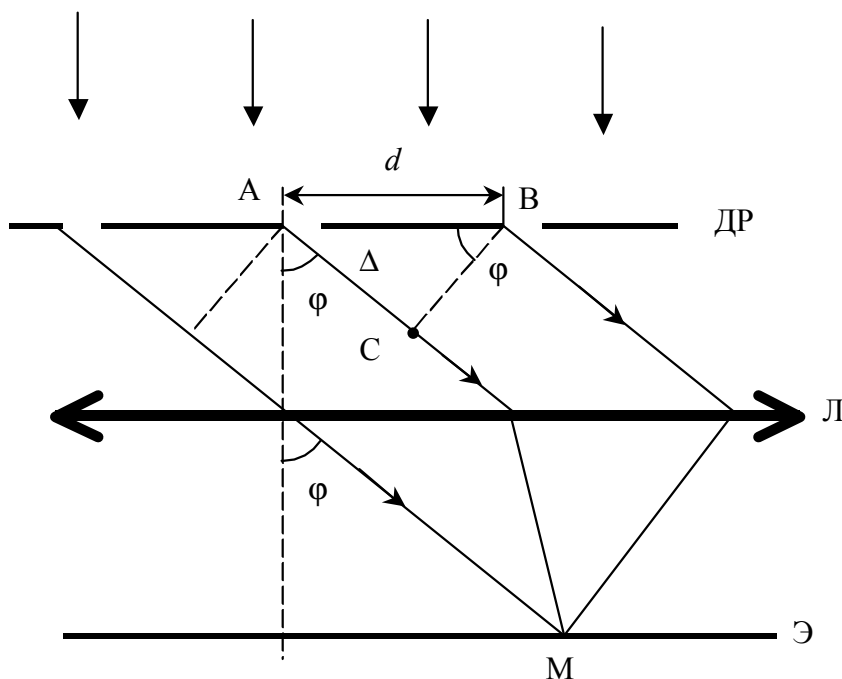


Рис. 2

Пусть на прозрачную решетку падает по нормали плоская монохроматическая волна длиной λ (рис. 2). Дифракцию света на решетке приближенно можно рассматривать как дифракцию на каждой щели и интерференцию света, испущенного всеми щелями. В результате дифракции на очень узкой щели (ширины порядка λ) свет испускается в широком конусе. Вторичные волны, исходящие от разных щелей, когерентны и интерферируют. (Интерференция - сложение в пространстве волн, при котором в разных его точках получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны. Интерференция волн возможна, если они когерентны. Две волны называются когерентными, если разность их фаз (в данной точке пространства) остается постоянной во времени.)

В результате интерференции волн, испущенных щелями решетки, происходит резкое перераспределение интенсивности света в различных направлениях. В некоторых узких направлениях волны от всех щелей усиливают друг друга, образуя главные максимумы дифракционной картины, а во всех остальных направлениях свет практически отсутствует.

Поставим за решеткой собирающую линзу Л, в фокальной плоскости которой находится экран Э (рис. 2). Свет, испущенный щелями под одинаковым углом φ , который отсчитывают от нормали к решетке, соберется на экране в точке М, где происходит сложение волн. Найдем углы φ , в направлении которых образуются главные максимумы. Рассмотрим лучи АМ и ВМ, испускаемые соответствующими узкими участками (например, левым краем) двух соседних щелей. Расстояние между этими участками равно периоду решетки. Прямая ВС, перпендикулярная обоим лучам, является фронтом вторичной волны под углом φ , все точки которого колеблются в одинаковой фазе. От этого фронта до точки М волны затрачивают одинаковое время (это объясняется свойством собирающей линзы, называемым таутохронностью линзы [1]). Следовательно, от фронта ВС до т. М разность хода равна нулю. Примем во внимание, что при нормальном падении света на решетку вторичные волны испускаются всеми щелями в одинаковой фазе. Следовательно, разность хода Δ лучей АМ и ВМ равна отрезку АС, т. е. $\Delta = d \cdot \sin \varphi$. Если $\Delta = m\lambda$, где m - целое число, то в точке М волны усилят друг друга. Но в этом случае будет происходить усиление волн и от других пар соответствующих участков, а также вообще от всех щелей. Следовательно, главные максимумы будут наблюдаться под углами φ , удовлетворяющими условию

$$d \cdot \sin \varphi = m\lambda \quad (1)$$

Целое число $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ называется порядком спектра.

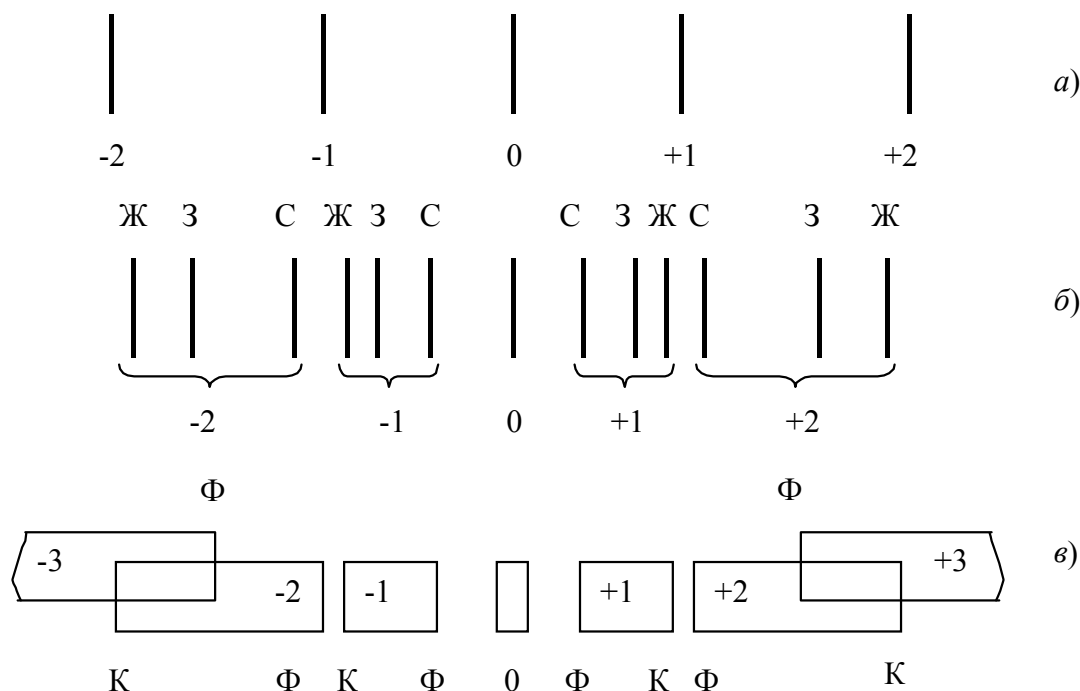


Рис. 3

Если источник света монохроматический с длиной волны λ , и имеет форму узкой прямой линии, параллельной щелям решетки, то под углами φ , удовлетворяющими (1), на экране будут наблюдаться узкие одноцветные линии, показанные на рис. 3, а. Линия под углом $\varphi=0$ называется спектральной линией нулевого порядка ($m=0$). По обе стороны от нее симметрично спектральные линии первого порядка ($m=1$ и $m=-1$), второго порядка ($m=2$ и $m=-2$) и т. д.

Максимальное наблюдаемое число линий (порядков) ограничивается по нескольким причинам. С ростом угла φ уменьшается интенсивность света, испускаемого отдельной щелью, а под некоторыми углами она равна нулю. Поэтому с ростом m спектральные линии становятся менее яркими и перестают наблюдаться. Для очень узких щелей (близких к λ), которые испускают свет под углами φ , приближающимися к $\pi/2$, максимальный порядок спектра, как видно из (1), может достигнуть максимального значения, примерно равного d/λ .

Пусть на решетку падает свет, состоящий не из одной, а из нескольких монохроматических составляющих. Например, у ртутной газоразрядной лампы имеются три яркие составляющие - синяя, зеленая и желтая (их длины волн возрастают в таком же порядке). Как видно из формулы (1), положение главных максимумов зависит от длины волны λ . Поэтому спектр в каждом порядке, кроме нулевого, будет состоять из трех разноцветных линий (рис. 3, б). В максимуме нулевого порядка присутствуют все три спектральные составляющие, поэтому его цвет совпадает с цветом источника света.

Спектр, состоящий из отдельных линий, каждой из которых соответствует монохроматическое излучение определенной длины волны, называется линейчатым. Линейчатые спектры дают все вещества в газообразном атомарном (но не молекулярном) состоянии. В этом случае свет излучают атомы, которые практически не взаимодействуют друг с другом. Это самый фундаментальный тип спектров.

Спектр лампы накаливания или солнца является непрерывным. Это означает, что в спектре представлены все длины волн. В спектре нет разрывов, и на экране можно видеть сплошные разноцветные полосы (рис. 3, в). Спектры 1-го и 2-го порядков не перекрываются, поскольку отношение граничных длин волн 760 и 400 нм менее двух (глаз чувствителен к

свету с длинами волн примерно от 400 до 760 нм). Частичное перекрытие начинается со спектров 2-го и 3-го порядков. Непрерывный (или сплошной) спектр дают нагретые до высокой температуры тела, находящиеся в твердом или жидком состоянии, а также плотные газы.

Наклонное падение лучей на решетку. Если плоская волна падает на решетку наклонно под углом θ (рис. 4, а), то для нахождения главных максимумов можно поступать так же, как и выше.

Полная разность хода для двух соответственных волн равна $AD-BC = d \cdot \sin\theta - d \cdot \sin\varphi$. Условие образования главных максимумов имеет вид

$$d(\sin\theta - \sin\varphi) = m\lambda, \quad (2)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Отметим, что максимум нулевого порядка будет наблюдаться под углом φ , равным θ , т. е. в направлении на источник света (рис. 4, б).

Понятие о полной дифракционной картине. Расчет показывает, что между каждой парой главных максимумов имеется $N-2$ побочных максимумов, где N - число щелей на решетке. На (рис. 5) показано угловое распределение интенсивности света для случая $N = 8$. Пунк-

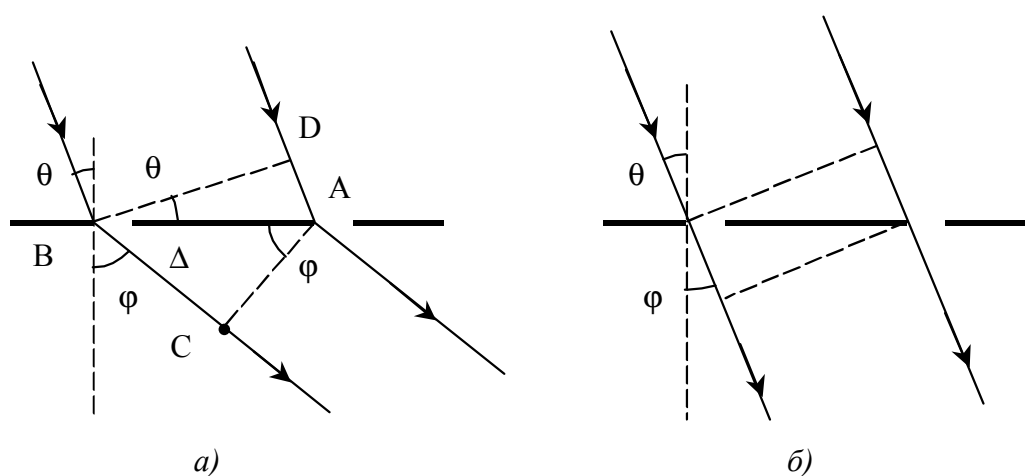


Рис. 4

тирная кривая передает изменение интенсивности, обусловленное дифракцией на отдельной

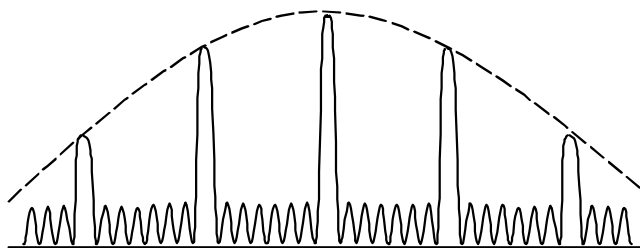


Рис. 5

щели. Побочные максимумы, интенсивность которых незначительная по сравнению с главными максимумами, можно наблюдать при небольшом числе щелей (задание 5).

2. Дисперсия и разрешающая сила дифракционной решетки.

Основными характеристиками спектрального прибора являются его дисперсия и разрешающая сила.

Дисперсия определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу. Угловой дисперсией называется величина

$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$, где $\delta\varphi$ - угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися

ся по длине волны на $\delta\lambda$. Чтобы найти D , продифференцируем условие (1) главного максимума слева по φ , а справа по λ . Опуская знак минус, получим

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\varphi} \quad (3)$$

Для небольших углов $\cos\varphi \approx 1$, поэтому можно положить $D \approx m/d$. Из полученного выражения следует, что угловая дисперсия растет с уменьшением периода d и увеличением порядка спектра m .

Линейной дисперсией называют величину

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta\lambda}, \quad (4)$$

где δl - линейное расстояние на экране между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$. Линейная дисперсия тем больше, чем больше угловая дисперсия и фокусное расстояние линзы, собирающей свет на экране.

Разрешающей силой спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (5)$$

где $\delta\lambda$ - минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно; λ - среднее значение длин волн этих линий.

Возможность разрешения (т. е. раздельного восприятия) близких спектральных линий зависит не только от расстояния между ними, которое определяется дисперсией прибора, но также и от ширины спектрального максимума, которая уменьшается при увеличении числа щелей N . Теоретически получено выражение для разрешающей силы

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = m \cdot N \quad (6)$$

Таким образом, разрешающая сила решетки пропорциональна порядку спектра m и числу щелей N . (Примечание: падающая на решетку, волна должна быть когерентна в пределах N щелей. Для этого, чем больше N , тем уже должен быть источник света.)

3. Многомерные решетки.

Поставим две дифракционные решетки одну за другой так, чтобы их штрихи были взаимно перпендикулярны. Осветим решетку монохроматическим светом от точечного источника. Первая решетка, штрихи которой вертикальны, даст в горизонтальном направлении ряд максимумов, положения которых определяются условием (1),

$$d_1 \sin\varphi = m_1 \lambda \quad (7)$$

Вторая решетка, с горизонтальными штрихами, разобьет каждый из образовавшихся таким образом пучков на расположенные по вертикали максимумы, положения которых определяется условием,

$$d_2 \sin\varphi = m_2 \lambda \quad (8)$$

В итоге дифракционная картина будет иметь вид правильно расположенных пятен, каждому

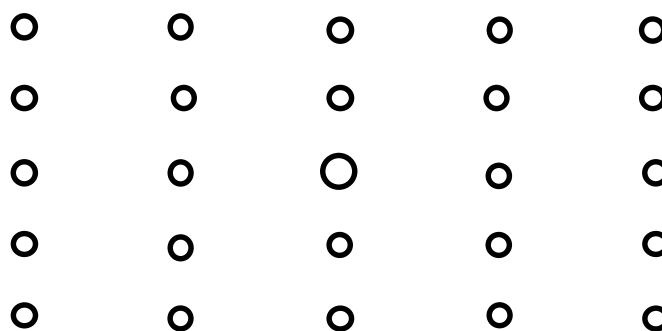


Рис. 6

из которых соответствуют два целочисленных индекса m_1 и m_2 (рис. 6).

Такая же дифракционная картина получится, если вместо двух отдельных решеток взять, например, очень мелкую сетку. Сетка представляет собой двумерную периодическую структуру. Измерив углы φ_1 и φ_2 , определяющие положение максимумов, и зная длину волны λ , можно найти по формулам (7) и (8) периоды структуры d_1 и d_2 .

Дифракция наблюдается также на трехмерных периодических структурах, которыми являются кристаллы. Период таких структур (расстояния между атомами в кристаллической решетке) порядка 10^{-10} м. Как видно из формул (7), (8), главные максимумы (кроме нулевого) будут наблюдаться для волн с длиной $\lambda < d$. В случае кристаллов это условие выполняется только для рентгеновских лучей (электромагнитного излучения, длина волны которого примерно в 10^4 раз меньше, чем у света). Изучая дифракцию рентгеновских волн на кристаллах, определяют положения атомов в кристаллической решетке и расстояния между ними.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

1. Методика измерений.

На рис. 7 показана схема установки, на которой изучают дифракционную решетку, наблюдают спектры и измеряют длины волн. Узкую вертикальную щель G в непрозрачном

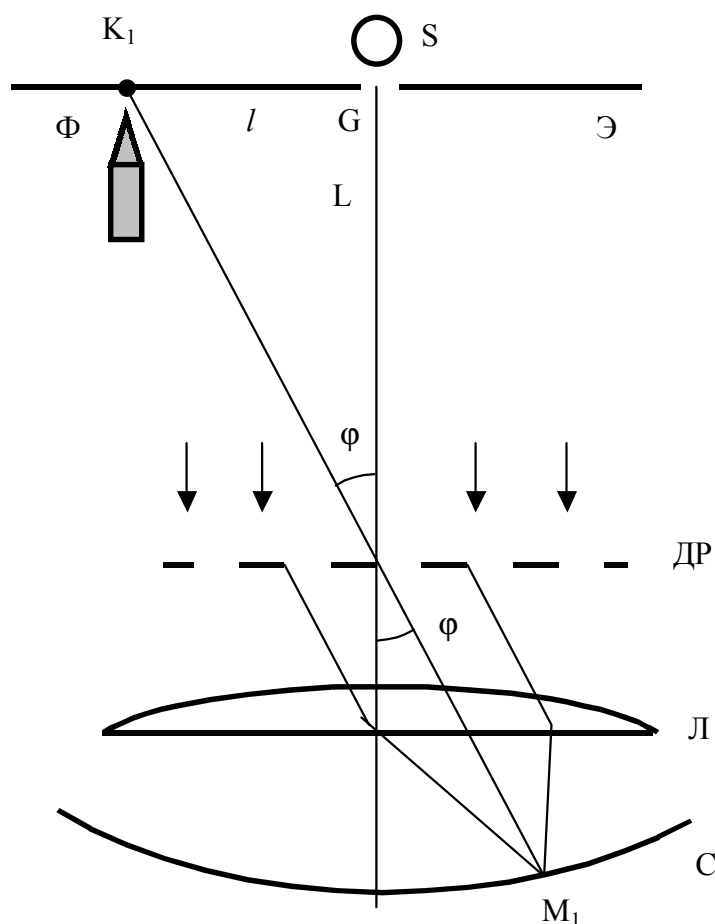


Рис. 7

экране Э освещают лампами S . На расстоянии $L=0,4-0,5$ м от щели устанавливают дифракционную решетку ДР с вертикальными штрихами. Так как размеры решетки малы по сравнению с L , свет падает на нее практически параллельным пучком. Роль собирающей линзы L , расположенной вблизи решетки, играет хрусталик глаза, создавая на сетчатке C изображение спектра.

Рассматривая источник света через решетку, мы видим его спектр на темном фоне экрана, протяженный по горизонтали. Наиболее простой спектр у светодиодов, излучение которых близко к монохроматическому. Например, для красного светодиода дифракционная картина состоит из нескольких красных точек, каждая из которых есть главный максимум. В направлении на светодиод мы видим максимум нулевого порядка, а по обе стороны от него - максимумы 1-го порядка (для решетки с периодом 20 мкм наблюдаются максимумы более высоких порядков).

Пусть на рис. 7 показан случай, когда на сетчатке в точке M_1 образуется один из главных максимумов, например 1-го порядка. Для глаза этот свет как будто выходит из точки K_1 на экране, которая лежит на продолжении луча OM_1 под углом φ к направлению падающего на решетку света. Если определить $\sin \varphi$, то при известном периоде решетки из формулы (1) можно найти длину волны. Из треугольника OK_1 получаем

$$\sin \varphi = \frac{l}{\sqrt{l^2 + L^2}} \quad (9)$$

где L - расстояние от экрана до дифракционной решетки, l - расстояние в плоскости экрана от максимума нулевого порядка (щели) до максимума 1-го порядка (или 2-го порядка и т. д.).

Для измерения l и длины волны спектр надо зарисовать (желательно, цветными фломастерами) на полоске бумаги, закрепленной на экране. Глядя через решетку, мы видим не только спектр лампы, но и фломастер Φ , поднесенный к экрану. Отметим на бумаге фломастером положение спектральных линий. Тем самым наблюдаемый на экране спектр перенесен на бумагу. Линейкой измеряют расстояние l от максимума нулевого порядка до максимума 1-го, 2-го и т. д. порядков. Затем по формуле (9) находят $\sin \varphi$ и по формуле (1) - длину волны.

(Замечание к переносу спектра на бумагу. Белый свет, рассеянный фломастером, падает на решетку и также разлагается в спектр. Видимое изображение фломастера - это нулевой максимум спектра, оно не окрашено и практически такое же, как без решетки. Максимум нулевого порядка создается в направлении на источник света (сам фломастер) при любом падении света на решетку (см. рис. 4, б и разъяснение к нему)).

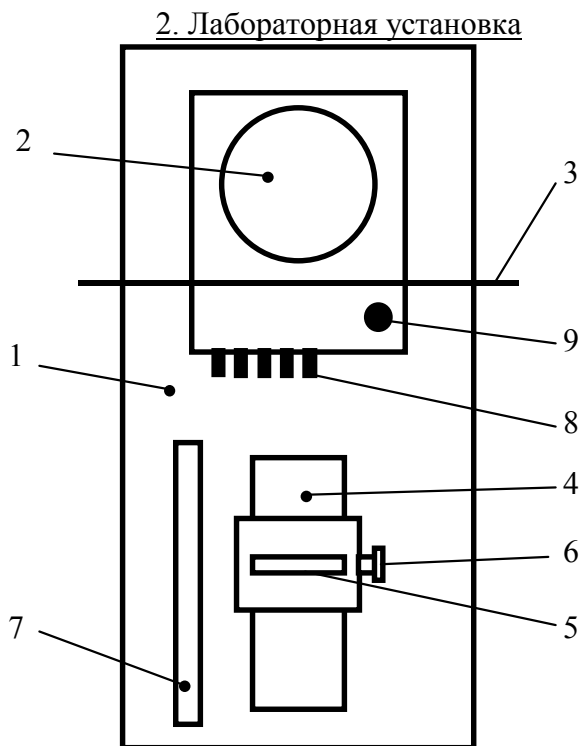


Рис. 8

Установка показана в плане на рис. 8. На основании 1 установлены блок 2 с источниками света и устройством питания, экран 3 и оптическая скамья 4. Две дифракционные решетки с различным периодом (3,97 мкм и 20 мкм), закреплены на специальной подставке (рейтере) 5, которую можно перемещать по скамье и зафиксировать на ней винтом 6. Расстояние L от решеток до экрана измеряют линейкой 7. На блоке 2 имеются выключатели 8 (общий сетевой и для каждой лампы), а также клемма заземления 9. К установке прилагаются (детали пронумерованы): вторая решетка с периодом 20 мкм (номер 2); отражательная решетка - лазерный диск (номер 3); переменная щель (номер 4; используется также в работе 0-26); двумерная дифракционная решетка (номер 5).

ВНИМАНИЕ! Бережно обращаться с приборами, принадлежности держать в коробке.

3. Выполнение работы, обработка и анализ результатов измерений.

В работе используются различные источники света: зеленый и красный светодиоды (полупроводниковые приборы), газоразрядная ртутная лампа с линейчатым спектром и лампа накаливания с непрерывным спектром. Имеются две дифракционные решетки с периодами 3,97 мкм и 20 мкм. Основной является решетка с малым периодом, обладающая достаточно большой дисперсией.

Задание 1. Измерить длины волн светодиодов.

Светодиоды испускают излучение в небольшом интервале длин волн. Поэтому они дают простой спектр и удобны для первого ознакомления с дифракционной решеткой.

1. Изучить раздел «Методика измерений».
2. По технике безопасности клемма 9 (рис. 8) должна быть соединена с лабораторной шиной заземления.
3. На оптическую скамью 4 установить рейтер с дифракционными решетками (номер 1) и закрепить его винтом 6 (рис. 8).
4. Включить общий сетевой тумблер и красный светодиод (другие лампы не включать).
5. Рассмотреть спектр через решетку с периодом 3,97 мкм (глаз должен находиться близко к решетке). Видны максимумы нулевого (в направлении на светодиод) и первого порядков. (Через решетку с большим периодом видны максимумы более высоких порядков.)
6. Зарисовать спектр для решетки с малым периодом (см. раздел «Методика измерений»). Отрезать полоску бумаги длиной несколько больше ширины экрана и закрепить ее на экране зажимами. Красным фломастером отметить на бумаге положения максимумов нулевого и первого порядков.
7. Включить зеленый светодиод и зарисовать его спектр (рядом со спектром красного светодиода).
8. Измерить расстояние L от решетки до экрана, произведя отсчет по линейке 7 напротив риски на рейтере (см. рис. 8). Результат измерения L , а также период d решетки записать в табл. 1.

Таблица 1

$$d = \dots, L = \dots$$

Цвет	m	l	$\sin\varphi$	λ
Красный	1			
Зеленый	1			

8. Снять бумагу. Измерить расстояние l от максимума нулевого до первого порядка, вычислить по формуле (9) $\sin\varphi$ и по формуле (1) - λ . Результаты записать в таблицу 1.

Задание 2. Изучить спектр ртутной лампы.

1. Выключить светодиоды, включить ртутную лампу. Лампа разгорается в течение нескольких минут.

2. Изучить спектр, используя решетку с малым периодом. Можно наблюдать спектры первого и второго порядков, в каждом - три самые яркие линии: синяя, зеленая и желтая. (Примечание: в затемненном помещении можно увидеть и некоторые слабые линии.) На отдельную полоску бумаги зарисовать спектр (первого и второго порядков, а также максимум нулевого порядка).

3. Определить длины волн трех ярких линий, используя спектры обоих порядков. Результаты представить в таблицу 2.

Таблица 2

$d = \dots, L = \dots$						
Линия	m	l	$\sin\varphi$	λ	$\langle\lambda\rangle$	ε
Синяя	1					
	2					
Зеленая	1					
	2					
Желтая	1					
	2					

Примечание к таблице 2: $\langle\lambda\rangle$ - среднее значение для каждой линии, полученное из спектров первого и второго порядков; ε - относительная погрешность измерения, вычисляемая по формуле $\varepsilon = \frac{\langle\lambda\rangle - \lambda_i}{\lambda_i}$. Здесь λ_i - табличные значения, равные (в нм): 435,8 - для синей, 546 - для зеленой и 578 - для желтой линий.

Задание 3. Изучить спектр лампы накаливания.

1. Выключить ртутную лампу и включить лампу накаливания.
2. Пользуясь решеткой с малым периодом, рассмотреть спектр лампы. Обратит внимание на белый максимум нулевого порядка.
3. Закрепить на экране новую полоску бумаги. Зарисовать цветными фломастерами весь наблюдаемый спектр, при этом точно отметить положения красной и фиолетовой границ спектра, а также нулевого максимума.
4. Используя зарисованный спектр, найти длины волн границ спектра (они определяются не столько свойствами лампы, сколько чувствительностью глаза). Результаты представить в таблице по образцу таблицы 1.

Задание 4. Измерить линейную дисперсию.

Цель данного задания - сравнить дисперсии решеток с различным периодом (3,97 и 20 мкм), а также для каждой решетки - дисперсии в спектрах первого и второго порядков.

Для нахождения линейной дисперсии (см. формулу (4)) зарисовать на одной полоске бумаги спектры первого и второго порядков ртутной лампы, используя две разные решетки. Затем в спектрах 1-го и 2-го порядков для каждой решетки измерить расстояние Δl на бумаге между синей и желтой линиями и вычислить среднюю дисперсию по формуле

$$D_{\text{лин}} = \frac{\Delta l}{\Delta\lambda},$$

где $\Delta\lambda = 142$ нм - разность длин волн желтой и синей линий.

Результаты представить в таблице 3. Сравнить (качественно) полученные результаты с теоретическими.

Таблица 3

d, мкм	m	Δl , мм	$D_{\text{лин}}$, мм/нм
3,97	1		
3,97	2		
20	1		
20	2		

Задание 5. Наблюдение дифракции при различном числе щелей.

Разрешающая способность решетки пропорциональна числу щелей N (см. формулу 6). Чем больше N , тем более узкие спектральные линии. Как отмечалось выше, между главными максимумами имеются слабые побочные максимумы ($N-2$ побочных между каждой парой главных максимумов). При большом N они сливаются, образуя слабую засветку, которая в работе не наблюдается.

В лабораторной работе можно наблюдать следующие явления при уменьшении N . Спектральные линии расширяются, при этом линии разного цвета (различной длины волны) сливаются. При малом N становится возможным наблюдение побочных максимумов, число которых уменьшается при уменьшении N . Для этого проделать следующий опыт.

1. Включить ртутную лампу.
2. Снять с оптической скамьи рейтер с двумя решетками и установить рейтер с переменной щелью (номер 4, используется также в работе О-26). При этом щель должна быть обращена в сторону наблюдателя.
3. Вставить дифракционную решетку с периодом 20 мкм (номер 2) в направляющие с задней стороны щели.
4. Ширину щели можно изменять винтом. Установить ширину в несколько мм, при которой «работает» несколько сотен щелей дифракционной решетки. При этом можно наблюдать отдельные спектральные линии.
5. Наблюдать изменения дифракционной картины при уменьшении ширины щели (очень плавно изменять ширину, когда она мала). Прodelать опыт несколько раз. Результаты наблюдений записать в отчет.
6. Вынуть решетку. Снять со скамьи рейтер.

Задание 6. Наблюдение дифракции на двумерной решетке.

1. Включить красный светодиод (другие лампы выключены).
2. Решетку (номер 5) держите рукой перед глазом и наблюдайте дифракцию. Сделать вывод, одинаковые ли периоды у этой решетки.

Задание 7. Ознакомиться с отражательной решеткой и определить ее период.

В качестве демонстрационной отражательной решетки мы используем компакт-диск для цифрового воспроизведения информации (номер 3). На поверхности диска имеются ровные участки и выступы различной длины, которые соответствуют двоичным 1 и 0. Выступы образуют спиральную дорожку. Информация считывается лазерным лучом, который удерживают на дорожке. Расстояние между дорожками есть период решетки d .

1. В отраженном свете наблюдайте спектр лампы накаливания, изменяя угол наклона диска. Спектр будет более четким, если дорожки параллельны нити лампы.
2. Измерить расстояние между дорожками. При этом решаем обратную задачу: зная λ , и измеряя $\sin\varphi$, находим по формуле (1) период. Измерения удобнее делать не в отраженном, а в проходящем свете (у диска имеется небольшой полупрозрачный участок зеленого цвета).
3. Включить ртутную лампу. Держать диск перед глазом так, чтобы дорожки были вертикальны. В спектре лампы лучше всего видна зеленая линия с длиной волны 546 нм. Использовать ее для измерения. Величину $\sin\varphi$ удобно найти следующим образом. Изменяя расстояние d от экрана до решетки, добиться совмещения зеленой линии экрана и измерить d . Затем измерить расстояние l от щели до края экрана и вычислить по формуле (9) $\sin\varphi$. Далее по формуле (1) найти период. Зная период, оценить число дорожек на диске. Результаты измерений представить в таблице 3.

Таблица 3

L	l	$\sin\varphi$	d	Число дорожек

Примечание: в таблице 1 строка.

Примечание. К отчету приложить зарисованные спектры.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое дифракционная решетка и ее период?
2. Под какими углами наблюдаются главные максимумы?
3. Можно ли измерить длину волны, если она больше периода решетки?
4. Что такое угловая дисперсия и как она зависит от периода решетки?
5. Каким образом можно повысить разрешающую силу решетки?
6. Объяснить методику измерения длин волн в данной работе.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. М.: Наука, 1978. т. 2. 480 с.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976. 928 с.
3. Павлов К.Б. Волновые свойства света. Учебное пособие. М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1986. 82 с.
4. Бутиков Е.И. Оптика. М.: Высш. шк. , 1986. 512 с.