

С.А. Воробьев, С.П. Еркович, Ю.Ю. Хрущев

Измерение постоянной дифракционной решетки

Методические указания к лабораторной работе О-41
по курсу общей физики

Под редакцией К.Б. Павлова.
Москва, 1987

Цель работы – ознакомление с теорией дифракционной решетки, наблюдение дифракционного спектра, проверка формулы дифракционной решетки по методу проверки статистических гипотез, измерение постоянной дифракционной решетки.

Теоретическая часть

Дифракционная решетка - основной узел спектрального прибора, предназначенного для разложения света в спектр и измерения длин волн. Простейшая дифракционная решетка представляет собой стеклянную пластинку, на которой делительной машиной нарезано множество прямых равноотстоящих штрихов. При этом сами штрихи непрозрачны, а промежутки между ними остаются прозрачными. Такую дифракционную решетку можно рассматривать как систему параллельных равноотстоящих щелей, сделанных в непрозрачном экране. Ширину щели обозначим a , ширину непрозрачной части между соседними щелями b . Величина $d = a + b$ называется постоянной дифракционной решетки, или ее периодом. Решетка осуществляет интерференцию световых волн, испытывающих дифракцию на каждой из щелей. Дифракционная картина образуется на экране в фокальной плоскости линзы.

График зависимости интенсивности от угла дифракции для монохроматического света представлен на рис.1. Выделяющиеся на графике интенсивные узкие максимумы (главные максимумы) наблюдаются при выполнении условия

$$d \sin \varphi_m = m \lambda, \quad (1)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

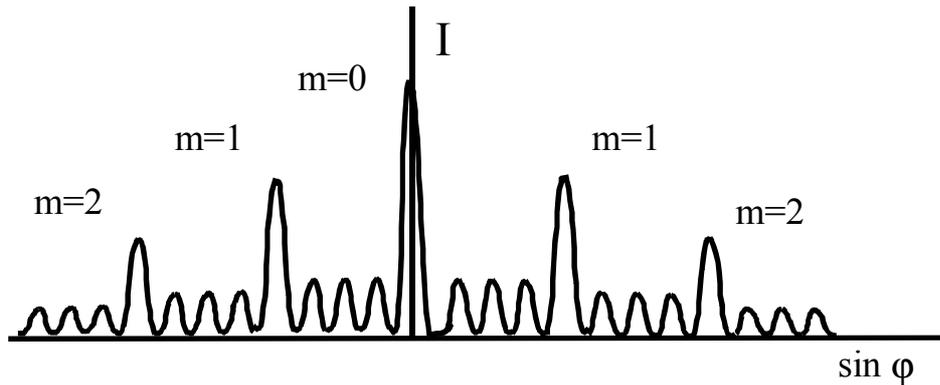


Рис.1

Формула (1), определяющая углы, в направлении которых наблюдаются главные максимумы дифракции, называется условием главных максимумов, или формулой дифракционной решетки. Целое число m называется порядком главного максимума, или порядком спектра.

Свет сложного спектрального состава можно рассматривать как смесь монохроматических волн с различными длинами. Эти волны при дифракции на решетке ведут себя независимо. Поэтому решетка в каждом порядке $m \neq 0$ разложит падающий свет в спектр, в котором отдельные компоненты окажутся пространственно разделенными. Главные максимумы, соответствующие $m=1$, образуют спектр первого порядка. За ним следует спектр второго ($m=2$), третьего ($m=3$) и высших порядков. Если падающий свет - белый, то спектр каждого порядка имеет вид цветной полосы, в которой встречаются все цвета радуги. В такой полосе наиболее отклоненными будут красные лучи, наименее отклоненными - фиолетовые.

Важными характеристиками дифракционной решетки являются угловая дисперсия, область дисперсии и разрешающая способность (разрешающая сила).

Угловой дисперсией называют производную $d\varphi_m/d\lambda$. Чем больше угловая дисперсия, тем больше расстояние в спектре между двумя спектральными линиями с фиксированными длинами волн. Дифференцируя формулу (1), находим выражение для угловой дисперсии

$$\frac{d\varphi_m}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi_m} \quad (2)$$

Так как угловая дисперсия возрастает с уменьшением d , то понятно стремление изготавливать дифракционные решетки с большим числом штрихов на 1 мм. Областью дисперсии называют интервал длин волн $\Delta\lambda$, в котором спектр данного порядка не перекрывается спектрами соседних порядков. Область дисперсии определяется из соотношения $d \cdot \sin \varphi_m = m \cdot (\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda$, откуда $\Delta\lambda = \lambda/m$. Если спектры соседних порядков перекрываются, то спектральный прибор становится непригодным для исследования соответствующего участка спектра. Поэтому дифракционная решетка обычно используется в спектрах

низших порядков, несмотря на то, что в спектрах более высоких порядков угловая дисперсия выше.

Разрешающая способность дифракционной решетки определяется соотношением $R = \delta\lambda/\lambda$, где $\delta\lambda$ - минимальная разность длин волн двух монохроматических лучей, которые еще можно видеть раздельно в спектре. Разрешающая способность зависит от порядка спектра и полного числа штрихов решетки и выражается формулой

$$R = mN. \quad (3)$$

Строго говоря, в формуле (3) величина N - не полное число штрихов в решетки, а число штрихов той ее части, которая освещена падающим на решетку светом.

Экспериментальная часть

Измерения выполняются на простейшей дифракционной решетке, представляющей собой ряд чередующихся прозрачных и непрозрачных полос на плоской поверхности.

Экспериментальная часть. Принципиальная схема установки приведена на рис. 2.

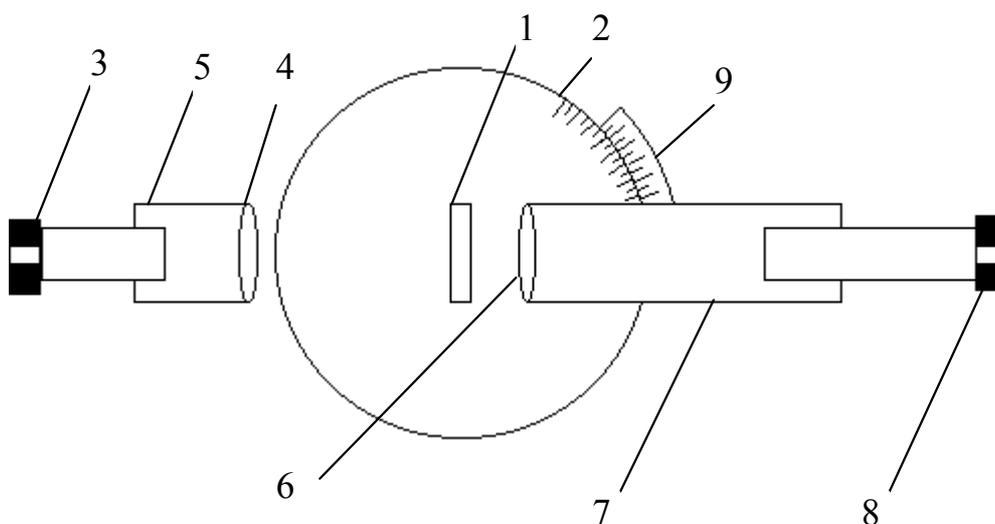


Рис.2

Дифракционная решетка 1 установлена на столике 2 гониометра, снабженного круговой шкалой. Источник света освещает щель 3, находящуюся в фокальной плоскости линзы 4 коллиматора 5. Расходящийся пучок света, пройдя коллиматор, преобразуется в параллельный, который затем падает по нормали на дифракционную решетку.

Дифрагированные лучи попадают в объектив 6 зрительной трубы 7 и наблюдаются в окуляре 8. Зрительная труба может поворачиваться в плоскости столика гониометра до совпадения с направлением дифрагированных лучей. Угол дифракции определяется по круговой шкале и нониусу 9.

В данной работе используется гониометр Г5 с предельной допускаемой погрешностью измерения углов не более пяти угловых секунд.

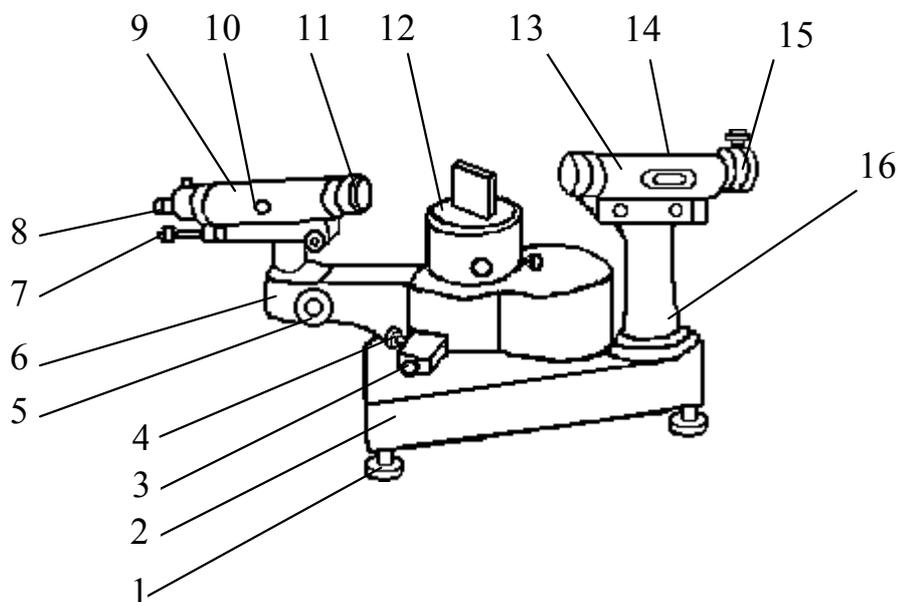


Рис.3

Гониометр (рис. 3) состоит из массивного основания 2 с тремя подъемными винтами 1, вертикальной колонки 16 с коллиматором 13 и осевого устройства с алидадой 6, на которой имеется колонка со зрительной трубкой 9. Последняя вместе с алидадой вращается вокруг вертикальной оси прибора рукой или микрометрическим винтом 4 после закрепления алидады зажимным винтом 3. Зрительная труба и коллиматор имеют внутреннюю фокусировку, осуществляемую с помощью винтов 10 и 14. На верхней части вертикальной оси установлен предметный столик 12.

На вертикальной оси прибора посажен стеклянный лимб с ценой деления $20'$ и оцифровкой через градус от 0 до 359. Отсчет по лимбу производится при помощи отсчетного микроскопа 7, расположенного под окуляром 8 зрительной трубы. Изображения штрихов от двух диаметрально противоположных концов лимба передаются в поле зрения отсчетного микроскопа (рис.4) в виде прямого верхнего ряда и обратного нижнего ряда.

Изображение делений шкалы отсчетного микроскопа (минуты и секунды) и горизонтальный индекс располагаются в правом окне поля зрения.

Чтобы определить отсчет по лимбу, нужно маховичок 5 оптического микрометра повернуть до совмещения верхних и нижних штрихов лимба, видимых в левом окне поля зрения отсчетного микроскопа. Градусы отсчитываются по верхнему ряду штрихов лимба влево от вертикального индекса до ближайшего оцифрованного штриха. Число десятков минут будет равно числу интервалов между верхним штрихом, по которому взято число градусов, и нижним оцифрованным штрихом, отличающимся от верхнего на 180^0 . Единицы минут отсчитываются в правом окне по левому ряду чисел, а секунды и доли их – по правому ряду чисел, располагающихся над горизонтальным неподвижным

индексом.

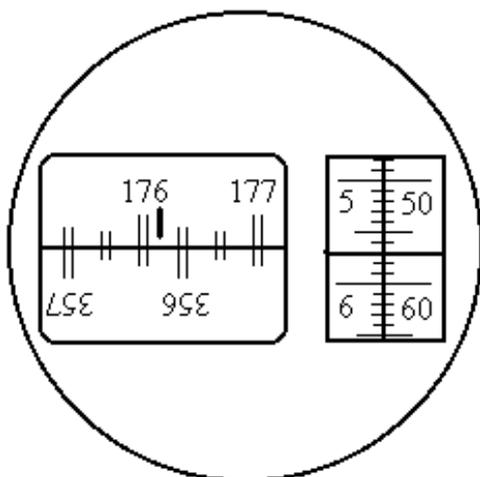


Рис.4

Отсчет, соответствующий расположению штрихов, изображенному на рис. 4, будет складываться из отсчета по лимбу $176^{\circ} 10'$, отсчета по шкале микроскопа $5' 57''$. Суммарный отсчет составляет $176^{\circ} 15' 57''$.

Выполнение эксперимента.

На оптическую скамью перед щелью коллиматора (рис. 3) установить ртутную спектральную лампу с известными значениями длин волн спектральных линий. На столик гониометра поместить дифракционную решетку с неизвестным периодом d . Включить гониометр в сеть.

Наблюдая в окуляр зрительной трубы, добиться четкого изображения окулярной сетки поворотом оправы окуляра.

Поворачивая зрительную трубу приблизительно до совмещения оптических осей коллиматора и зрительной трубы, следует уловить центральный максимум ($m = 0$) дифракционного спектра и убедиться в четком изображении щели коллиматора в поле зрения трубы. Если изображение размыто, добиться резкости с помощью фокусировочного винта 10.

Медленно поворачивая зрительную трубу вправо до появления в поле зрения линий спектра первого порядка, привести вертикальную нить окулярной сетки на выбранную линию спектра сначала от руки, а затем с помощью микрометрического винта, предварительно зажав стопорный винт 3 (см. рис. 3). При этом необходимо поддерживать резкость изображения линии с помощью винта 10.

Отсчитать по шкалам в поле зрения отсчетного микроскопа угол α_1 , соответствующий наблюдаемой линии. Результат занести в таблицу.

Ослабив зажимной винт 3 и, вращая медленно зрительную трубу влево, найти спектр первого порядка слева от центрального максимума. Установить вертикальную нить окулярной сетки на измеряемую линию сначала от руки, а затем с помощью микрометрического винта 4, поддерживая резкость ее изображения с помощью винта 10, и отсчитать угол α_2 . Занести результат в таблицу.

Аналогичным образом измерить углы дифракции первого порядка для всех спектральных линий, указанных в таблице. Результаты измерений занести в таблицу.

№ спектральной линии	$\lambda = x$, нм цвет линии	α_1	α_2	φ град	$\sin \varphi = y$
1	579,06(желтая)				
2	576,96(желтая)				
3	546,07(зеленая)				
4	491,60(голубая)				
5	435,83(фиолетово-синяя)				
6	407,78(фиолетовая)				
7	404,66(фиолетовая)				

Обработка результатов эксперимента.

По двум отсчетам α_1 и α_2 определить угол первого порядка дифракции для каждой измеряемой линии по формуле

$$\varphi = |\alpha_1 - \alpha_2|,$$

выразив результат в градусах с точностью до четырех цифр после запятой. Значение угла φ занести в таблицу.

Занести в таблицу значение $\sin \varphi$ с точностью до четырех знаков после запятой.

1. Проверка формулы дифракционной решетки. Если ввести обозначение $y = \sin \varphi$ и $x = \lambda$, то формулу дифракционной решетки (1) можно представить в виде линейной зависимости $y = x/a$. Таким образом, проверка формулы дифракционной решетки сводится к экспериментальному подтверждению линейной связи между y и x .

С целью предварительной проверки этого предположения следует построить по экспериментальным точкам график зависимости $y = f(x)$. Для лучшего использования площади графика следует точку пересечения осей координат совместить с наименьшими экспериментальными значениями x и y .

Если ходом графика линейная зависимость подтверждается, можно приступить к расчету количественного критерия подтверждения этой гипотезы. Для этой цели по результатам измерений необходимо вычислить статистические показатели эксперимента:

а) среднеквадратические отклонения

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}, \quad S_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{y} - y_i)^2}$$

где n – число измерений (число строк в таблице);

\bar{y} и \bar{x} – средние арифметические значения величин y и x ;

y_i и x_i – их численные значения в опыте номер i ;

б) коэффициент ковариации

$$k_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)$$

в) коэффициент корреляции

$$r = \frac{k_{xy}}{(S_x S_y)}.$$

Вычисления следует выполнять на ЭКВМ «Искра-124» по приложенной к ней программе или на электронном калькуляторе. Учитывая, что значения длин волн даны с точностью до пяти значащих цифр, значения S_x , S_y и k_{xy} следует вычислять с той же точностью.

Если коэффициент корреляции r удовлетворяет неравенству

$$\frac{|r| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \geq t_{\alpha}(f),$$

то с вероятностью $1 - \alpha$ можно считать, что величины x и y действительно связаны линейной зависимостью и формула дифракционной решетки подтверждается экспериментом. Значения $t_{\alpha}(f)$ - квантили распределения Стьюдента для различных уровней значимости α и числа степеней свободы $f = n - 2$ приведены в таблице, имеющейся в лаборатории. По этой формуле и выше написанному критерию следует проверить гипотезу при уровне значимости $\alpha = 0,1$. Записать в отчете, подтверждается ли экспериментом формула дифракционной решетки.

2. Вычисление постоянной дифракционной решетки. Принимая на основании вышеизложенной проверки уравнение регрессии в виде линейной связи $y_x = a_1 x$, рассчитать, с точностью до четырех значащих цифр, параметр a_1 по соотношению

$$a_1 = \frac{k_{xy}}{S_x^2}.$$

Из этой формулы, учитывая, что $a_1 = 1/d$, можно найти постоянную дифракционной решетки d . Однако мы будем вычислять обратную ей величину d^{-1} , равную числу штрихов на единицу длины. Таким образом, искомая величина d^{-1} определяется из соотношения

$$d^{-1} = \frac{k_{yx}}{S_x^2}.$$

Результат будет выражен в nm^{-1} .

Для определения погрешности $\Delta(d^{-1})$ надо вычислить, с точностью до двух значащих цифр, величину S_{yx} - стандартное выборочное отклонение экспериментальных значений y от условных математических ожиданий y_x :

$$S_{YX} = \left[\frac{1}{n-2} S_Y^2 (1-r^2) \right]^{1/2}.$$

Задав уровень значимости α (рекомендуется принять $\alpha = 0,1$), определить по таблице значения квантиля распределения Стьюдента $t_{\alpha}(f)$ при $f = n - 2$ и вычислить погрешность по формуле

$$\Delta(d^{-1}) = \frac{t_{\alpha, n-2} S_{YX}}{S_x \sqrt{n-1}}$$

Результат записать в виде

$$d^{-1} = \dots \pm \dots \text{ нм}^{-1}.$$

Контрольные вопросы

1. Какого цвета спектральные линии (красные или фиолетовые) располагаются в дифракционном спектре ближе к центральному максимуму?
2. Что называется угловой дисперсией дифракционной решетки?
3. Что такое область дисперсии дифракционной решетки и зависит ли она от постоянной дифракционной решетки?
4. Что такое разрешающая сила дифракционной решетки? От чего она зависит?