1.7

**5.2. Уравнения движения и передаточные функции, необходимые для расчетов**

Для анализа свойства ЛА, как динамической системы, рассмотрим систему линейных дифференциальных уравнений, описывающих продольное короткопериодическое возмущенное движение (Л. 1).

|  |  |
| --- | --- |
| $$\left\{\begin{array}{c}\ddot{ϑ}+c\_{1}\dot{ϑ}+c\_{5}\dot{α}+c\_{2}α=-c\_{3}δ\_{в}\\-\dot{ϑ}+\dot{α}+c\_{4}α=0\\-c\_{6}ϑ+c\_{6}α+∆\dot{H}=0\end{array}\right.$$ | (1) |

Где: $ ϑ$ - угол тангажа;

$α$ - угол атаки;

$ΔH$- вариация (малое отклонение) высоты полета;

$δ\_{в}$– отклонение руля высоты, управляющее возмущение.

В операторной форме данная система уравнений будет иметь вид:

Для дальнейшего рассмотрения примем $\dot{ϑ}=ω\_{z}$.

Формулы для расчета коэффициентов с1 – с6 приведены в [1,2]. Они получены путем линеаризации нелинейной модели, описывающей движение ЛА в атмосфере. Процедура линеаризации основана на рассмотрении движения самолета при задании малых отклонений – вариаций параметров движения в окрестности заданной точки, характеризующей установившийся режим полета, например, горизонтальный полет на заданной высоте с установившейся скоростью. Именно в условиях задания малых отклонений от исходного режима движения можно рассматривать в линейной постановке задачу анализа изменения параметров движения при воздействии возмущений, в том числе управляющих воздействий. Рассмотрение движения системы в малых отклонениях от опорных значений параметров накладывает ограничения на их возможные изменения, что следует учитывать при расчетах и моделировании.

Координатой регулирования является угол тангажа, характеризующий угловое положение ЛА. Третье уравнение системы (1) должно быть учтено при формировании контура управления высотой полета.

**Формирование схемы моделирования на основе системы дифференциальных уравнений**

Рассмотрим следующий порядок формирования схемы моделирования на основе системы дифференциальных уравнений (1):

Первые два уравнения системы (1) можно рассматривать независимо от третьего уравнения, и учитывая, что $\dot{ϑ}=ω\_{z}$ $pϑ=ω\_{z}$ запишем уравнения относительно старших производных по каждой координате:

|  |  |
| --- | --- |
| $$\left\{\begin{array}{c}\dot{ω}\_{z}=-c\_{1}ω\_{z}-c\_{5}\dot{α}-c\_{2}α-c\_{3}δ\_{в}\\\dot{α}=ω\_{z}-c\_{4}α \end{array}\right.$$ |  (2) |

Справа от знака равенства находятся все слагаемые, которые должны быть представлены сигналами на входах блока суммирования, на выходе блока суммирования – сигнал старшей производной, соответствующий рассматриваемому дифференциальному уравнению.

Чтобы получить систему без производной угла атаки в первом уравнении, подставляем в него второе уравнение:

|  |  |
| --- | --- |
| $$\left\{\begin{array}{c}\dot{ω\_{z}}=-(c\_{1}+c\_{5})ω\_{z}-(c\_{2}-c\_{4}c\_{5})α-c\_{3}δ\_{в}\\\dot{α}=ω\_{z}-c\_{4}α \end{array}\right.$$ |  (3) |

(результат моделирование от этого не меняется)

Сборка модели:

- на наборное поле модели, в соответствии с количеством дифференциальных уравнений, поставим блоки суммирования, в данном случае два сумматора для производных Омега\_Z и Альфа;

- справа от каждого сумматора ставим по интегратору, выход сумматора соединяем со входом интегратора рис. 3

|  |
| --- |
|  |
| Рис.3 |

- в сумматоре второго уравнения меняем один из знаков входа на «минус»;

- щелчком по блоку можно выделить его границы и изменить размер блока;

- для задания коэффициентов при переменных требуются блоки, задающие коэффициент усиления (***Gain***), для нужной ориентации переворачиваем блок, нажав правую кнопку – меню ***Format – Flip Block***

- ставим в схему требуемое количество блоков – коэффициентов и соединяем входы и выходы согласно уравнениям;

- входной сигнал в виде ступеньки задает блок ***Step***, для просмотра выходных сигналов ставим два блока ***Scope***, рис. \_\_\_

Следующий шаг построения модели состоит в оформлении схемы и задании параметров блоков.

|  |
| --- |
|  |
| Рис. 2 |

**Задать значения коэффициентов** в блоках Gain можно следующими способами.

Вариант 1. Для задания параметра открыть двойным щелчком окно настройки блока и в окне ***Gain*** задать численное значение коэффициента усиления.

Вариант 2. Система ***Simulink*** «видит» глобальные переменные в рабочей области ***Matlab***, поэтому можно в блоках ***Simulink***-модели вписать имена переменных, создать программу ***Matlab (Script)***, в которой выполнить присвоение требуемых значений переменным, которые будут использованы в качестве коэффициентов усиления, записанных в уравнениях.

 Вариант 3. В блоках ***Simulink***-модели вписать имена переменных, а программный код, который будет выполнять присвоение заданных значений при запуске модели записать в виде внутренней функции модели. В позиции меню модели ***File*** выбрать команду ***Model Properties***, в открывшемся окне выбрать вкладку ***Callbacks*** и записать программный код, выполняющий все необходимые присвоения.

Над линиями связей можно сделать надпись, например с именем переменной, для этого следует двойным щелчком открыть окно для записи текста. На процесс и результаты вычислений эти надписи никакого воздействия не оказывают.

Пример модели с отредактированными именами блоков и заданными непосредственно в блоках параметрами показан на рис. 2

Для корректного выполнения расчетов при запуске модели должны быть заданы конечное время и функция – решатель (Solver), которая выполняет численное ингрирование. По умолчанию во вновь создаваемой модели установлено конечное время переходного процесса равное 10 сек и наиболее универсальный решатель – функция ***ode45***. Эти параметры показаны в окне верхнего меню и в нижней информационной полосе окна модели.

Просмотр результатов осуществляется с помощью блоков Scope, для открытия графика по завершении процесса интегрирования делаем двойной щелчок по соответствующему блоку.

**Автопилот тангажа**

Автопилот тангажа предназначен для управления траекторией и стабилизации углового положения самолета в продольном движении. Принципы работы автопилота и методика синтеза его структуры рассмотрена в [1] Глава IV и [2] Глава 14.

Наиболее простым является автопилот, имеющий статический закон управления и сервопривод с жесткой обратной связью. Закон управления или функция, задающая отклонение руля высоты в зависимости от управляющего сигнала и параметров движения для такого автопилота записывается в следующем виде ([2], 14.4):

|  |  |
| --- | --- |
| $δ\_{в}=μ\_{в}ω\_{z}+ i\_{ϑ}(ϑ- ϑ\_{зад})$,где ***ϑзад*** – тре$(μ\_{в}s+i\_{ϑ})ϑ-δ\_{в}=i\_{ϑ}ϑ\_{зад}$буемое значение координаты управления, задаваемое на вход автопилота;***iϑ*** – передаточное число автопилота по углу тангажа. | (4) |

С учетом этого закона управления запишем уравнения системы «Самолет-АП тангажа» в следующем виде:

|  |  |
| --- | --- |
| $\left\{\begin{array}{c}\ddot{ϑ}+c\_{1}\dot{ϑ}+c\_{5}\dot{α}+c\_{2}α=-c\_{3}δ\_{в}\\-\dot{ϑ}+\dot{α}+c\_{4}α=0\\δ\_{в}=μ\_{в}ω\_{z}+ i\_{ϑ}(ϑ- ϑ\_{зад})\end{array}\right.$$(μ\_{в}s+i\_{ϑ})ϑ-δ\_{в}=i\_{ϑ}ϑ\_{зад}$ | (5) |

Структурная схема системы «Самолет-АП тангажа», соответствующая рассмотренным уравнениям представлена на рис. 2. \_\_\_.



*iв*

*μв*

*ωz*

*δв*

***θ***

*θ****зад***

Рис. 2.\_\_\_\_ Структурная схема системы «Самолет-АП тангажа»

Для сборки модели используем систему дифференциальных уравнений (2) или (3) и уравнение закона управления (4):

|  |  |
| --- | --- |
| $$\left\{\begin{array}{c}\dot{ω}\_{z}=-c\_{1}ω\_{z}-c\_{5}\dot{α}-c\_{2}α-c\_{3}δ\_{в}\\\dot{α}=ω\_{z}-c\_{4}α \\\dot{ϑ}=ω\_{z} \end{array}\right.$$$δ\_{в}=μ\_{в}ω\_{z}+ i\_{ϑ}(ϑ- ϑ\_{зад})$$(μ\_{в}s+i\_{ϑ})ϑ-δ\_{в}=i\_{ϑ}ϑ\_{зад}$ | (2.\_\_) |



**Боковое движение – управление движением по траектории**



1.8

*Расчет мощности и подбор двигателя:*

*Формула для расчета мощности двигателя*

$N=\left(M\_{ш}^{δв}\*δ\_{p}+I\_{p}\*\ddot{δ}\_{p}\right)\*\dot{δ}\_{p}$*, где* $M\_{ш}^{δв}-шарнирный момент, $

$$I\_{p}-момент инерции сервопривода, δ\_{p}-перемещение руля, \dot{δ}\_{p}-скорость перемещения руля, \ddot{δ}\_{p}-ускорения руля$$

1.9

## Система с отрицательной обратной связью по напряжению.

 Такие системы решают задачу стабилизации частоты вращения при изменении напряжения питания или момента нагрузки. В различных структурных схемах в зависимости от типа используемого преобразователя и параметров ДПТ связь между напряжением питания и средним напряжением на зажимах якоря *Uя* определяется разными выражениями, например, (…), (…) и т.д. В общем случае запишем *Uя=UпKп*, где *Кп—*коэффициент передачи преобразователя.

 Изменение момента нагрузки приводит к изменению электромагнитного момента и тока через якорь. Последний создает падение напряжения как в цепи якоря, так и в преобразователе. При пренебрежении индуктивностями в якорной цепи учитываем падение напряжения на активных сопротивлениях якоря (*Rя*) и преобразователе (*Rп*). Тогда (…) запишется в виде:



 В итоге, изменение *Uп* вызывает изменение *0*, а изменение нагрузки приводит к изменению текущей частоты вращения за счет увеличения статизма характеристик, т.к. с увеличением момента (тока) увеличивается падение напряжения на *Rп*, т.е. увеличивается **.

 Структурная схема ЭП с отрицательной обратной связью по напряжению приведена на рис.6.25. К выходу преобразователя напряжения подключен ДПТ и датчик напряжения (ДН). С выхода последнего сигнал обратной связи *Uос=КднUя* поступает на блок сравнения (БС), куда подключен и блок задания, формирующий сигнал задания *Uз*. Сигнал рассогласования *Uвх=Uз--KднUя* через регулятор (Р) с коэффициентом усиления *Кр* формирует управляющий сигнал *Uу* преобразователя.

 После подстановки в (6.65) коэффициентов отдельных блоков получим:

(6.66)



Где *Кс = Кр Кп Кдн —* общий коэффициент усиления системы.

 При большом *Кс* напряжение *Uя* определяется величиной *Uз* и не зависит от изменения напряжения питания, т.е. *0 ≈ const,* а статизм уменьшится в



 При *Кс>>1*  механическая характеристика ДПТ в структуре ЭП с обратной связью по напряжению стремится к естественной характеристике. На рис. 6.26 показана естественная характеристика I ДПТ при питании от источника с *Rп=0,* характеристика 2 при *Rп≠0* в разомкнутой системе, а прямая 3—в замкнутой системе ЭП при условии, что *0=0*. Реально она идет ниже (кривая 3`).



**Положительная обратная связь по току.**

 Большую жесткость механических характеристик можно получить, если применить в структурной схеме рис.6.25 положительную обратную связь по току (пунктир). В качестве датчика (ДТ) может быть использован шунт в цепи якоря ДПТ. Тогда сигнал обратной связи *Uoc=KJIя*, а входное напряжение *Uвх=Uз+КJIя*. После подстановки в (6.65):

(6.67)



Где *Кс = Кр Кп КJ* — общий коэффициент усиления системы.

*Кс* имеет размерность [Ом]. Поэтому при *Rп+ Rя = Kc* имеем идеально жесткую характеристику 4 (рис.6.26), при *Rп+ Rя > Kc* характеристика ДПТ имеет отрицательный статизм (прямая 5 рис.6.26), а при *Rп+ Rя < Kc* —положительный статизм (прямая 6 рис.6.26).



##  Система с нелинейной отрицательной обратной

##  связью по току.

 Стремление получить механическую характеристику в пусковом режиме близкую к идеально мягкой в условиях ограничения по току преобразователя приводит к введению в большинство ЭП отрицательной обратной связи по току с заданным ограничением по току. В разомкнутой по скорости структурной схеме эта связь реализуется по типу, показанному на рис.6.27, где в отличие от схемы на рис.6.25 в цепь обратной связи по току введен нелинейный элемент (НЭ), а обратная связь является отрицательной, обеспечивая стабилизацию тока якорной цепи на уровне тока задания (*Iз*).

 Работа ЭП с НЭ, имеющим характеристику, приведенную на рис.6.27 , происходит следующим образом. Пока сигнал пропорциональный току обратной связи *Ioc<I0*, где *I0—*ток отсечки, эта связь разомкнута и ДПТ работает на участке механической характеристики, определяемой *Uз*, т.е. на характеристиках типа рис.6.8 при малых значениях *н* . В реальной ситуации стремятся осуществить пуск с максимально возможным моментом, поэтому устанавливают *Uз* на таком уровне, когда на ДПТ подается максимально возможное напряжение. Ток в цепи якоря возрастает, а при *Iос>I0* вступает в работу НЭ и формирует сигнал обратной связи *I`ос*, который снижает входной сигнал *Uвх* регулятора тока (РТ) и преобразователь переводится на предельно допустимое значение выходного напряжения (тока). По мере разгона ток поддерживается на примерно постоянном уровне. Стабильность тока определяется типом РТ и общим коэффициентом усиления.

 Вид механических характеристик показан на рис. 6.28, где в области *Iос<I0* имеем мягкие характеристики, а при *Iос<I0* искусственные механические характеристики типа рис. 6.8 с уровнем, определяемым *Uз* или для рис.6.8 это величина *н.*

 Уравнение электромеханической характеристики на участке с *Iос>I0* по аналогии с (6.67) записывается в виде



где *Кс*—коэффициент усиления системы (со знаком плюс).

 Описанный способ ограничения тока и формирования *М≈const* широко используется в сочетании с главной обратной связью по скорости.



##  Система отрицательной обратной связи по скорости

##  с ограничением тока.

 Система с жесткой отрицательной обратной связью по скорости является наиболее широко используемой системой в регулируемом по скорости приводе, т.к. указанная обратная связь обеспечивает в высокой точностью отработку программы задания частоты вращения.

 Укрупненная структурная схема ЭП приведена на рис. 6.29 и в дополнении к рис. 6.27 содержит главную обратную связь по скорости, путем изменения последней по сигналам тахогенератора (ТГ) с коэффициентом передачи *Ктг*. Этот сигнал поступает на первый блок сравнения (БС1), куда подается сигнал задания на скорость *з*. Рассогласование сигналов

 *Uвх=з—kтг* через регулятор скорости (РС), имеющий нелинейную характеристику с ограничением и коэффициентом передачи *Kрс*  формирует сигнал задания *Uз=Крс(з—Kтг)* на ток в цепи якоря. РС находится в прямой цепи управления, поэтому он выполняет функцию усилителя сигнала и ограничителя предельного задания на ток, как НЭ в схеме рис.6.27.

 Внутренний контур регулирования в схеме содержит датчик тока (ДТ), отрицательную обратную связь по току с коэффициентом усиления *Кдт*, которая подключена ко второму блоку сравнения (БС2). Этот контур обеспечивает формирование мягкого участка механической характеристики II рис. 6.30 с максимально возможным моментом, определяемым предельно допустимым значением тока якоря. За счет этого достигается высокое быстродействие при переходе с одной заданной частоты вращения на другую.

 Внешний контур регулирования обеспечивает стабилизацию частоты вращения (участок I рис.6.30) в соответствии с сигналом задания.

Механическая характеристика на этом участке записывается в виде:



Где *Кс=КтпКрсКтКп*—общий коэффициент усиления системы.

 Стабильность частоты вращения на участке I зависит от общего коэффициента усиления, особенностей выполнения регулятора скорости (пропорциональный, пропорционально-интегральный), типа датчика скорости (постоянного тока, импульсный и т.д.). В зависимости от принятых решений может быть получена стабильность от 0.5 % (использование ТГ постоянного тока, пропорционального РС) до 0.002% и выше при импульсный датчиках скорости и цифровых схем обработки информации в контуре регулирования скорости.

**