

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции  
и ордена Трудового Красного Знамени  
высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана

---

Утверждены  
редсоветом МВТУ

Методические указания  
по выполнению лабораторных работ  
по курсу  
"Моделирование и испытание автопилотов"

Под редакцией И.А. Михалева

Данные методические указания издаются в соответствии с учебным планом. Рассмотрены и одобрены кафедрой П-4 18.03.87 г., методической комиссией факультета П 20.04.87 г. и учебно-методическим управлением 22.05.87 г.

Авторы: В.К. Балтян, Е.Е. Рожченко (работа 3), А.А. Малахов, В.Г. Чернышов (работа 4).

Рецензенты: д.т.н. проф. Белов Б.И.,  
к.т.н. доц. Потепцев И.С.

© Московское высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана

### Работа № 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ "ЛЕТАТЕЛЬНЫЙ АППАРАТ-АВТОПИЛОТ" на ЭВМ

Цель работы - приобретение практических навыков программирования на алгоритмическом языке Фортран при моделировании движения системы "Летательный аппарат-автопилот" (ЛА-АП).

Продолжительность работы - 4 часа.

#### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с методическими указаниями и вычислительным комплексом (ЭВМ).
2. Составить программу моделирования на языке программирования Фортран в соответствии с полученным вариантом задания.
3. Ввести после проверки преподавателем составленную программу моделирования в ЭВМ и произвести отладку.
4. Запустить программу. Ввести исходные данные.
5. Вывести на печать или записать с экрана дисплея результаты моделирования, построить переходные процессы и определить их основные параметры.
6. Составить отчет о лабораторной работе, который должен содержать:
  - а) математическую модель системы;
  - б) таблицу используемых исходных данных;
  - в) графики переходных процессов;
  - г) анализ полученных результатов моделирования и выводы.
7. Ответить на контрольные вопросы.

#### Методические указания

Математическое моделирование с использованием ЭВМ является элементом САПР [1].

Математическое моделирование проводится с целью одновариантного анализа системы ЛА-АП, т.е. определения выходных параметров системы при заданных значениях внутренних и внешних параметров. Большинство задач одновариантного анализа (моделирование переходных процессов, статических режимов, частотных характеристик и др.) сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

В данной лабораторной работе проводятся на ЭВМ в режиме диалога или пакетной обработки задачи математическое моделирование динамической системы ЛА-АП и анализ переходных процессов.

Редактор О.М. Королева

Корректор Л.И.Малютина

Заказ 206 Объем 2 п.л. (2 уч.-изд.л.) Тираж 300 экз.  
Бесплатно. Подписано в печать 16.12.87 г. План 1987 г., № 19 доп.

Типография МВТУ. 107005, Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5.

"Свободный" ЛА

Короткопериодическое продольное движение. Расчетная математическая модель собственного движения ЛА (с закрепленными органами управления) имеет вид

$$\dot{\omega}_z = -(C_1 + C_5)\omega_z - (C_2 - C_4 C_5)\alpha - C_3 \delta_\beta; \quad (3.1)$$

$$\dot{\alpha} = \omega_z - C_4 \alpha;$$

$$\dot{\delta} \approx \omega_z,$$

где  $\delta_\beta = 0$ .

Боковое движение

$$\dot{\omega}_x = -b_1 \omega_x - a_6 \omega_y - b_2 \beta - a_5 \delta_H - b_3 \delta_\beta. \quad (3.2)$$

Система "ЛА-автопилот курса" (ЛА-АП  $\psi$ )

Математическая модель бокового движения системы ЛА-АП  $\psi$  состоит из уравнений ЛА (3.2), кинематических соотношений в упрощенном виде (3.5) и управляющих функций автопилота (3.3), (3.4), (3.8) во временной области [2], включающего демпфер рыскания с жесткой обратной связью (3.8) и одноканальный автопилот крена с жесткой обратной связью (3.3):

$$\delta_\beta = \mu_\beta \dot{\omega}_x + i_\beta (\gamma - \hat{\gamma}) + \nu_\beta \int_0^t (\gamma - \hat{\gamma}) dt, \quad (3.3)$$

где параметр  $\hat{\gamma}$  находится из уравнения  $\dot{\hat{\gamma}} = \frac{1}{T_\beta} (\gamma_{зад} - \hat{\gamma})$ , которое характеризует наличие аperiodического фильтра в цепи сигнала

$$\delta_{зад}: \dot{\delta} = \frac{1}{T_\beta \rho + 1} \delta_{зад};$$

$$\dot{\gamma}_{зад} = -\frac{\gamma_{зад}}{T_\beta \rho} - \frac{i_\psi}{T_\beta \rho} (\Delta\psi - \Delta\psi_{зад}), \quad (3.4)$$

которое показывает наличие аperiodического фильтра  $\gamma_{зад} = -\frac{i_\psi}{T_\beta \rho + 1} (\Delta\psi - \Delta\psi_{зад})$  в цепи сигнала ( $\Delta\psi - \Delta\psi_{зад}$ ) (см. структурную схему на рис. 3.1). Здесь  $i_\psi$  - перекрестное передаточное число, град. крена / град. курса;

$T_\beta = \frac{b_7}{b_1}$  - постоянная времени компенсационного аperiodического фильтра в цепи передачи сигнала отклонения от заданного угла изменения курса, с;

$T_\beta = T_{\beta 1} = T_{\beta 2} = \frac{i_\beta}{\nu_\beta}$  - постоянные времени фильтров автопилота крена в канале элеронов, с;

$\Delta\psi$  - заданный угол изменения курса, град.

$$\dot{\omega}_y = -b_6 \omega_x - a_1 \omega_y - a_2 \beta - a_3 \delta_H - b_5 \delta_\beta, \quad (3.2)$$

$$\dot{\beta} = b_7 \omega_x + a_8 \omega_y - a_4 \beta + b_4 \delta - a_7 \delta_H,$$

где  $\gamma, \psi$  - малы;

$$\dot{\gamma} \approx \omega_x, \quad \dot{\psi} \approx \omega_y;$$

$$\delta_\beta = 0, \quad \delta_H = 0. \quad (3.5)$$

Система "ЛА-автопилот тангажа" (ЛА-АП  $\delta$ )

Расчетная модель короткопериодического продольного движения системы ЛА-АП  $\delta$  состоит из уравнений (3.1) с присоединением управляющей функции автопилота тангажа АП  $\delta$  со скоростной обратной связью:

$$\dot{\delta}_\beta = \nu_\delta \dot{\omega}_z + \mu_\delta \omega_z + i_\delta (\delta - \delta_{зад}). \quad (3.6)$$

Система "ЛА-автопилот крена" (ЛА-АП  $\gamma$ )

Боковое движение системы ЛА-АП  $\gamma$  с одноканальным автопилотом крена с жесткой обратной связью описывается дифференциальными уравнениями (3.2), (3.5), где управляющие функции каналов элеронов и руля направления имеют вид

$$\delta_\beta = \mu_\beta \dot{\omega}_x + i_\beta (\gamma - \hat{\gamma}_{зад}) + \int_0^t (\gamma - \hat{\gamma}_{зад}) dt; \quad (3.7)$$

$$\dot{\delta}_H = \mu_H \dot{\omega}_y + \frac{1}{T_H} \delta_H. \quad (3.8)$$

При формировании структурных схем управляющая функция (3.8) записывается в операторной форме

$$\delta_H = \mu_H \frac{T_H \rho}{T_H \rho + 1} \omega_y \quad (3.9)$$

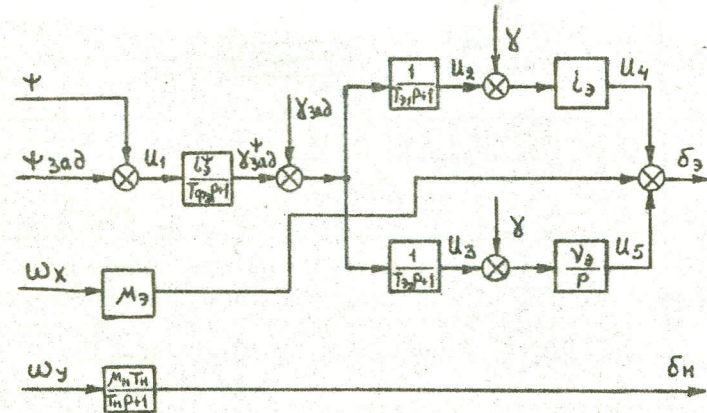


Рис. 3.1

В соответствии с уравнениями (3.3), (3.4) и (3.9) составлена структурная схема рассматриваемой части динамической системы (см. рис. 3.1), где приняты следующие обозначения:

$$u_1 = \Delta\psi - \Delta\psi_{зад};$$

$$u_4 = i_3(\gamma - u_2);$$

$$u_2 = \frac{\delta_{зад}}{T_{э, \rho} + 1};$$

$$u_5 = \frac{j_2}{\rho}(\gamma - u_3);$$

$$u_3 = \frac{\gamma_{зад}}{T_{э, \rho} + 1};$$

$$u_6 = \gamma_{зад}.$$

Алгоритм программы

При математическом моделировании движения системы ЛА-АП на ЭВМ составляется структурная схема алгоритма программы (рис. 3.2), где показаны блоки ввода исходных данных и начальных условий, реализации выбранного метода интегрирования (метода Эйлера), вывода результатов на печать и др.

Характеристики ЛА на рассматриваемых режимах полета задаются набором коэффициентов  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  модели ЛА (табл. 3.1, 3.2, 3.3).

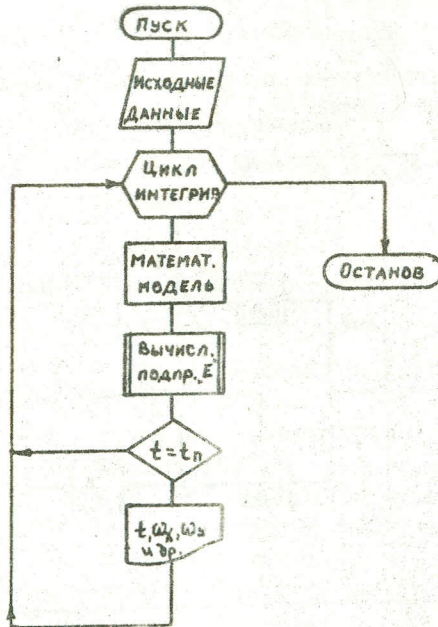


Рис. 3.2

Расчет параметров переходных процессов производится для одного из следующих вариантов:

- "свободный" ЛА, короткопериодическое продольное движение;
- "свободный" ЛА, боковое движение;
- ЛА-автопилот тангажа;
- ЛА-автопилот крена;
- ЛА-автопилот курса.

Таблица 3.1

Режимы полета	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
1	0,635	5,47	2,72	0,269	3,26	0,709	0,043
2	0,777	13,4	5,46	0,3	7,04	0,706	0,045
3	0,894	21,7	4,23	0,371	5,25	0,556	0,014

Таблица 3.2

Режимы полета	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$	$b_7$
1	3,1	20,2	17,6	0,072	-0,518	0,057	0,065
2	4,16	36,2	35,4	0,038	-2,11	0,117	0,026
3	3,92	78,7	15,9	0,016	-0,297	0,081	0,01

Таблица 3.3

Режимы полета	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$
1	0,82	11,0	8,8	1,2	0,3	7,3
2	1,2	11,9	27,5	2,3	0,45	7,2
3	0,75	3,58	1,96	0,76	0,32	2,05

Для каждого варианта модели АП производится ввод соответствующих передаточных чисел, постоянных времени фильтров и возмущающих воздействий.

В качестве примера рассматривается программа моделирования движения системы ЛА-АП  $\psi$ .

Передаточные числа и постоянные времени фильтров приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Режимы полета	$\mu_3$	$i_3$	$\nu_3$	$\mu_H$	$i\psi_3$	$\mu_B$	$i_B$	$\nu_B$	$T_H$	$T_{\varphi_3}$	$T_{31,2}$
1	0,165	0,683	0,455	0,4	3,1	3,0	2,1	0,75	3,0	0,903	1,5
2	0,052	0,339	0,226	0,6	5,2	1,5	1,05	0,3	3,0	0,686	1,5
3	0,131	0,755	0,503	0,8	13,6	2,25	1,6	1,15	3,0	0,85	1,5

## Программа моделирования

Программа моделирования переходных процессов бокового движения системы ЛА-АП $\psi$  написана на алгоритмическом языке Фортран (см. приложение I).

Соответствие переменных рассматриваемой системы и идентификаторов в программе показано в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Переменная	Идентификатор	Комментарии
1	2	3
Боковое движение		
$a_1 \dots a_7$	$A_1 \dots A_7$	Коэффициенты системы уравнений бокового движения ЛА, записанные в вариациях
$\beta_1 \dots \beta_7$	$B_1 \dots B_7$	Угловая скорость вокруг оси OX
$\omega_x$	$WX$	Угловая скорость вокруг оси OY
$\omega_y$	$WY$	Угол скольжения
$\beta$	$BT$	Угол крена
$\gamma$	$G$	Угол рыскания
$\Delta\psi$	$RSI$	Производные угловых скоростей и углов
$\dot{\omega}_x, \dot{\beta}$	$PWX, PBT$	Заданный угол рыскания (изменения курса)
$\Delta\psi_{зад}$	$SRST$	Заданный угол крена
$\gamma_{зад}$	$SG$	Рассогласование по углу рыскания (курса)
$\Delta\psi - \Delta\psi_{зад}$	$U1$	Вспомогательные переменные
$\frac{\dot{\gamma}_{зад}}{T_{31} \rho + 1}$	$U2$	То же
$\frac{\dot{\gamma}_{зад}}{T_{32} \rho + 1}$	$U3$	То же
$i_3(\gamma - U2)$	$U4$	То же
$\frac{\nu_3}{\rho}(\gamma - U3)$	$U5$	То же

Окончание табл. 3.5

1	2	3
$\delta_3$	$ELR$	Угол отклонения элеронов
$\delta_H$	$RUL$	Угол отклонения руля направления
$\mu_3$	$ELM$	Передаточные числа
$i_3$	$ELI$	То же
$\nu_3$	$ELN$	То же
$\mu_H$	$RMN$	Передаточные числа
$\mu_\psi$	$RUM$	То же
$i_\psi$	$RUI$	То же
$\nu_\psi$	$RUN$	То же
$i_\psi$	$ELRI$	То же
$T_H$	$TH$	Постоянные времени фильтров
$T_{31}$	$TE1$	То же
$T_{32}$	$TE2$	То же
$T_{\varphi_3}$	$TF$	То же
$t$	$T$	Текущее время
$H$	$H$	Шаг интегрирования
$t_n$	$TP$	Шаг печати
Продольное движение		
$c_1 \dots c_5$	$C1 \dots C5$	Коэффициенты систем уравнений продольного движения ЛА, записанных в вариациях
$\omega_z$	$WZ$	Угловая скорость вокруг оси OZ
$\delta$	$TET$	Угол тангажа
$\gamma_{зад}$	$STET$	Заданный угол тангажа
$\mu_B$	$RBM$	Передаточные числа
$\nu_B$	$RBN$	То же
$i_B$	$RBI$	То же
$K_1$	$K1, K2$	Вспомогательные переменные
$\delta_B$	$RUB$	Угол отклонения руля высоты

В соответствии со структурной схемой моделирования задаются начальные условия. Например, для системы ЛА-АП $\psi$  режим № 3 полета (см. табл. 3.4), конечное время переходного процесса  $t_K = 15$  с, шаг интегрирования  $H = 0,001$  с, постоянные времени фильтров  $T_H = 3$  с,  $T_{\varphi_3} = 0,85$  с,  $\Delta\psi_{зад} = +5$  град и т.д.

Рассматривается реакция системы ЛА-АП $\psi$  на управляющее воздействие  $\Delta\psi_{зад}$ .

Для обеспечения нечувствительности программ к прерыванию

типа "исчезновение порядка" при значениях производных, близких к нулю [3], начальное значение угла  $\gamma$  принимается равным  $\gamma \cong \cong 0,00001$  град. Численное интегрирование реализовано в подпрограмме  $\mathcal{E}$  (методом Эйлера).

Для других вариантов необходимо составить и отладить соответствующие программы моделирования и показать соответствие переменных и идентификаторов (см. табл. 3.5).

#### Варианты заданий. Вычислительные средства Оценка результатов моделирования

1. Рассматривается реакция "свободного" ЛА на ступенчатое отклонение руля высоты  $\delta_{\beta \text{зад}}$ .

2. Рассматривается реакция "свободного" ЛА на ступенчатое отклонение элеронов  $\delta_{\alpha \text{зад}}$  или руля направления  $\delta_{\delta \text{зад}}$ .

3. Рассматривается реакция системы ЛА-АП  $\gamma$  на управляющее воздействие угла тангажа  $\delta_{\beta \text{зад}}$ , вводятся значения параметров  $i_{\beta}, \mu_{\beta}, \nu_{\beta}$  и величина  $\delta_{\beta \text{зад}}$ .

4. Рассматривается реакция системы ЛА-АП  $\gamma$  на управляющее воздействие угла крена  $\delta_{\alpha \text{зад}}$ , вводятся значения параметров  $i_{\alpha}, \mu_{\alpha}, \nu_{\alpha}, \mu_{\delta}, T_{\delta}, \delta_{\alpha \text{зад}}$ .

5. Рассматривается реакция системы ЛА-АП  $\psi$  на управляющее воздействие угла рыскания  $\Delta \psi_{\text{зад}}$ , вводятся значения параметров  $i_{\psi}, \mu_{\psi}, \nu_{\psi}, \mu_{\delta}, T_{\delta}, T_{\alpha}, T_{\omega}, \Delta \psi_{\text{зад}}$ .

Лабораторная работа выполняется на ЭВМ (ЕС, СМ, "Электроника - 60 М") с использованием алгоритмического языка Фортран. Методику работы на ЭВМ и алгоритмический язык необходимо изучить до начала занятий [4].

Результаты работы программы обычно представляются на листинге или экране дисплея. Определим показатели качества системы:

- время протекания переходного процесса ( $t_{\text{рег}}$ );
- максимальное перерегулирование ( $\beta_{\text{max}}$ );
- установившееся значение выходного сигнала ( $\psi_{\text{уст}}$ );
- статическую ошибку системы ( $\Delta \psi - \Delta \psi_{\text{зад}}$ ).

В случае получения неудовлетворительных результатов необходимо изменить исходные данные (передаточные числа) и повторно запустить программу моделирования.

#### Контрольные вопросы

1. Какие виды возмущающих воздействий можно задать при моделировании движения "свободного" ЛА?

10

2. Как будет выглядеть математическая модель системы "ЛА-двухканальный АП  $\psi$ "?

3. Какое влияние на динамику систем оказывают величины постоянных времени фильтров  $T_{\alpha}, T_{\omega}, T_{\psi}, T_{\delta}$ ?

4. Какие операторы в программе являются операторами диалога через дисплей?

#### Работа № 4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ КРЕЙСЕРСКОГО ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Цель работы - ознакомление с методикой оптимизации режимов полета ЛА и приобретение практических навыков расчета параметров крейсерского полета ЛА на ЭВМ.

Продолжительность работы - 4 часа.

#### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с методическим руководством работы на ЭВМ [4].

2. Составить программу вычисления параметров крейсерского полета на языке программирования Фортран.

3. Ввести после проверки преподавателем составленную программу в ЭВМ с клавиатуры дисплея или магнитного диска и произвести отладку программы.

4. Запустить программу командой "Пуск". Ввести исходные данные.

5. Вывести на печать или записать с экрана дисплея результаты вычислений.

6. Составить отчет о лабораторной работе, который должен содержать:

- а) систему уравнений ЛА-АП;
  - б) таблицу исходных данных;
  - в) таблицы и графики полученных результатов оптимизации;
  - г) выводы.
7. Ответить на контрольные вопросы.

#### Методические указания

Расчет параметров полета ЛА требует решения многопараметрической задачи оптимизации по заданному критерию, в который входит расход топлива или дальность полета, а также полетное время.

Данная лабораторная работа знакомит с методикой оптимизации режимов полета и градиентным методом нахождения экстремума на ЭВМ.

Процедура вычислений оптимальных параметров приведена на примере крейсерского полета ЛА.

Для вычисления оптимальных параметров крейсерского полета используется критерий оптимальности, полученный на основании оценки себестоимости летной эксплуатации ЛА при заданных значениях полезной нагрузки и высоты вертикального эшелонирования с учетом действия возмущающих факторов, к числу которых следует отнести метеорологические факторы: ветер и изменение температуры воздуха.

Поскольку высота полета (эшелон) задается диспетчерской службой, параметры полета необходимо выбирать только исходя из возможностей регулирования скорости полета (числа М) в соответствии с начальным значением массы ЛА и выработкой топлива путем регулирования тяги двигателей.

Себестоимость полета ЛА в первую очередь зависит от расхода топлива  $m_T$  и расхода ресурса двигателей и планера, который в первом приближении может быть принят равным полетному времени  $t_n$ .

Тогда для показателя относительной себестоимости можно записать

$$a^* = k_1 m_T + k_2 t, \quad (4.1)$$

где  $k_1, k_2$  - коэффициенты приведения, соответствующие стоимости расхода топлива и ресурса ЛА.

Для выбора скорости крейсерского полета и соответствующего режима работы двигателей необходимо найти локальный минимум относительной себестоимости полета  $a^*$  в заданном диапазоне крейсерских режимов полета для данного типа ЛА как функцию ряда параметров:

$$a^* = a^*(M, M_K, \Delta T, W, \delta_{cr}), \quad (4.2)$$

где  $M_{Kmin} \leq M \leq M_{Kmax}, M_{Kmax} = 0,88$ ;

$\Delta T$  - отклонение температуры от значения международной стандартной атмосферы (МСА);  $W$  - скорость ветра;

$\delta_{cr}$  - отклонение сектора газа двигателей, задающее определенные значения тяги  $P$  и удельного расхода топлива  $C_e$ .

Очевидно, что оптимальный крейсерский полет достигается соответствующим подбором скорости полета (числа М), выбором режима работы двигателей (сектором газа  $\delta_{cr}$ ).

Схема алгоритма вычисления оптимального значения числа М крейсерского полета и значения сектора газа двигателей  $\delta_{cr}$ , при котором обеспечивается полет с выбранным значением числа М,

представлена на рис. 4.Г.

Оптимизация проводится из условия минимизации расхода топлива  $\chi_{кр}$ , кг/км, что является частным случаем критерия (4.1) при заданных значениях  $H_K$  - высота (эшелон) крейсерского полета, задаваемая перед полетом диспетчерской службой,  $m, \Delta T, W$ .

В алгоритме используется градиентный метод отыскания экстремума функции [5], реализуемый в виде итерационного процесса:

$$X_{i+1} = X_i - \xi_i \frac{\partial f(X_i)}{\partial X_i}; \quad (4.3)$$

где  $X_{i+1}$  - значение аргумента, по которому производится поиск экстремума на  $i$ -м шаге итераций;

$\xi_i$  - множитель шага  $i$ -й итерации;

$\frac{\partial f(X_i)}{\partial X_i}$  - значение частной производной на  $i$ -м шаге итерации.

Таким образом, оптимальное значение числа М подбирается по следующей зависимости:

$$M_{i+1} = M_i - \xi_i^M \frac{\partial a^*(M_i)}{\partial M_i}. \quad (4.4)$$

Итерации подбора оптимального значения величины числа М составляют внешний цикл алгоритма.

В процессе поиска экстремума на каждом шаге итераций (для каждого значения  $M_i$ ) необходимо вычислить параметры состояния динамической системы, т.е. найти потребные величины подъемной силы  $Y_i$ , силы тяги двигателей  $P_i$  и соответствующие балансирующие значения углов атаки  $\alpha_i$ , отклонения руля высоты  $\delta_{\theta_i}$  и сектора газа  $\delta_{cr_i}$ , обеспечивающие прямолинейный горизонтальный полет без ускорения.

Параметры состояния рассматриваемой динамической системы описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений, представляющих собой уравнения движения ЛА в вертикальной плоскости в проекциях на оси скоростной системы координат в сочетании с уравнением расхода топлива:

$$\frac{d(mV)}{dt} = P(H, M, \delta_{cr}, \Delta T) \cos(\alpha + \beta) - C_x(M, C_y, \delta_{\theta}) \frac{\rho(H, \Delta T) V^2}{2} S - mg \sin \theta; \quad (4.5)$$

$$\frac{d(mV\theta)}{dt} = P(H, M, \delta_{cr}, \Delta T) \sin(\alpha + \beta) + C_y(M, \alpha, \delta_{\theta}) \frac{\rho(H, \Delta T) V^2}{2} S - mg \cos \theta;$$

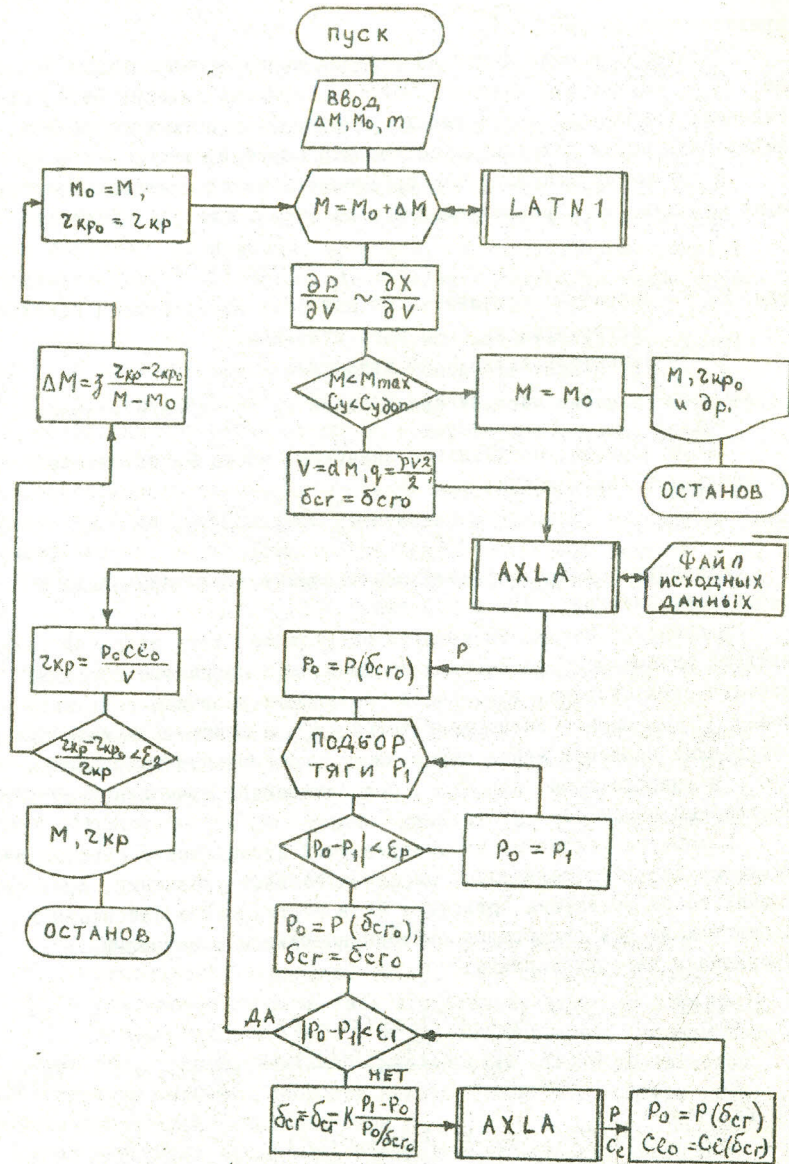


Рис. 4.1

$$\frac{dH}{dt} = V \sin \theta;$$

$$\frac{dL}{dt} = V \cos \theta; \quad \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{M_z(H, M, \delta_\theta)}{J_z}; \quad (4.5)$$

$$\frac{dm}{dt} = - \frac{C_e(H, M, \delta_{cr}, \Delta T) \cdot \rho(H, M, \delta_{cr}, \Delta T)}{3600},$$

где  $m = m_0 + m_{KH} + m_T$ ;  
 $m$  - полная масса ЛА;  
 $m_0$  - масса ЛА без коммерческой нагрузки топлива;  
 $m_{KH}$  - масса коммерческой нагрузки в конкретном рейсе;  
 $m_T$  - масса топлива.

Подбор величины потребной тяги двигательной установки для полета с числом  $M_i$  производится путем решения системы нелинейных алгебраических уравнений, полученной из системы (4.5), для установившегося горизонтального полета ЛА:

$$Y_i = mg - P_i \sin(\alpha_i + \gamma);$$

$$C_{y_{rn}} = \frac{Y_i}{q_i S};$$

$$C_{x_i} = C_{x_i}(M_i, C_{y_{rn}});$$

$$X_i = C_{x_i} q_i S;$$

$$\delta_{\beta_i} = - \frac{1}{m \delta \delta} (m_{z0} + m_{z_{дв}} + m_z \alpha_i);$$

$$\alpha_i = (C_{y_i} + C_{y \delta \delta} \delta_{\beta_i}) \frac{1}{C_{y \alpha}} + \alpha;$$

$$P_i = \frac{X_i}{\cos(\alpha_i + \gamma)}; \quad q = \frac{\rho V^2}{2}.$$

(4.6)

Данная система нелинейных уравнений решается численным методом на ЭВМ. При использовании метода простой итерации обеспечивается устойчивое получение решения во всем заданном диапазоне режимов полета ЛА.

Основную трудность при решении поставленной задачи составляет задание исходных данных летательного аппарата - подъемной силы, лобового сопротивления, силы тяги и удельного расхода двигателей. Все эти параметры имеют сложную зависимость от параметров полета (высота, скорость, состояние атмосферы) и положения органов управления ( $\delta_\beta, \delta_{cr}$ ).

В рассматриваемом алгоритме вычисление аэродинамических характеристик ЛА и параметров двигательной установки производится в отдельной подпрограмме AXLA54.



Использование такой подпрограммы совместно с подготовленным файлом исходных данных позволяет без изменения основного алгоритма и текста основной программы осуществить замену исходных данных для проведения расчетных работ с другим типом ЛА.

Входные переменные подпрограммы вычисления аэродинамических характеристик и параметров двигательной установки: высота полета  $H$ , число  $M$ ,  $\Delta T$ ,  $\delta_{ср}$  и др.

Выходные параметры: тяга двигательной установки  $P$ , удельный расход топлива  $C_e$  и др.

Однако в рассматриваемом алгоритме должна решаться задача определения положения сектора газа  $\delta_{ср}$ , соответствующего найденному из уравнений (4.6) значению потребной тяги горизонтального полета. В данном случае также можно использовать градиентный метод. Заданная точность подбора величины тяги соответствует отклонению получаемого значения тяги от рассчитанного потребного значения не более чем на  $\pm 10$  м (0,02%).

Итерация подбора требуемого значения сектора газа производится в соответствии с формулой

$$\delta_{ср, i+1} = \delta_{ср, i} - \xi_i \frac{\delta_{ср} \partial P(\delta_{ср, i})}{\partial \delta_{ср}} \quad (4.7)$$

В соответствии с вычисленным значением  $\delta_{ср}$  находится значение удельного расхода топлива  $C_e$  и производится вычисление километрового расхода топлива:

$$q_{км} = 1000 \frac{P \cdot C_e}{V} \quad (4.8)$$

При оценке параметров крейсерского полета необходимо проверить устойчивость длиннопериодического движения. Проверка осуществляется по соотношению частных производных тяги  $P$  и лобового сопротивления  $X$  по скорости полета ( $\frac{\partial P}{\partial V}$  и  $\frac{\partial X}{\partial V}$ ). Такая оценка может производиться численным методом в процессе определения оптимального значения числа  $M$  крейсерского полета.

#### Алгоритм программы

Схема алгоритма оптимизации крейсерского режима полета, представленная на рис. 4.1, включает в себя следующие этапы расчета:

- ввод исходных данных для расчета заданной высоты эшелона крейсерского полета  $H_k$ , м; массы ЛА  $m$ , кг; а в самом общем случае скорость  $W$ , м/с; отклонение температуры от МСА  $\Delta T$ , град (коэффициенты и начальные значения параметров ЛА приведены в

табл. 4.1);

Таблица 4.1

$M_{min}$	$M_{max}$	$M_0$	$\Delta M$	$P_0$ , кг	$X_0$ , кг	$H$ , м	$H_{кр}$ , м
1	2	3	4	5	6	7	8
0,6	0,9	0,65	0,005	$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$	$(9+12)10^3$

$m$ , кг	$S_{кр}$ , м <sup>2</sup>	$\xi_{ср}$	$\epsilon_p$	$\epsilon_a$	$\beta$	$\beta_k$	$q_0$
9	10	11	12	13	14	15	16
$(8+9) \cdot 10^4$	180	1,75	1	0,005	1	-0,005	8

- внешний цикл расчета - подбор оптимального значения числа  $M$  крейсерского полета, на каждом шаге этого цикла формируется новое значение числа  $M$  и внутри цикла производится анализ полученных параметров полета и вычисление очередного значения шага  $\Delta M$  для поиска наилучшего решения;

- обращение к подпрограмме расчета аэродинамических характеристик ЛА и параметров двигательной установки для текущих значений  $M$ ,  $H$ ,  $\Delta T$ ;

- решение системы нелинейных алгебраических уравнений (4.6) и вычисление потребного значения тяги горизонтального полета с заданным числом  $M$  полета;

- внутренний цикл, в котором осуществляется подбор величины сектора газа  $\delta_{ср}$ , обеспечивающего получение требуемого значения тяги;

- проверку устойчивости длиннопериодического движения; - вычисление километрового расхода топлива и проверку условий, определяющих достижение экстремума;

- выход из цикла поиска оптимального значения числа  $M$  крейсерского полета, если выполнены условия достижения экстремума, или вычисление нового значения шага изменения числа  $M$  в соответствии с формулой (4.4);

- печать результатов, включающую в себя распечатку текущих значений километрового расхода топлива, шаг подбора числа  $M$  и градиент, а также итоговый результат (найденное оптимальное значение числа  $M$  крейсерского полета и соответствующие ему значения скорости полета  $V$ , отклонение сектора газа двигателей

$\delta_{ср}$ ; балансирующее значение угла отклонения руля высоты  $\delta_g$ ; значения тяги  $P$ , удельного расхода  $C_e$ , угла  $\alpha$ , километрового

расхода топлива  $q_{KM}$ , коэффициента подъемной силы  $C_y$  и лобового сопротивления  $C_x$ .

Выход из цикла подбора оптимального значения числа  $M$  крейсерского полета может быть сделан по различным условиям, следует только учитывать, что функция километрового расхода топлива имеет достаточно пологий экстремум.

В данном алгоритме анализируется абсолютная величина градиента (4.4), которая сравнивается с фиксированной величиной (0,05). Изменением этой величины можно регулировать точность достижения экстремума.

#### Программа моделирования

Программа вычисления оптимальных параметров крейсерского полета написана на алгоритмическом языке Фортран-IV в соответствии с алгоритмом, схема которого приведена на рис. 4.1. Распечатка текста программы приведена в приложении 2. Идентификаторы, используемые в программе, приведены в табл. 4.2.

Началом программы являются описание типов переменных и задание начальных значений и констант (табл. 4.1).

Операторами ввода производится считывание файла исходных данных, используемого для расчета аэродинамических характеристик и параметров двигательной установки.

Затем производится диалог с оператором для ввода исходных параметров крейсерского полета  $H_{кр}$ ,  $m$ ; в представленном варианте программы принято, что ветер отсутствует ( $W = 0$ ) и температура воздуха соответствует МСА ( $\Delta T = 0$ ). Из параметров атмосферы требуется знать плотность воздуха на высоте  $H_k$ . Значение  $\rho_k$  вычисляется по подпрограмме  $\Delta ATN1$ , по значениям  $H_k$  и  $\Delta T$  (распечатка подпрограммы  $\Delta ATN1$  приводится в приложении 2).

После задания исходных значений начинается цикл подбора оптимального значения числа  $M$  крейсерского полета с оператора I51. Для вычисления аэродинамических характеристик ЛА параметров его двигательной установки производится обращение к подпрограмме AXLA.

Переменная	Идентификатор	Комментарии
1	2	3
$M$	$M$	Число Маха
$M_{min}$	$M_{MIN}$	Минимально допустимое значение числа $M$ крейсерского полета
$M_{max}$	$M_{MAX}$	Максимально допустимое значение числа $M$ крейсерского полета
$M_{0л}$	$M_0$	Начальное приближение оптимального значения числа $M$
$\Delta M$	$DM$	Шаг изменения числа $M$
$q_{KM}$	$OKM$	Километровый расход топлива
$q_{0KM}$	$Q_0$	Начальное приближение значения километрового расхода топлива
$\epsilon_p$	$EP$	Погрешность подбора значения тяги
	$EQ$	Значение градиента, при котором завершается поиск экстремума
	$B, BK$	Коэффициенты, используемые для подбора шага при итерациях
	$IQ$	Счетчик числа итераций
	$AF$	Массив исходных данных функции
$H$	$H$	Высота полета
$V$	$V$	Скорость полета
$\Delta t$	$DT$	Отклонение температуры от МСА
$\delta_{cr}$	$SG$	Положение сектора газа двигателей
$p$	$P$	Тяга двигателей
$p_0$	$P_0$	Начальное приближение тяги
	$R$	Удельный расход топлива
$C_y^\alpha$	$CYAL$	Производная коэффициента подъемной силы по углу атаки
$\alpha_0$	$ALNL$	Значение угла атаки, при котором достигается нулевое значение подъемной силы
$m_{z0}$	$MZ_0$	Значение коэффициента предельного момента при $\alpha = 0$
$m_z^\alpha$	$MZAL$	Производная коэффициента продольного момента по углу атаки
$m_z^{\delta\delta}$	$MZDV$	Производная коэффициента продольного момента по углу отклонения руля высоты
$C_y^{\delta\delta}$	$CYDV$	Производная коэффициента подъемной силы по углу отклонения руля высоты

1	2	3
$m$	$G$	Масса ЛА
$\rho$	$\rho_0$	Плотность воздуха
$a$	$AZ$	Скорость звука
$q$	$QU$	Скоростной напор
$Y$	$Y$	Подъемная сила
$\delta\delta$	$DELV$	Отклонение руля высоты
$Cy$	$CY$	Коэффициент подъемной силы
$Cx$	$CX$	Коэффициент лобового сопротивления
$X$	$X$	Лобовое сопротивление
$\alpha$	$AL$	Угол атаки, рад
$\alpha$	$ALF$	Угол атаки, град
$\Delta P$	$DP$	Отклонение тяги от расчетного значения
	$GRAD$	Градиент функции
	$AXLA$	Подпрограмма расчета аэродинамических характеристик и параметров двигательной установки ЛА
	$LATNI$	Подпрограмма расчета параметров МСА
	$FPOL$	Подпрограмма вычисления значения функции одной переменной
	$FDBL$	Подпрограмма вычисления значения функции двух переменных

Данная подпрограмма соответствует определенному типу ЛА. Входными переменными подпрограммы являются текущие значения параметров полета  $H, M, V, \Delta T, \delta_{cr}$ , а выходными —  $Cy, \alpha_0, m_{z0}, m_z, m^{\delta\delta}, Cx, \delta\delta$ . Применение такой подпрограммы позволяет использовать ее, вместе с файлом исходных данных, для решения различных задач динамики полета совместно с другими программами, а также производить расчеты параметров крейсерского полета для других типов ЛА путем замены одного оператора обращения к подпрограмме. Пример программы  $AXLA$  приведен в приложении 2. Данная подпрограмма  $AXLA$  обращается к двум вспомогательным подпрограммам-функциям  $FPOL$  и  $FDBL$ , выполняющим аппроксимации функций соответственно одной и двух переменных.

Во внутреннем цикле, завершаемом оператором с меткой 200, производится решение системы нелинейных алгебраических уравнений

(4.6) методом простой операции. Затем в соответствии с формулой (4.7) производится подбор значения сектора газа, обеспечивающего получение тяги для установившегося горизонтального полета с заданным числом  $M$ . Проверка устойчивости длиннопериодического движения производится путем оценки приращения тяги и лобового сопротивления на каждом шаге подбора числа  $M$  по отношению к изменению скорости полета.

В соответствии с формулой (4.8) производится вычисление значения километрового расхода топлива и проверяется условие достижения экстремума.

Если условие не выполняется, то в соответствии с формулой (4.4) производится вычисление приращения числа  $M$  и производится переход к оператору с меткой 151.

В программе организован счетчик цикла подбора числа  $M$ . Если число циклов превысит 150, что говорит о неправильной подготовке исходных данных или констант, то производится выход из цикла. Завершают текст программы операторы вывода результата.

Местоположение всех описанных блоков в программе обозначено соответствующими строками комментариев. В программе предусмотрен ряд вспомогательных операторов печати промежуточных значений переменных, которые "заблокированы" постановкой литеры  $C$  в первой колонке (поэтому они воспринимаются транслятором как комментарии и не выполняются). Если требуется включить эти операторы в работу при отладке программы, литера  $C$  должна быть стерта.

#### Контрольные вопросы

1. Как учесть влияние ветра в рассмотренной программе? Влияние изменения температуры?
2. По каким условиям можно определить достижение экстремума?
3. Каким образом произведен переход от системы уравнений (4.1) к системе (4.2)?
4. Что характеризует вычисленные в программе значения угла атаки и угла отклонения руля высоты?
5. Какими органами управления должен манипулировать бортовой вычислитель, реализующий рассмотренную программу?
6. Какие датчики первичной информации требуются для работы бортового вычислителя, реализующего оптимизацию крейсерского режима полета по минимуму километрового расхода топлива?

### Литература

1. Системы автоматизированного проектирования [ В 9-ти кн.]  
Кн. 5. Автоматизация функционального проектирования: Учеб. пособие для вузов. П.К. Кузьмик, В.Б. Маничев. Под ред. И.П. Норенкова. - М.: Высшая школа, 1986. - 144 с., ил.
2. Михалев И.А., Окоёмов Б.Н. Типовые примеры расчета структур автопилота: Учеб. пособие. - М.: МВТУ, 1985. - 48 с.
3. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортране /Пер. с англ. - М.: Мир, 1977. - 584 с.
4. Программирование на ЭВМ "Электроника-60" : Методические указания /Под ред. И.А. Михалева. - М.: МВТУ, 1987. - 27 с.
5. Методы оптимизации в статистических задачах управления /Батков А.М., Александров В.М., Мишулина А.О. и др. - М.: Машиностроение, 1974. - 240 с.

```

C      МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ((C+AM PSI))
      DIMENSION A(7),B(7)
      BYTE VIVOD(15)
      DATA HP,MX,WY,T,BT,PG,FWX,FWY/0.,0.,0.,0.,0.,0.,0.,0./
      DATA U4,PBT,RSI,G,FRS1/0.,0.,0.,0.,0.00001,0./
      DATA H,SG,PSG,TH,U2,RUL,PKUL/0.001,0.,0.,3.,0.,0.,0./
      DATA PU2,U3,FU3/0.,0.,0./
      DATA US,FUS,TE1,TE2/0.,0.,1.5,1.5/
      TYPE *,
      TYPE *,
      TYPE *,
      TYPE *,
      TYPE *,
      TYPE *,
      TYPE 12
      TYPE 12
      TYPE 222
222  FORMAT (1X,'КУДА БУДЕМ ВЫВОДИТЬ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА?',
      &/,5X,' НА ПЕЧАТЬ ТЕРМИНАЛ ИЛИ В ФАЙЛ',X)
      CALL ASSIGN (2,VIVOD,-1)
      12  FORMAT (1X,/)
      13  FORMAT (1X,/)
      100  FORMAT (1X,F6.2,10F7.2)
      102  FORMAT (7F8.4)
      103  FORMAT (2X,'ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ЧИСЛА: ',/,8F8.4)
      104  FORMAT (F8.4)
      108  FORMAT (4X,'T',6X,'MX',5X,'B',5X,'WY',5X,'BT',
      &5X,'SG',5X,'RSI',4X,'SRSI',4X,'ELR',4X,'RUL')
C
C      ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ
C
      TYPE 12
      TYPE *,
      TYPE 13
      TYPE 212
212  FORMAT (1X,'ЗАДАНЫ УГОЛ ИЗМЕНЕНИЯ КУРСА',X)
      ACCEPT 106,SRSI
      TYPE 200
200  FORMAT (1X,'КОЭФФИЦИЕНТЫ A1 - A7',X)
      ACCEPT 102,(A(I),I=1,7)
      TYPE 203
203  FORMAT (1X,'КОЭФФИЦИЕНТЫ B1 - B7',X)
      ACCEPT 102,(B(I),I=1,7)
C
C      ВВОД ПЕРЕДАТОЧНЫХ ЧИСЕЛ
C
      TYPE 12
      TYPE *,
      TYPE 204
204  FORMAT (/,1X,'ПЕРЕДАТОЧНОЕ ЧИСЛО КАНАЛА ЗЕРЕНОВ',/,
      &1X,' ПО УГЛОВОЙ СКОРОСТИ КРЕНА',X)
      ACCEPT 106,ELM
      TYPE 205
205  FORMAT (/,1X,'ПЕРЕДАТ. ЧИСЛО КАНАЛА ЗЕРЕНОВ ПО КРЕНУ',X)
      ACCEPT 106,ELI
      TYPE 206
206  FORMAT (/,1X,'ПЕРЕДАТОЧНОЕ ЧИСЛО КАНАЛА ЗЕРЕНОВ',/,1X,
      &' ПО ИНТЕГРАЛУ УГЛА КРЕНА',X)
      ACCEPT 106,ELN
      TYPE 207
207  FORMAT (/,1X,'ПЕРЕДАТОЧНОЕ ЧИСЛО КАНАЛА РУЛЯ НАПРАВЛЕНИЯ',
      &/,1X,' ПО УГЛОВОЙ СКОРОСТИ РЫСКАНИЯ',X)

```