

Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана

*Новосёлова Л.В., Савина А.Д.*

# РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ



Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. Н.Э. БАУМАНА

**РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ**  
**ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Студент \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Москва  
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
2007



УДК 744  
ББК 22.151.3  
Р13

Р13    Рабочая тетрадь по начертательной геометрии / Сост. Л.В. Новосёлова, А.Д. Савина. Под ред. Жирных Б.Г. – 4-е изд. - М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э. Баумана, 2007 – 32 с.: ил.

ISBN 5-7038-1427-8

Рабочая тетрадь содержит задачи для практических занятий по курсу «Начертательная геометрия», а также задачи для самостоятельного решения.

Для студентов МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Ил. 89

УДК 744  
ББК 22.151.3

ISBN 5-7038-1427-8

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007г.



Рабочая тетрадь содержит задачи, предназначенные для решения при изучении курса начертательной геометрии.

Задачи, помещенные в рабочую тетрадь можно разделить на три части.

Первую часть задач студенты должны решить самостоятельно при подготовке к очередному практическому занятию, предварительно проработав теоретический материал по конспекту лекций и рекомендованному учебнику. Выбор задач определяет преподаватель.

Вторую часть задач студенты решают на практических занятиях под руководством преподавателя.

Третья часть задач предназначена для самостоятельного решения с целью закрепления пройденного материала. Выбор задач определяется преподавателем.

В рабочей тетради также имеется раздел с задачами повышенной трудности, предназначенный для студентов, стремящихся к более углубленному освоению предмета. Решение задач данного раздела поможет студентам уверенно подготовится к сдаче экзамена.

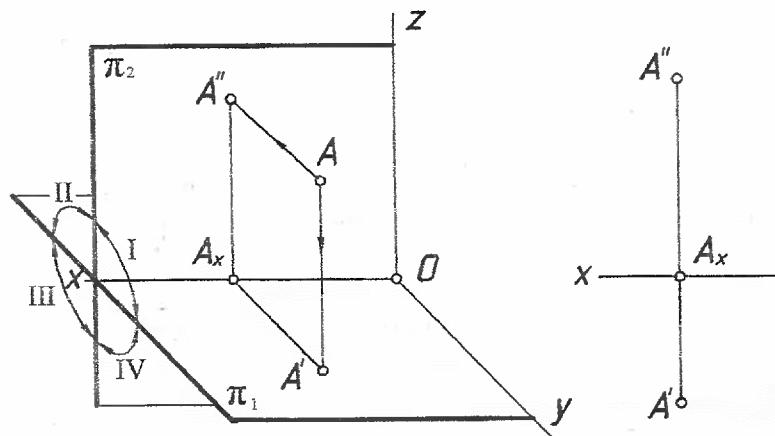
Графические построения в рабочей тетради следует выполнять максимально точно и аккуратно при помощи чертежных инструментов. Линии построения следует сохранять. Результат решения обвести цветным карандашом. Буквенные и цифровые обозначения наносить чертежным шрифтом, образец которого представлен в Приложении в конце рабочей тетради.

#### Рекомендуемая литература.

1. Фролов С.А. Начертательная геометрия - М.: ИНФРА-М, 2007.
2. Гордон В.О., Семенцов- Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии – М.: Наука, 1988.
3. Фролов С.А. Сборник задач по начертательной геометрии - М.: Машиностроение, 1980.
4. Арутюнов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии - М.: Машиностроение, 1971.
5. Пеклич В.А., Жирных Б.Г., Марков В.М. Задачи московских и российских олимпиад по начертательной геометрии: Учеб. издание. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2004.
6. Шарикян Ю.Э., Одинцова А.Е., Кашу А.А. Методические указания к выполнению домашнего задания по начертательной геометрии – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000.



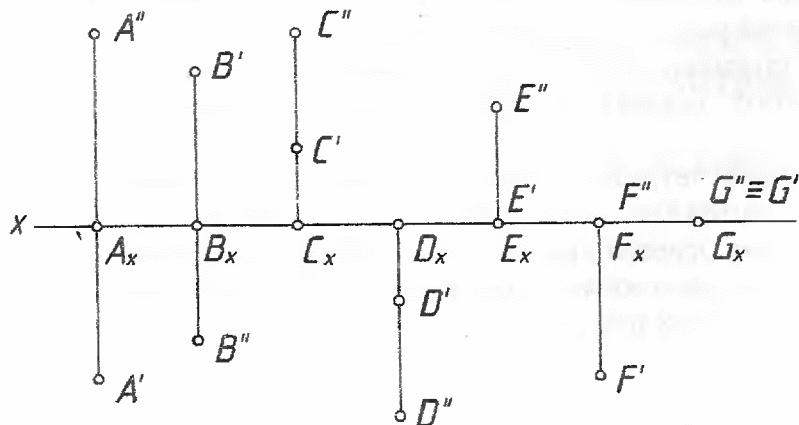
## ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ



Четверти  
пространства

	I	II	III	IV
y	+			
z	+			

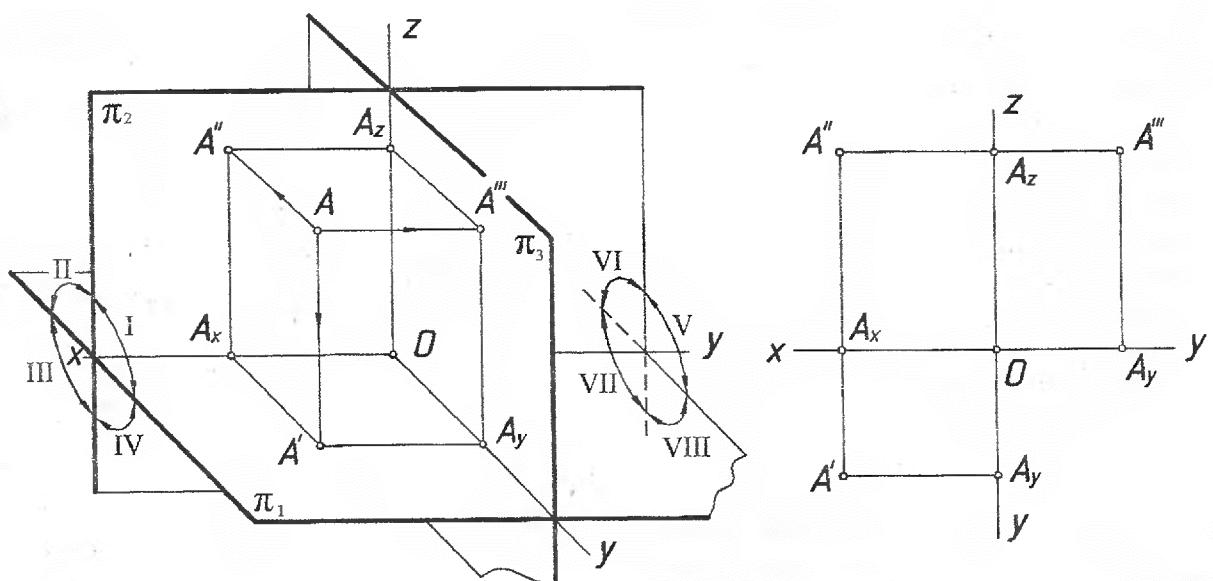
1. Определить расположение заданных точек относительно плоскостей проекций. Данные (четверть пространства, плоскость или ось проекций и координаты точек) занести в таблицу.



Точка	Располож	y	z
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			

2. Построить проекции точек **A, B, C, D** и **E** при условии, что:
- точка **A** расположена над горизонтальной плоскостью проекций на расстоянии 25 мм и за фронтальной плоскостью проекций на расстоянии 15 мм;
- точка **B** расположена под горизонтальной плоскостью проекций на расстоянии 10 мм и за фронтальной плоскостью проекций на расстоянии 20 мм;
- точка **C** расположена под горизонтальной плоскостью проекций на расстоянии 15 мм и перед фронтальной плоскостью проекций на расстоянии 15 мм;
- точка **D** расположена на фронтальной плоскости проекций на 20 мм выше горизонтальной плоскости проекций;
- точка **E** расположена на оси проекций x.

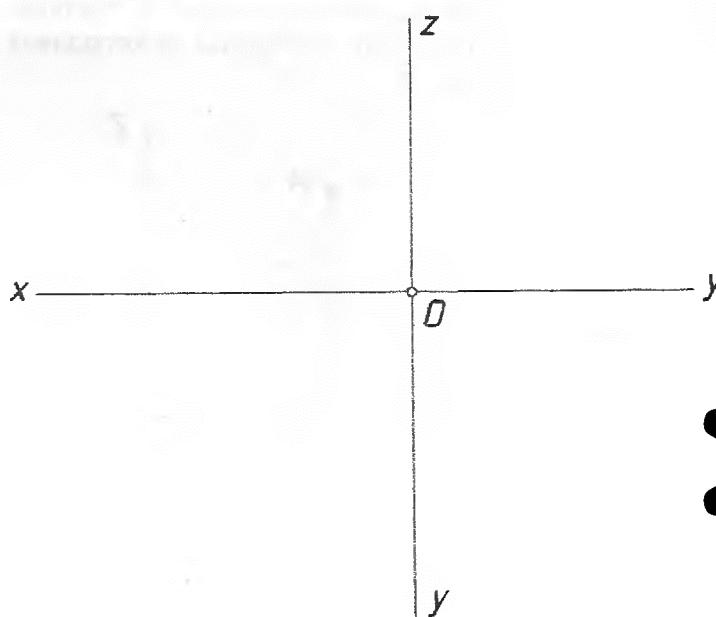




Октанты пространства

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
X	+							
Y	+							
Z	+							

3. Построить три проекции точек **A, B, C, D, E** и **F** по координатам, заданным в таблице. Определить положение точек в пространстве относительно плоскостей проекций и записать в таблицу номер октанта, плоскость или ось проекций.



Точка	X	Y	Z	Располож.
A	25	15	10	
B	-15	-20	30	
	-30	-15	-25	
D	45	25	45	
E	55	15	10	
F	0	20	0	



4. Построить профильные проекции точек **A, B, C, D, E, F**.

Определить какие точки расположены:

выше плоскости  $\pi_1$  \_\_\_\_\_

ниже плоскости  $\pi_1$  \_\_\_\_\_

перед плоскостью  $\pi_2$  \_\_\_\_\_

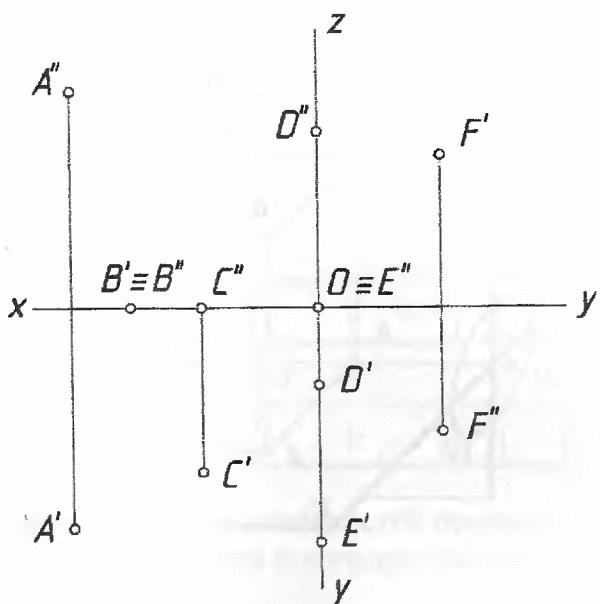
за плоскостью  $\pi_2$  \_\_\_\_\_

слева от плоскости  $\pi_3$  \_\_\_\_\_

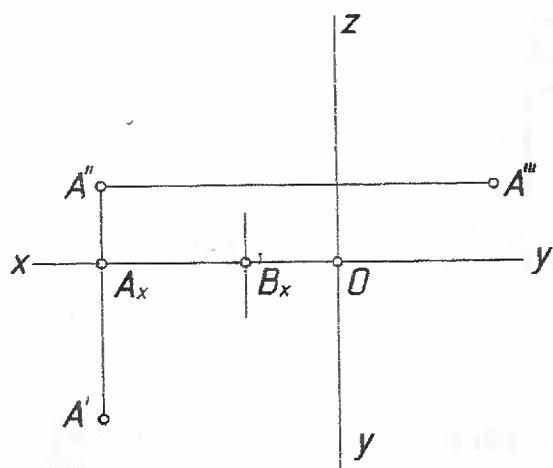
справа от плоскости  $\pi_3$  \_\_\_\_\_

на плоскостях проекций \_\_\_\_\_

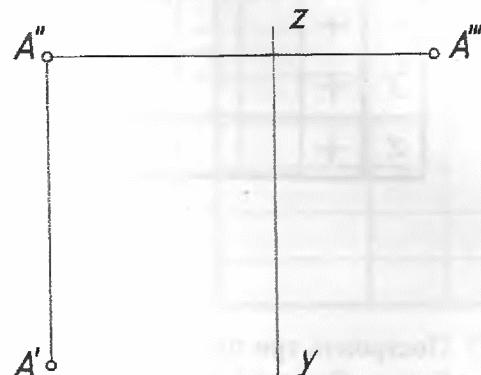
на осях координат \_\_\_\_\_



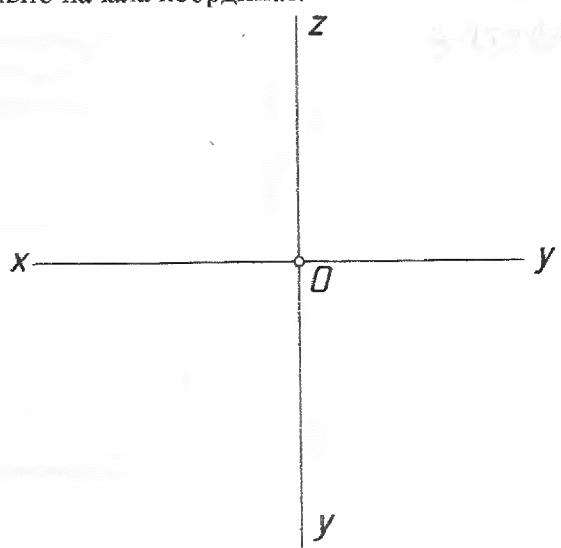
5. Построить проекции точки **B**, расположенной на 15 мм выше от плоскости  $\pi_1$  и на 10 мм ближе к плоскости  $\pi_2$ , чем точка **A**.



7. Найти положение оси проекций **x**.



6. Построить проекции точки **B**, симметричной точке **A(15, 25, 30)** относительно горизонтальной плоскости проекций, и точки **C**, симметричной точке **A** относительно начала координат.

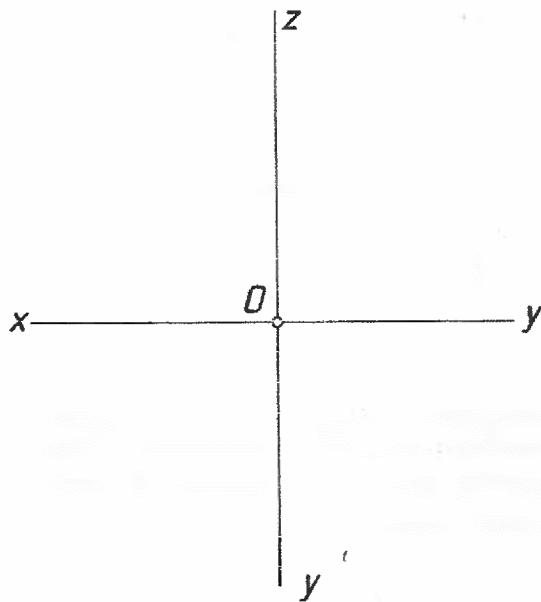


8. Построить недостающие проекции точки **A**, расположенной в третьем октанте, если отношение её координат  $|x| : |z| = 2$ .

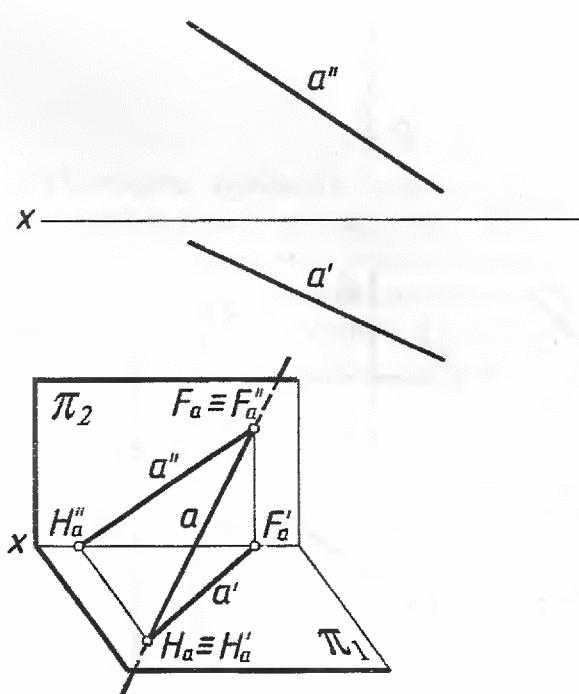


## ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

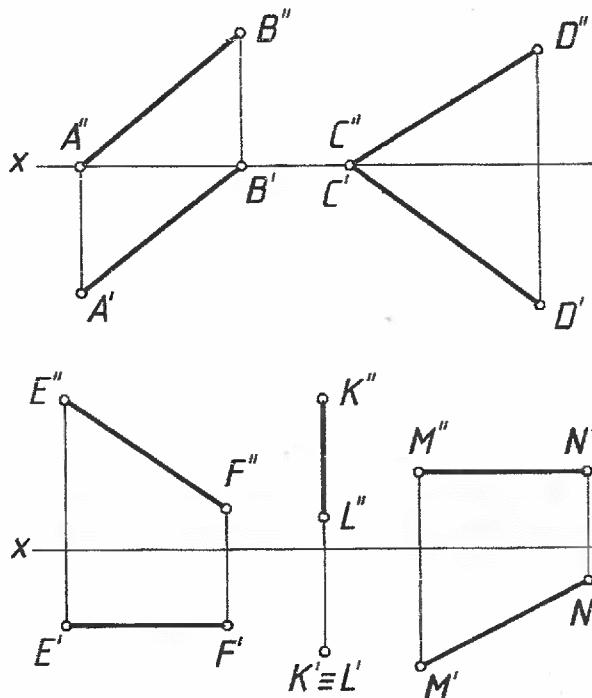
9. Построить проекции треугольника ABC по координатам его вершин: A (25,30,30), B (0,5,30), C (25,5,0). Охарактеризовать положение сторон треугольника относительно плоскостей проекций, определить их длину и углы наклона к плоскостям проекций.



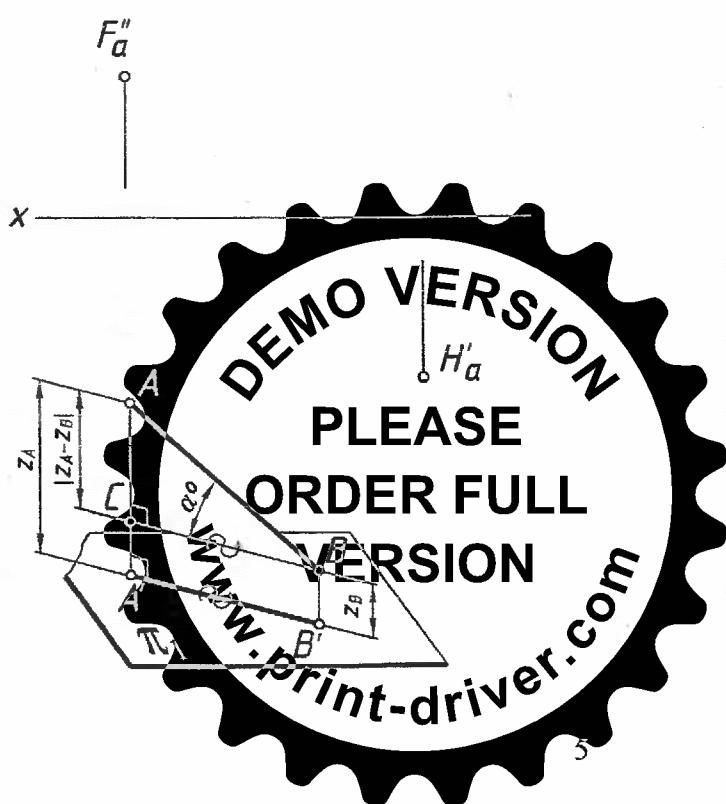
11. Построить проекции следов прямой а. Найти проекции точки A, которая делит отрезок прямой между следами в отношении 1:3.



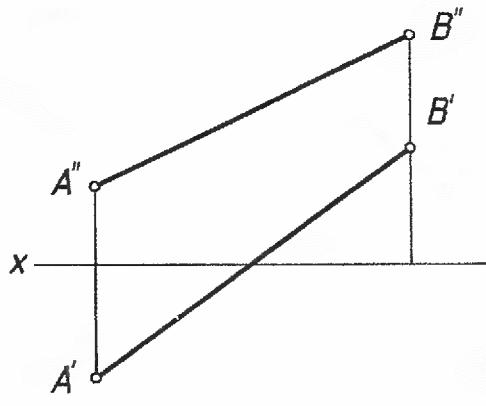
10. Определить положение заданных отрезков относительно плоскостей проекций. Найти следы прямых, которым принадлежат эти отрезки.



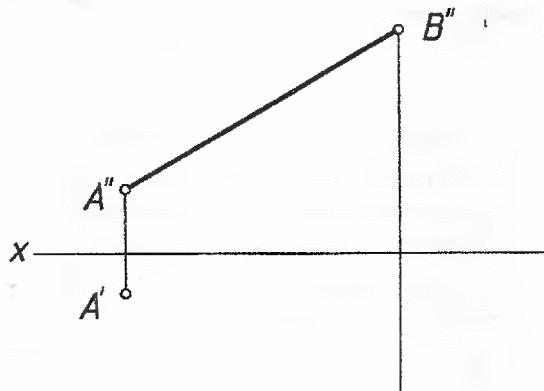
12. Построить проекции прямой а по заданным проекциям её следов. Определить через какие четверти пространства проходит прямая. Определить длину отрезка прямой между её следами.



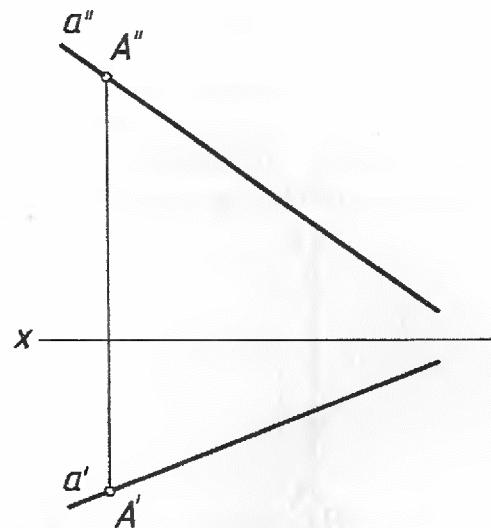
13. Определить длину отрезка **AB** и углы наклона его к плоскостям проекций.



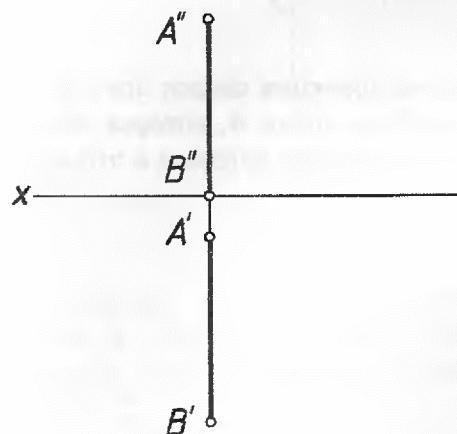
15. Построить горизонтальную проекцию отрезка **AB**, если угол наклона его к фронтальной плоскости проекций равен  $30^\circ$ .



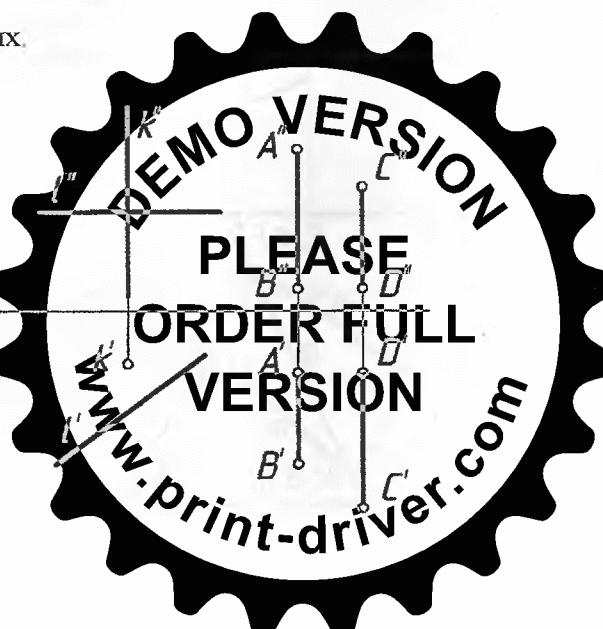
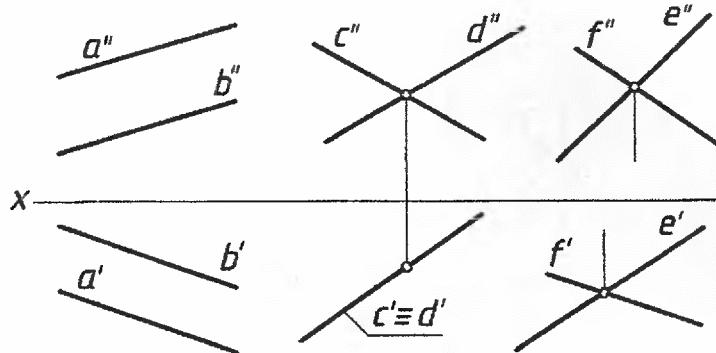
14. Построить проекции отрезка **AB**, равного 40 мм и принадлежащего прямой **a**.



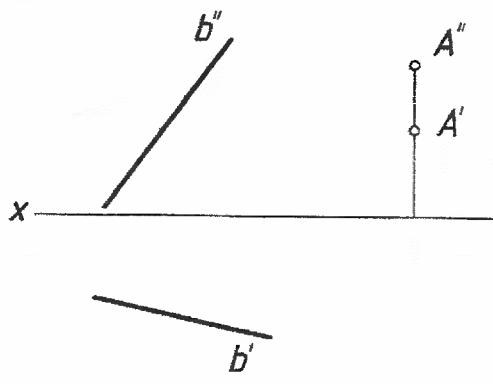
16. Построить проекции точки **C**, принадлежащей отрезку **AB** и удалённой от горизонтальной плоскости проекций на 10 мм. Определить длину отрезка **AC**.



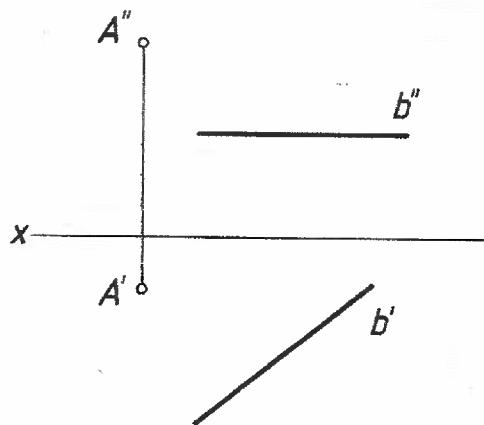
17. Определить взаимное положение заданных прямых.



18. Построить проекции горизонтальной прямой, проходящей через точку **A** и пересекающей прямую **b**.

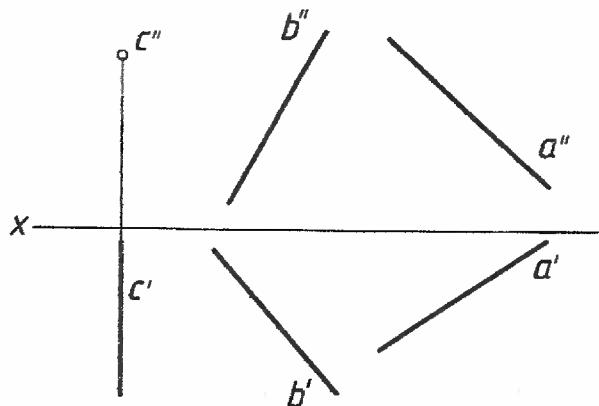


20. Построить проекции прямой **c**, проходящей через точку **A** и пересекающей прямую **b** под углом  $90^\circ$ .

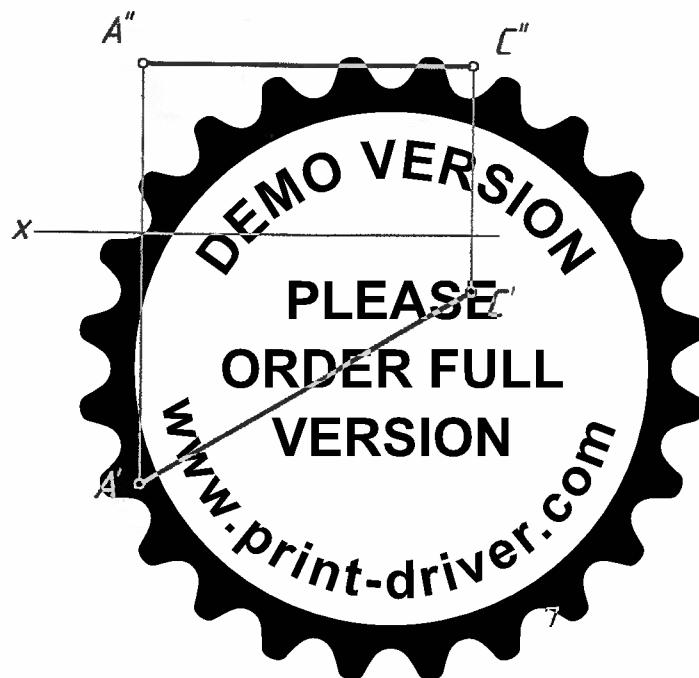
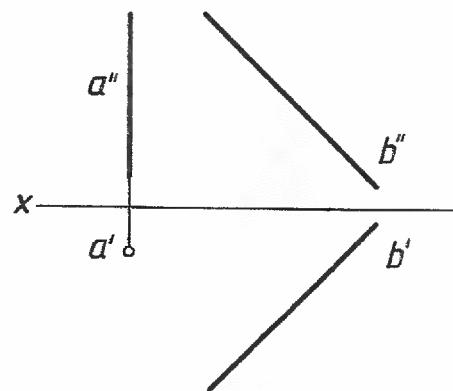


22. Построить проекции отрезка **BD**, перпендикулярного отрезку **AC**, если точка пересечения этих отрезков делит их пополам, точка **B** принадлежит фронтальной плоскости проекций, а точка **D** равноудалена от плоскостей проекций.

19. Построить проекции прямой **d**, параллельной прямой **a** и пересекающей прямые **b** и **c**.

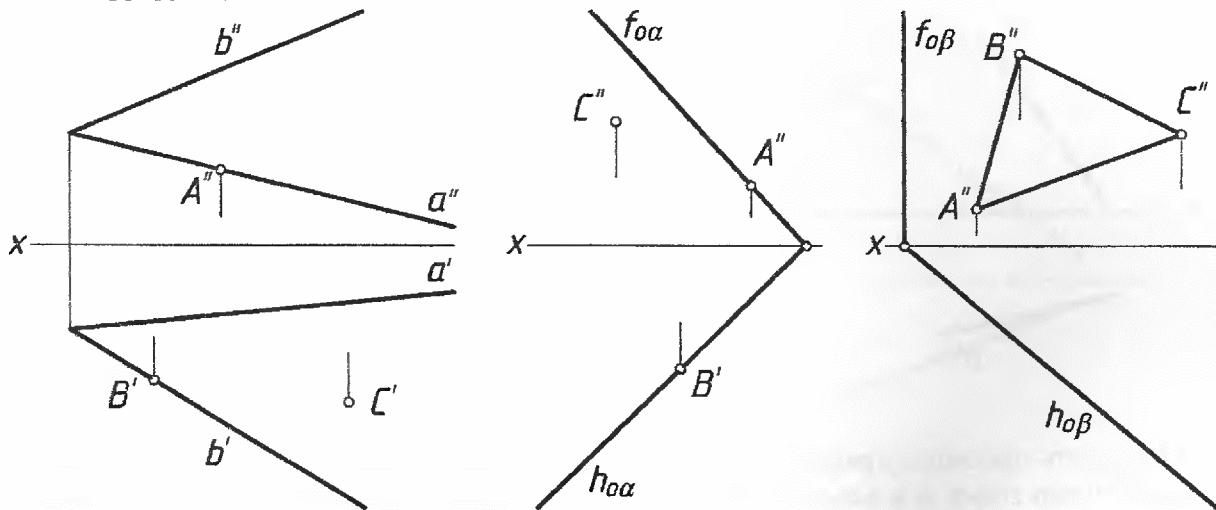


21. Построить проекции прямой **c**, пересекающей прямые **a** и **b** под прямым углом.

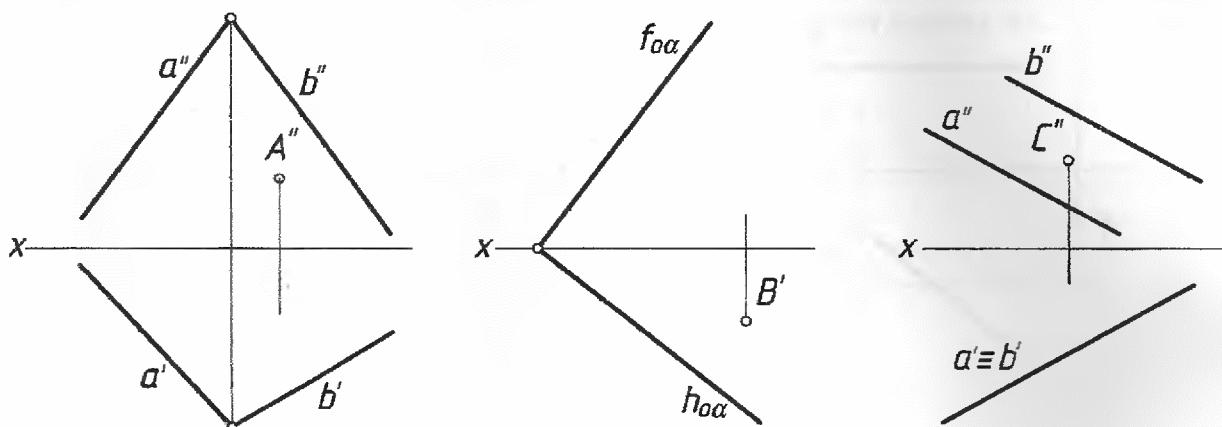


## ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ. ТОЧКА И ПРЯМАЯ В ПЛОСКОСТИ

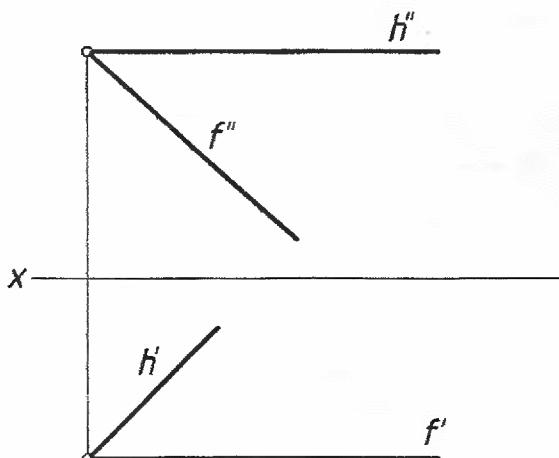
23. Определить положение заданных плоскостей относительно плоскостей проекций. Построить проекции треугольников **ABC**, расположенных в этих плоскостях.



24. Определить положение заданных плоскостей относительно плоскостей проекций. Построить проекции горизонталей и фронталей этих плоскостей, проходящих через точки **A**, **B** и **C**, расположенные в этих плоскостях.



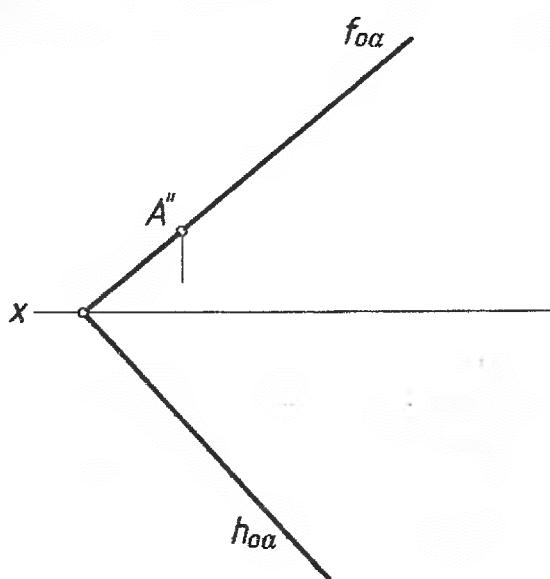
25. Построить следы заданной плоскости.



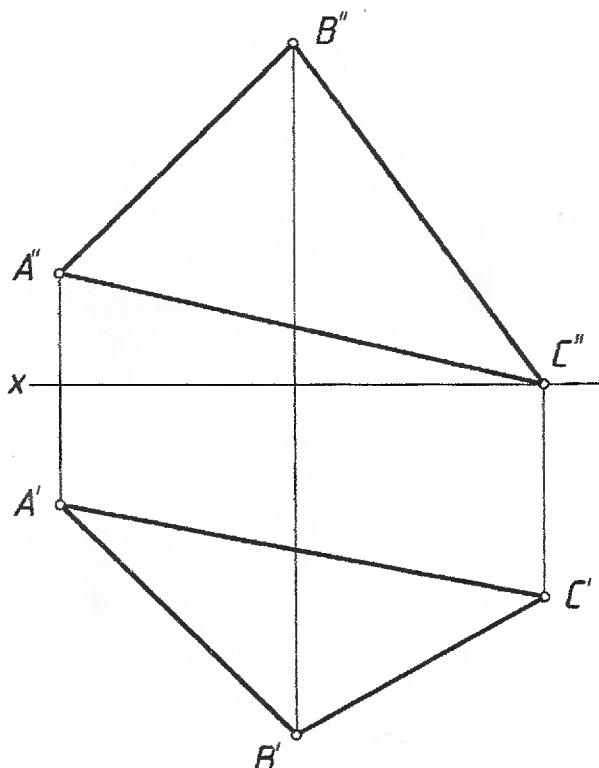
26. Заключить прямую **a** в горизонтально-проецирующую плоскость, а прямую **b** во фронтально-проецирующую плоскость.  
Плоскости задать следами.



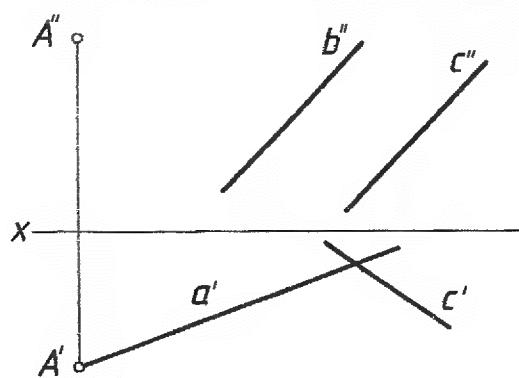
27. Построить проекции равнобедренного  $\Delta ABC$ , лежащего в плоскости  $\alpha$ . Боковые стороны  $AB=BC=30$  мм. Сторона  $AB \parallel \pi_1$ , а сторона  $BC \parallel \pi_2$ .



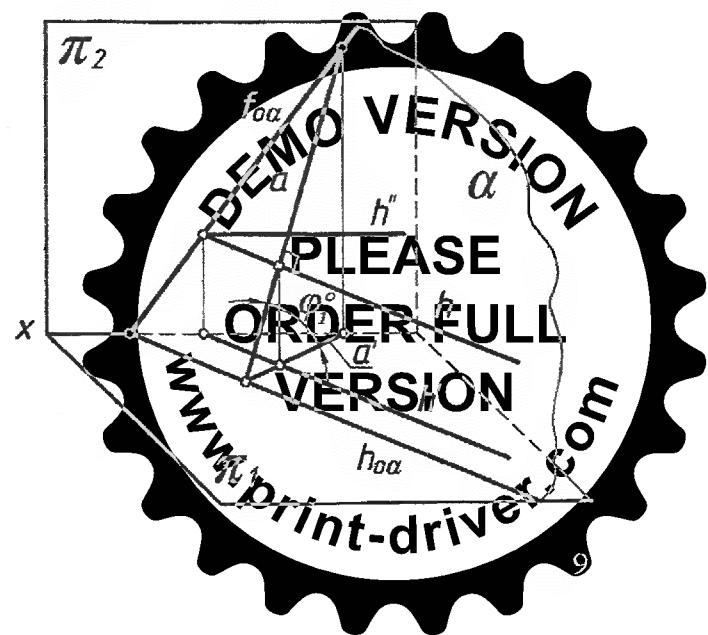
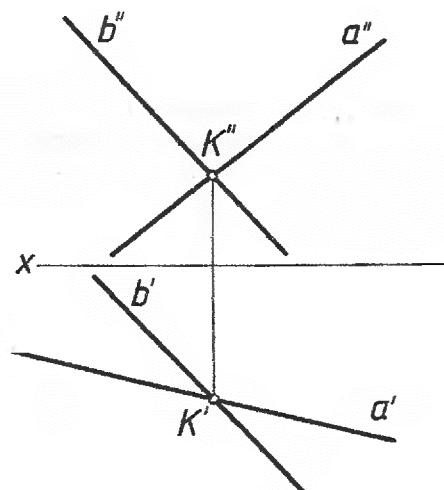
30. Определить углы наклона плоскости  $\Delta ABC$  к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций.



28. Построить недостающие проекции прямых  $a$  и  $b$ , если прямые  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и точка  $A$  лежат в одной плоскости.

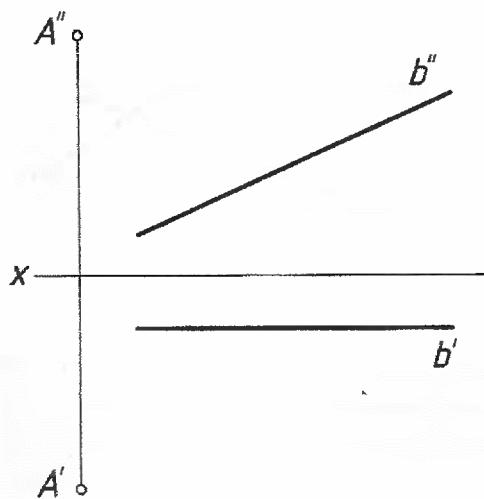


29. Через точку  $K$  провести горизонталь и фронталь заданной плоскости.

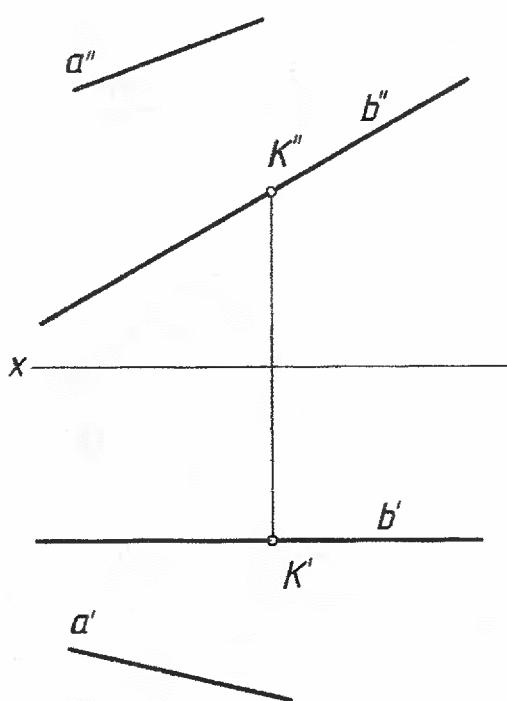


## ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИЙ ПЛОСКИХ ФИГУР

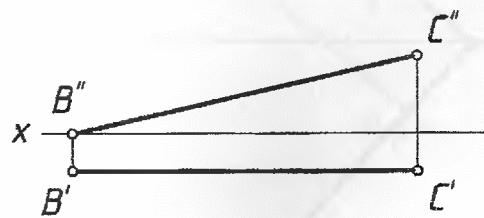
31. Построить проекции прямоугольного  $\Delta ABC$ , у которого сторона  $BC$  лежит на прямой  $b$ , угол  $B$  равен  $90^\circ$ , а гипотенуза  $AC$  равна 50 мм.



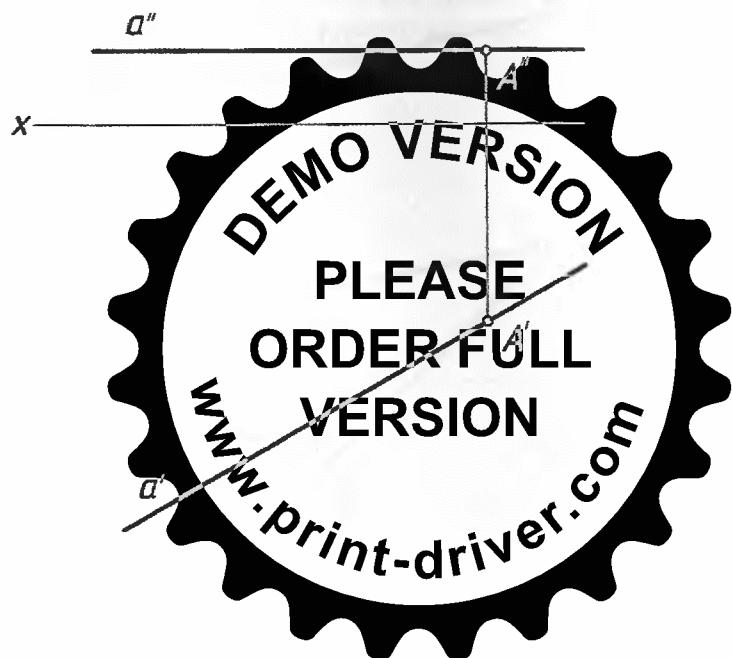
33. Построить проекции квадрата  $ABCD$  с вершиной  $A$  на прямой  $a$  и диагональю  $BD$  на прямой  $b$ . Диагонали квадрата пересекаются в точке  $K$ .



32. Построить проекции равностороннего  $\Delta ABC$ , плоскость которого наклонена к фронтальной плоскости проекций под углом  $45^\circ$ .



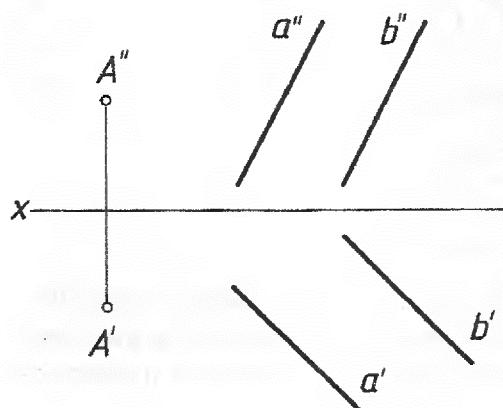
34. Построить проекции квадрата  $ABCD$  со стороной  $AD$  на прямой  $a$  и вершиной  $B$  на фронтальной плоскости проекций. Плоскость квадрата наклонена к горизонтальной плоскости проекций под углом  $45^\circ$ .



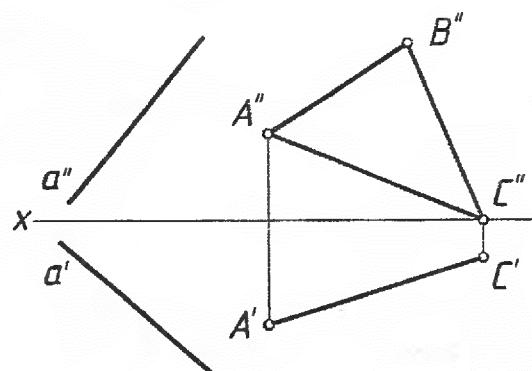
## ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

### 1. Параллельность прямой и плоскости, двух плоскостей

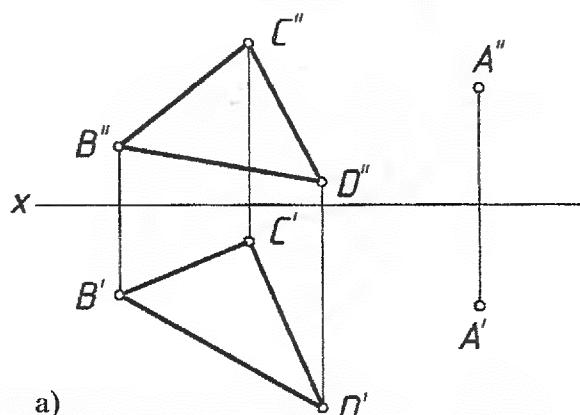
35. Построить проекции горизонтальной прямой, проходящей через точку А параллельно плоскости, заданной прямыми а и б.



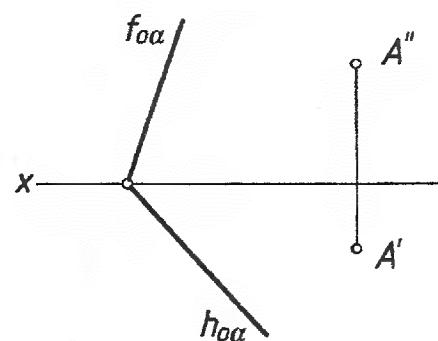
36. Достроить горизонтальную проекцию треугольника ABC, плоскость которого параллельна прямой а.



37. Построить проекции плоскости, проходящей через точку А параллельно плоскости, заданной на чертеже. Плоскости задать: а) горизонтально и фронтально; б) следами.



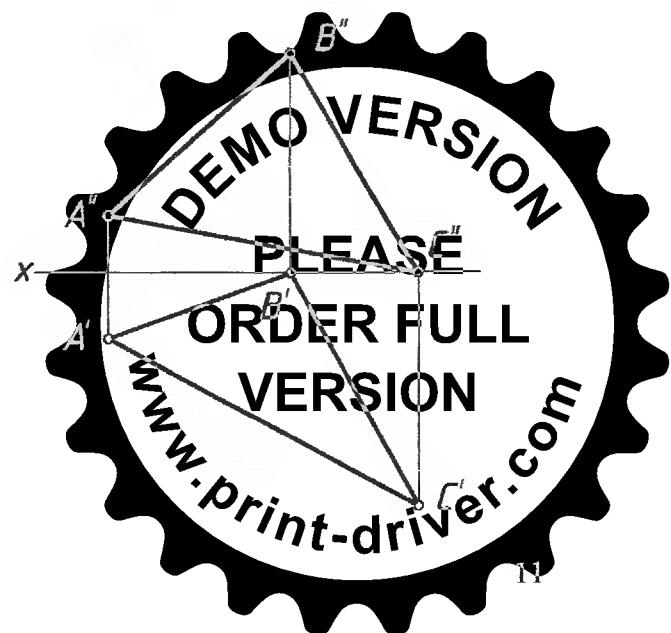
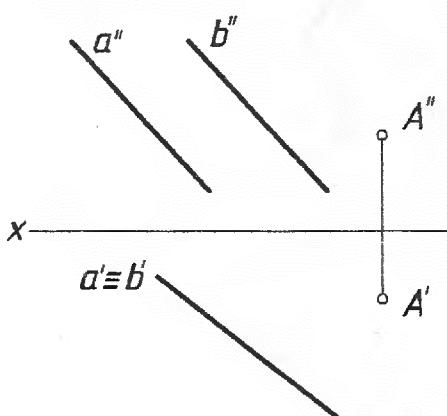
а)



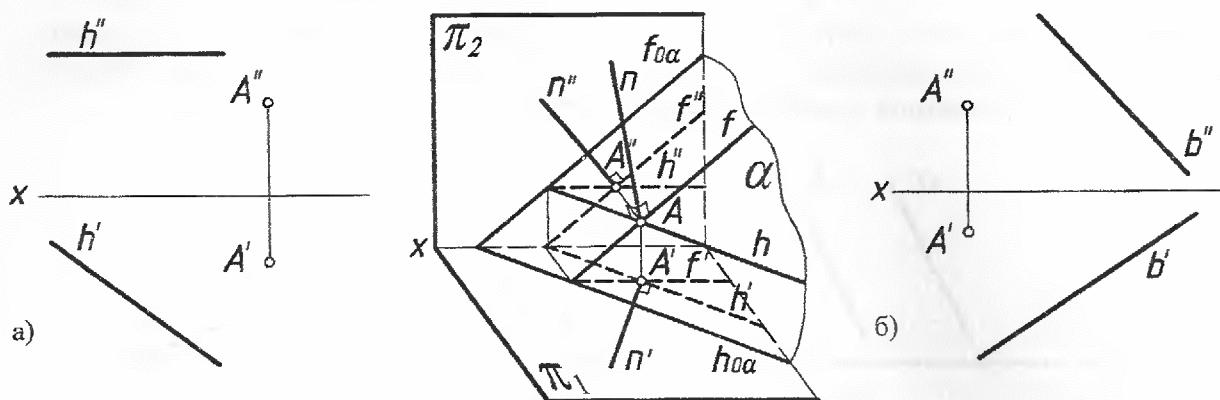
б)

### 2. Перпендикулярность прямой и плоскости, двух плоскостей

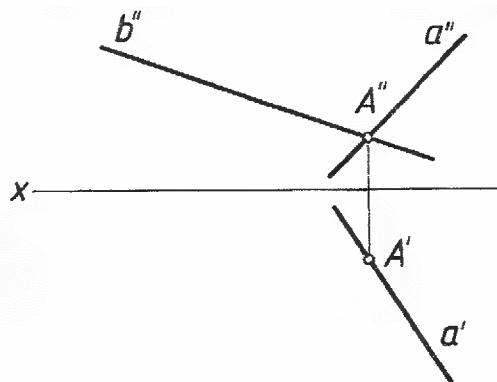
38. Построить проекции прямой, проходящей через точку А перпендикулярно к заданной плоскости.



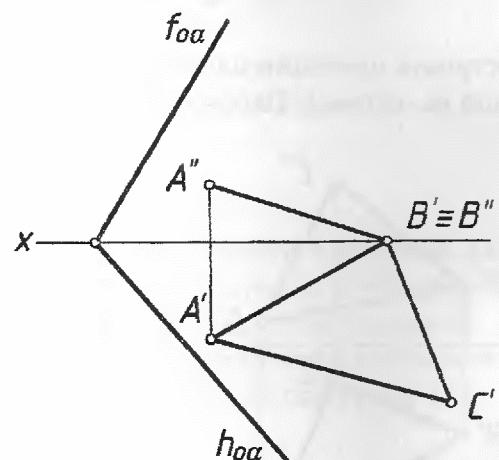
39. Построить проекции плоскостей, перпендикулярных к заданным прямым  $h$  (п. а) и  $b$  (п. б) и проходящих через точку А.



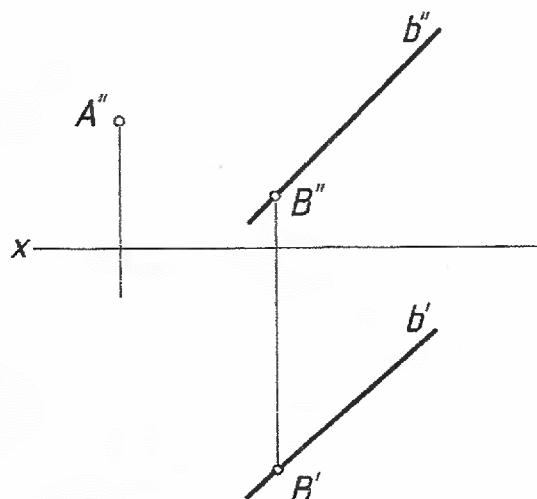
40. Построить горизонтальную проекцию прямой  $b$ , пересекающей прямую  $a$  в точке А, если прямые  $a$  и  $b$  взаимно перпендикулярны.



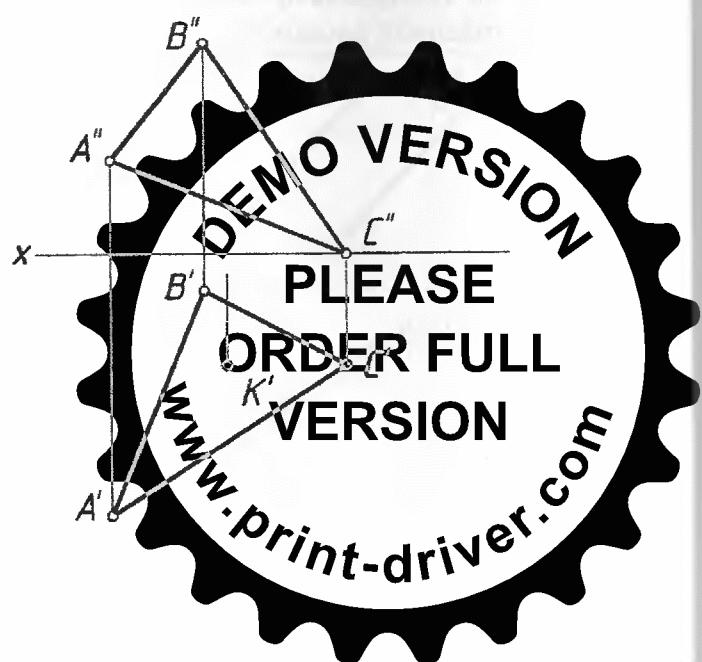
41. Достроить фронтальную проекцию треугольника ABC, плоскость которого перпендикулярна к заданной плоскости  $\alpha$ .



42. Построить проекции равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом при вершине В и катетом BC на прямой  $b$ .

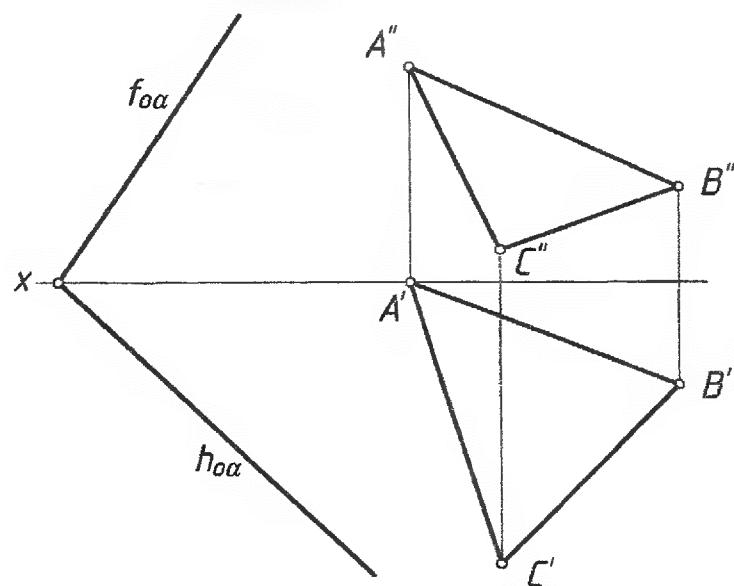
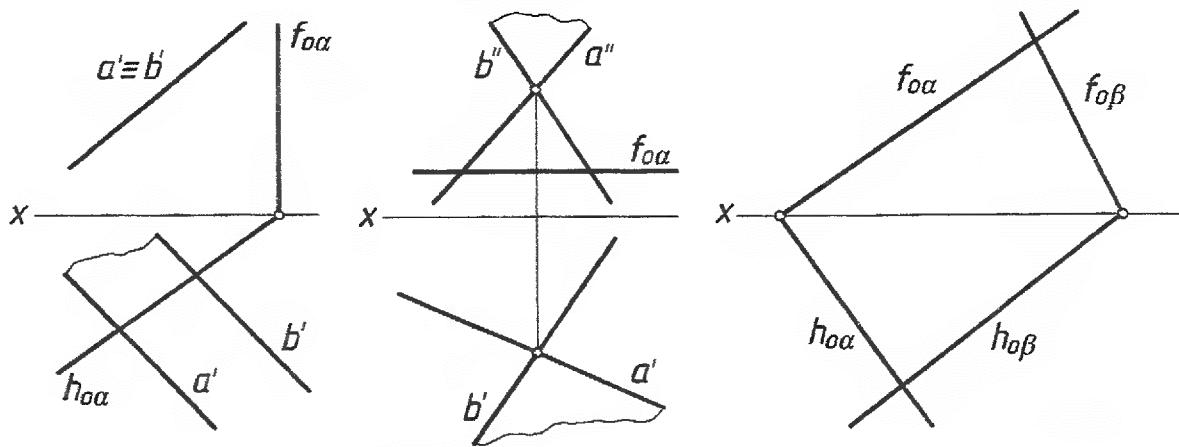


43. Построить проекции пирамиды SABC высота которой 35 мм. Точка К - основание высоты пирамиды.

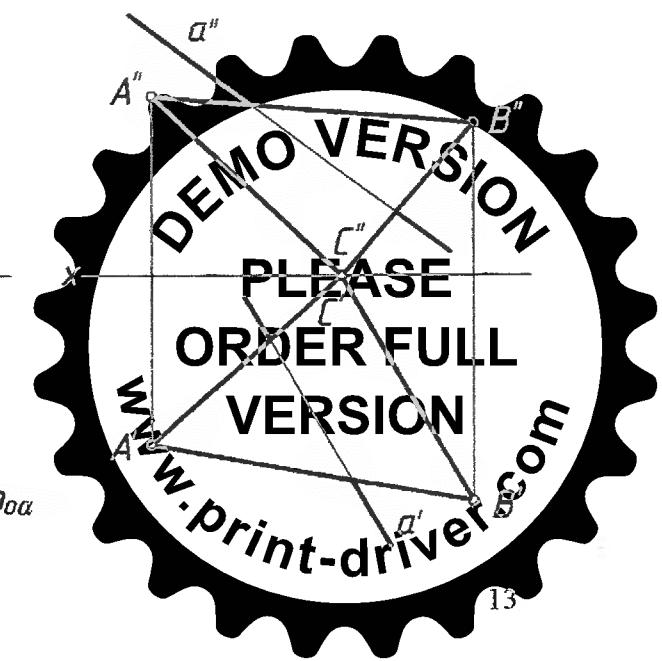
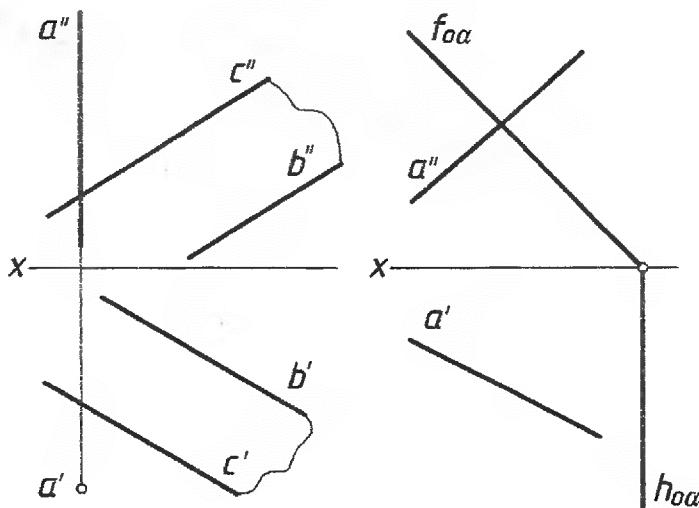


### 3. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей

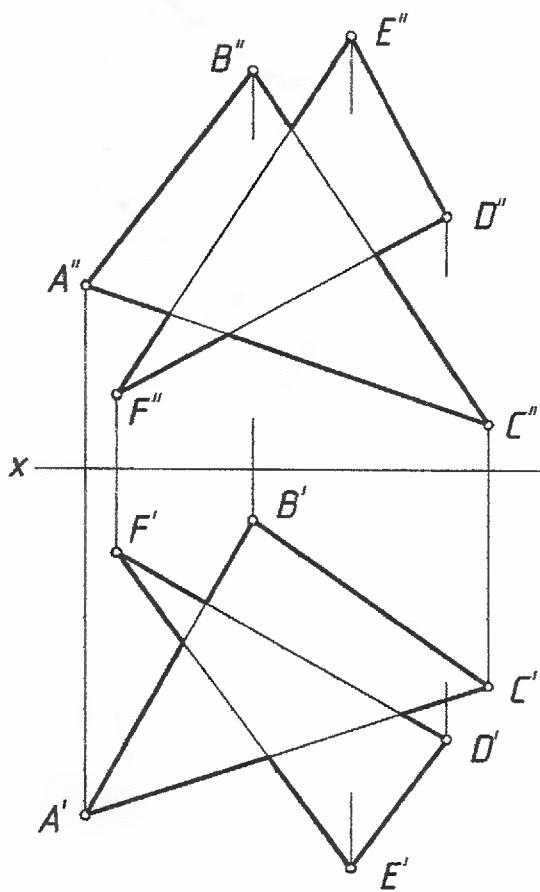
44. Построить проекции линий пересечения заданных плоскостей.



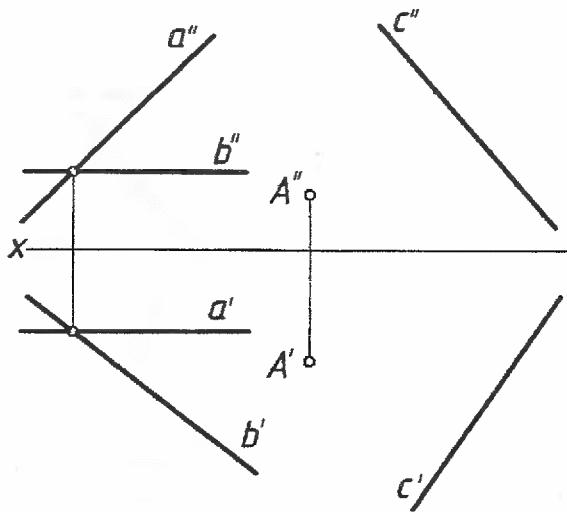
45. Построить проекции точек пересечения прямой  $a$  с заданными плоскостями.  
Определить видимость прямой относительно плоскостей.



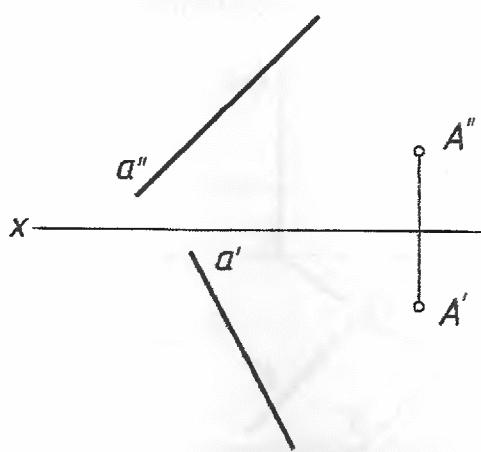
46. Построить проекции линии пересечения двух треугольников и определить их взаимную видимость.



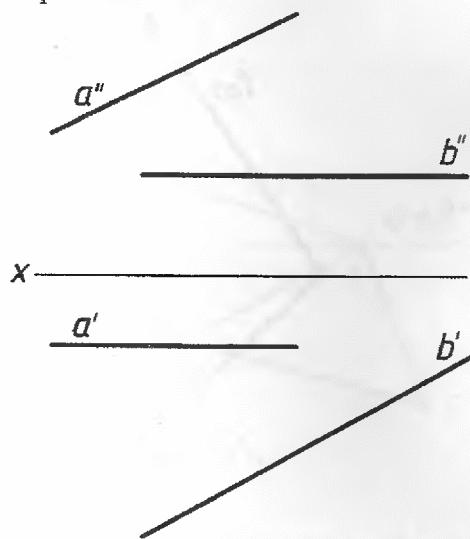
49. Построить проекции прямой , проходящей через точку А параллельно плоскости, заданной прямыми а и б, и пересекающей прямую с.



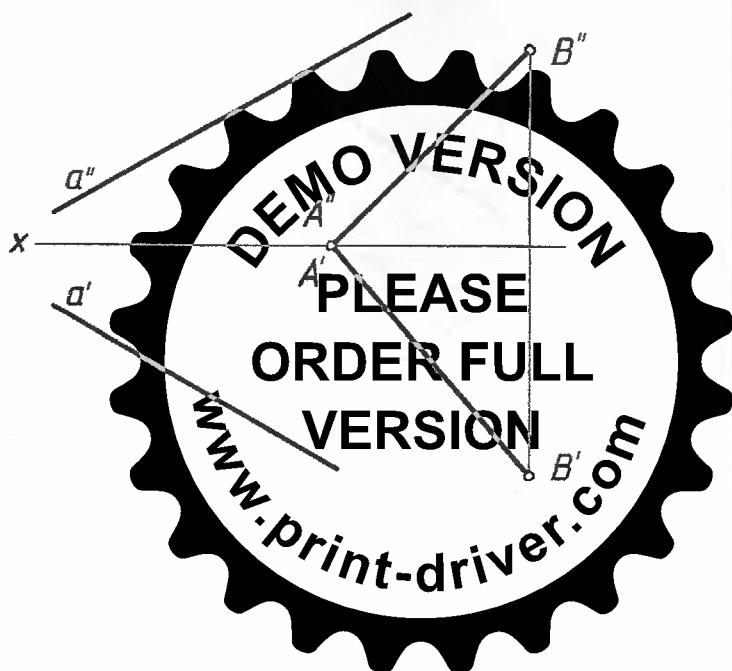
47. Определить расстояние от точки А до прямой а.



48. Определить расстояние между прямыми а и б.



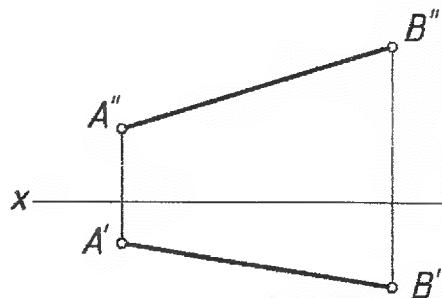
50. Построить проекции точки, принадлежащей прямой а и равноудалённой от концов отрезка АВ.



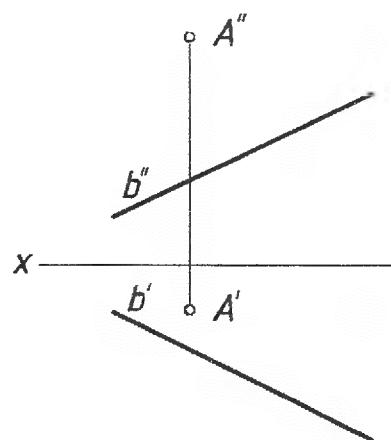
## СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

### 1. Способ замены плоскостей проекций

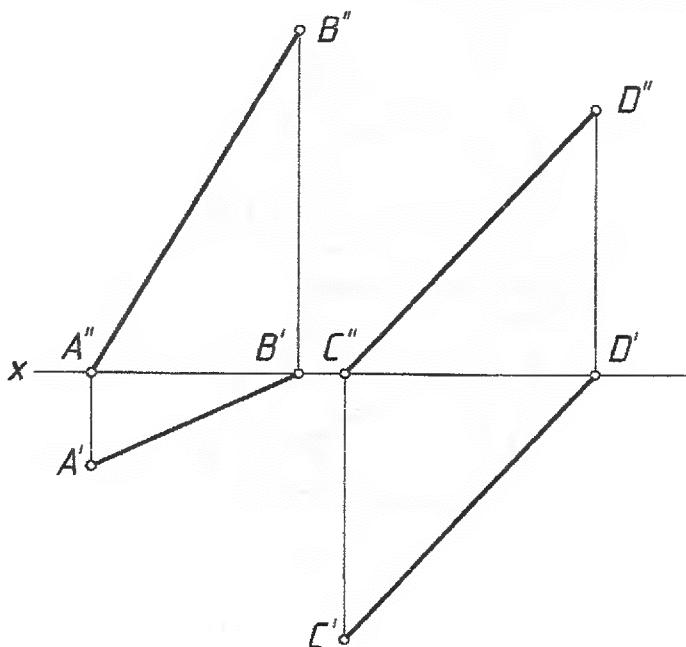
51. Заменой плоскостей проекций преобразовать чертёж отрезка **AB** так, чтобы в новой системе плоскостей проекций отрезок занял проецирующее положение.



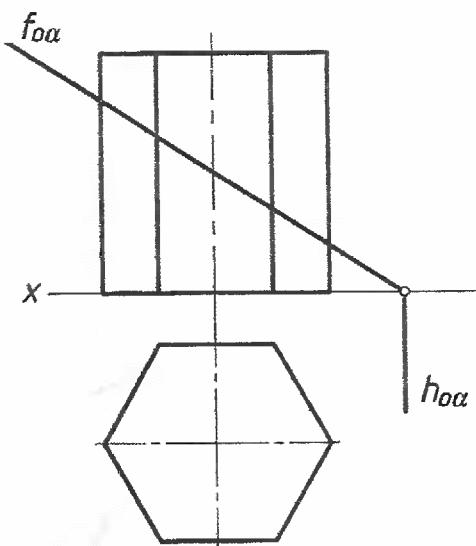
52. Построить проекции перпендикуляра, опущенного из точки **A** на прямую **b**. Применить при решении способ замены плоскостей проекций.



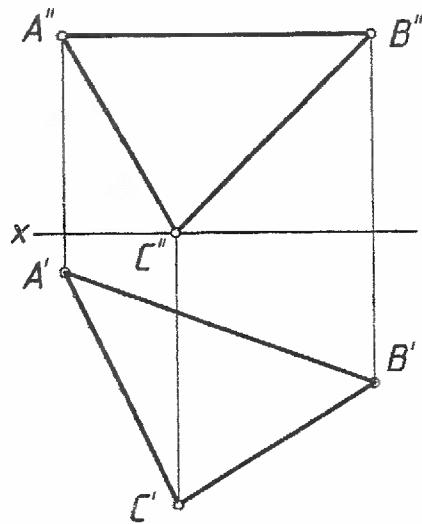
53. Определить расстояние между отрезками **AB** и **CD**, применив способ замены плоскостей проекций. Построить проекции отрезка, определяющего это расстояние.



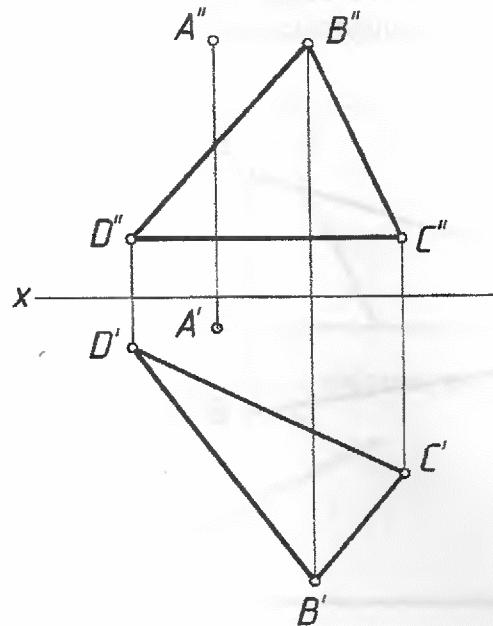
54. Построить натуральный вид сечения призмы плоскостью  $\alpha$ , используя способ замены плоскостей проекций.



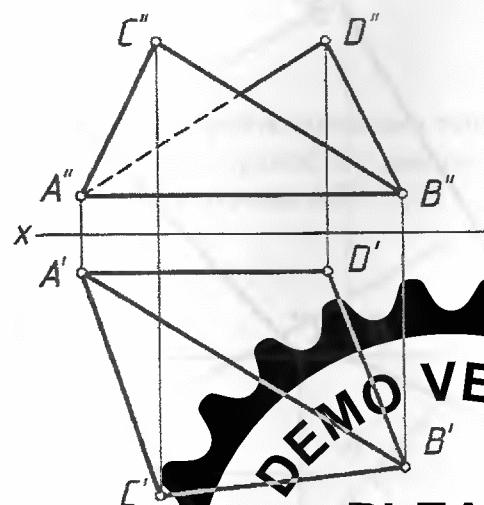
56. Построить проекции центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , используя способ замены плоскостей проекций.



55. Определить расстояние от точки  $A$  до плоскости треугольника  $BCD$ , применив способ замены плоскостей проекций. Построить проекции отрезка, определяющего это расстояние.

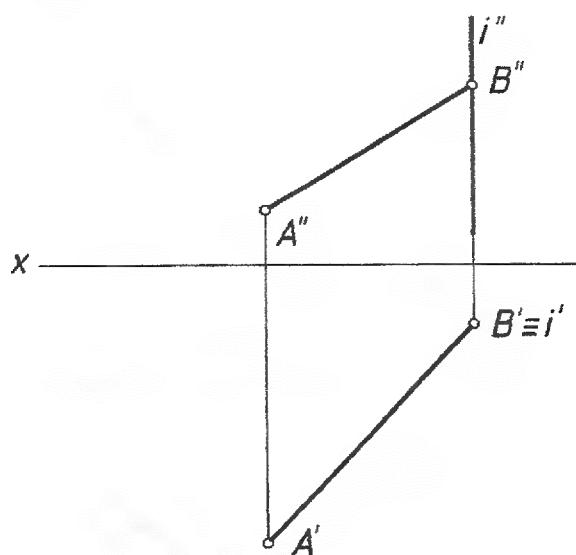


57. Определить величину двугранного угла между плоскостями треугольников  $ABC$  и  $ABD$ .

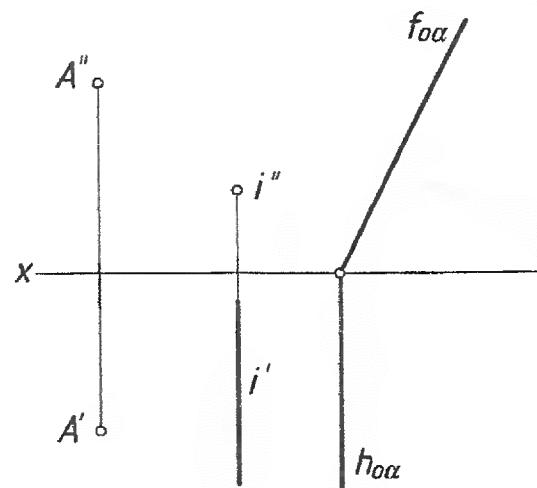


## 2. Способ вращения вокруг проецирующей прямой

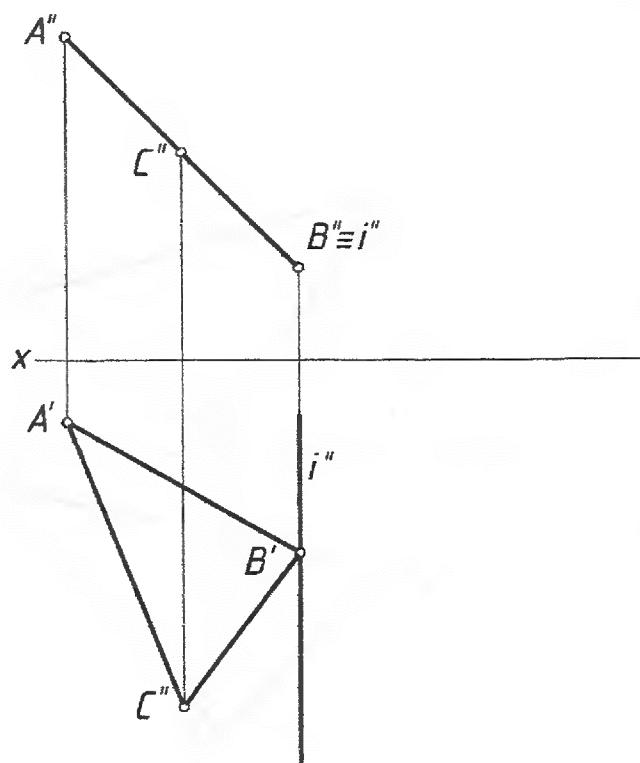
58. Повернуть отрезок АВ вокруг прямой  $i$  так, чтобы он стал параллелен фронтальной плоскости проекций.



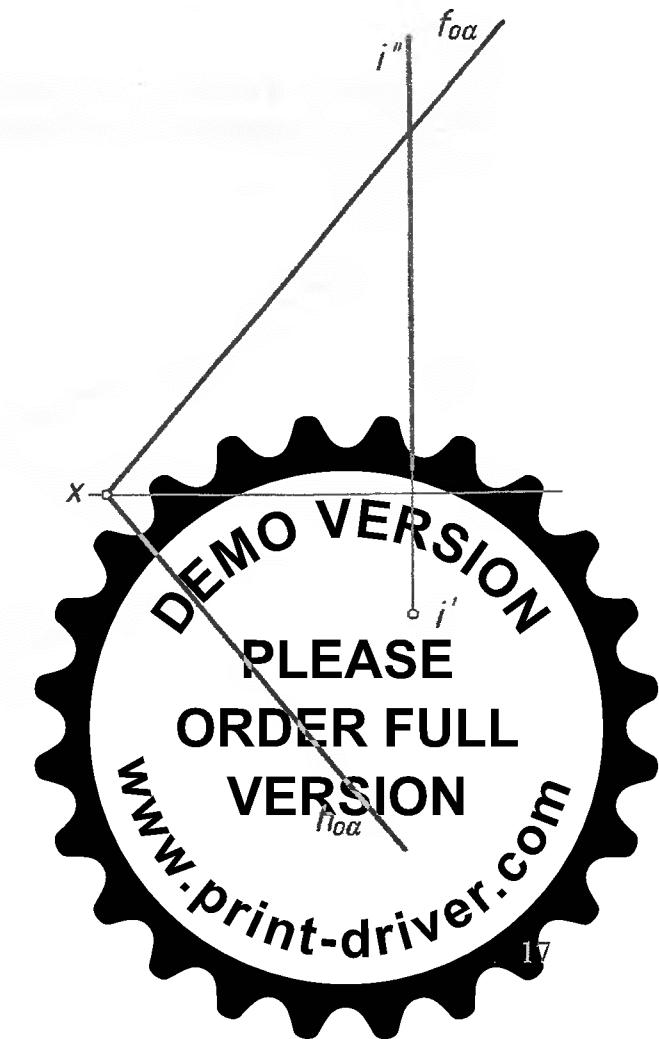
59. Повернуть точку А вокруг прямой  $i$ , чтобы она оказалась в плоскости  $\alpha$ .



60. Определить истинный вид треугольника  $ABC$ , применив вращение вокруг прямой  $i$ .

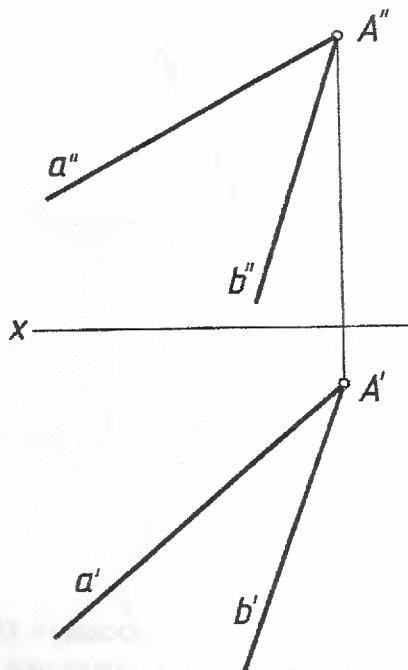


61. Определить угол наклона плоскости  $\alpha$  к горизонтальной плоскости проекций, применив вращение вокруг прямой  $i$ .

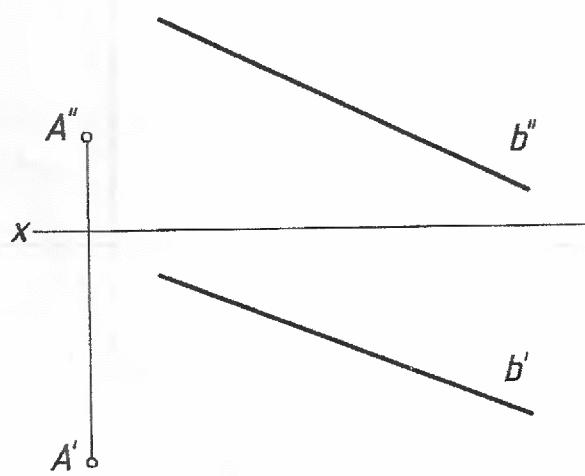


### 3. Способ вращения вокруг прямой уровня

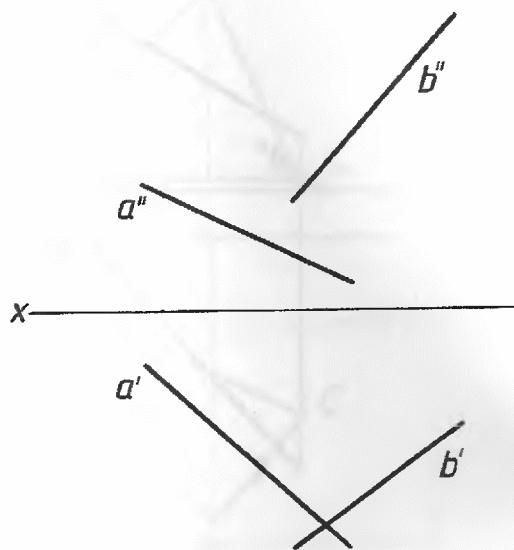
62. Построить проекции биссектрисы угла А, применив вращение вокруг горизонтали.



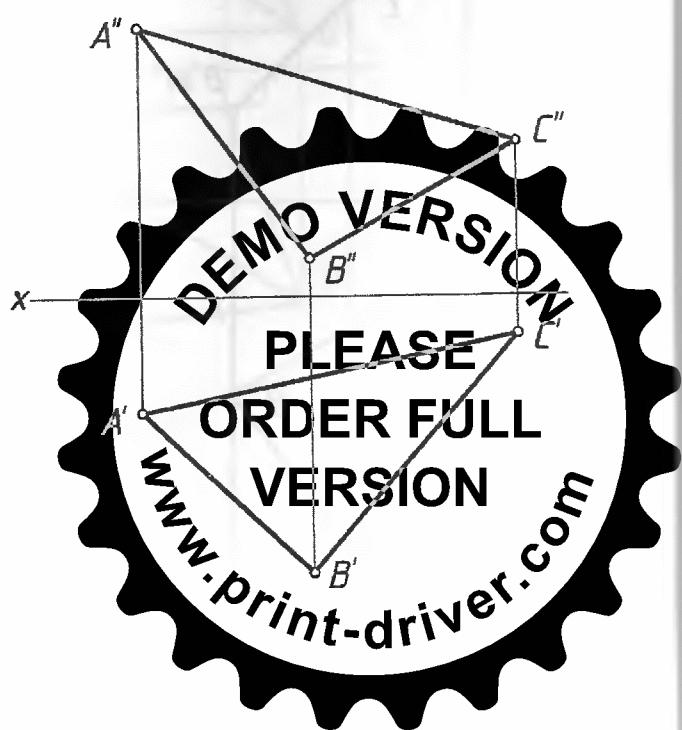
64. Определить расстояние от точки А до прямой **b**, применив вращение вокруг горизонтали.

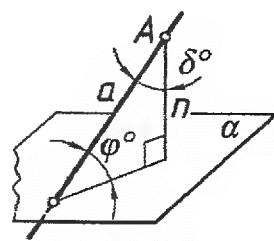


63. Определить угол между прямыми **a** и **b**, применив вращение вокруг фронтали.

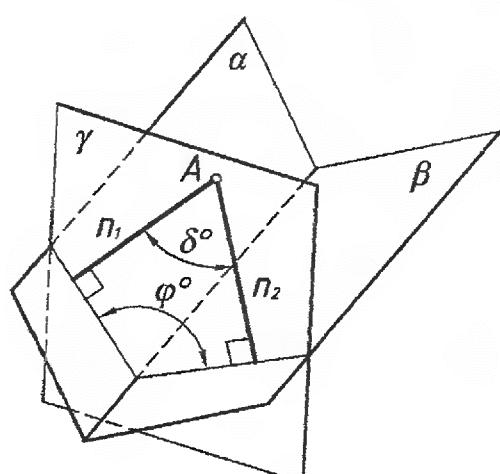
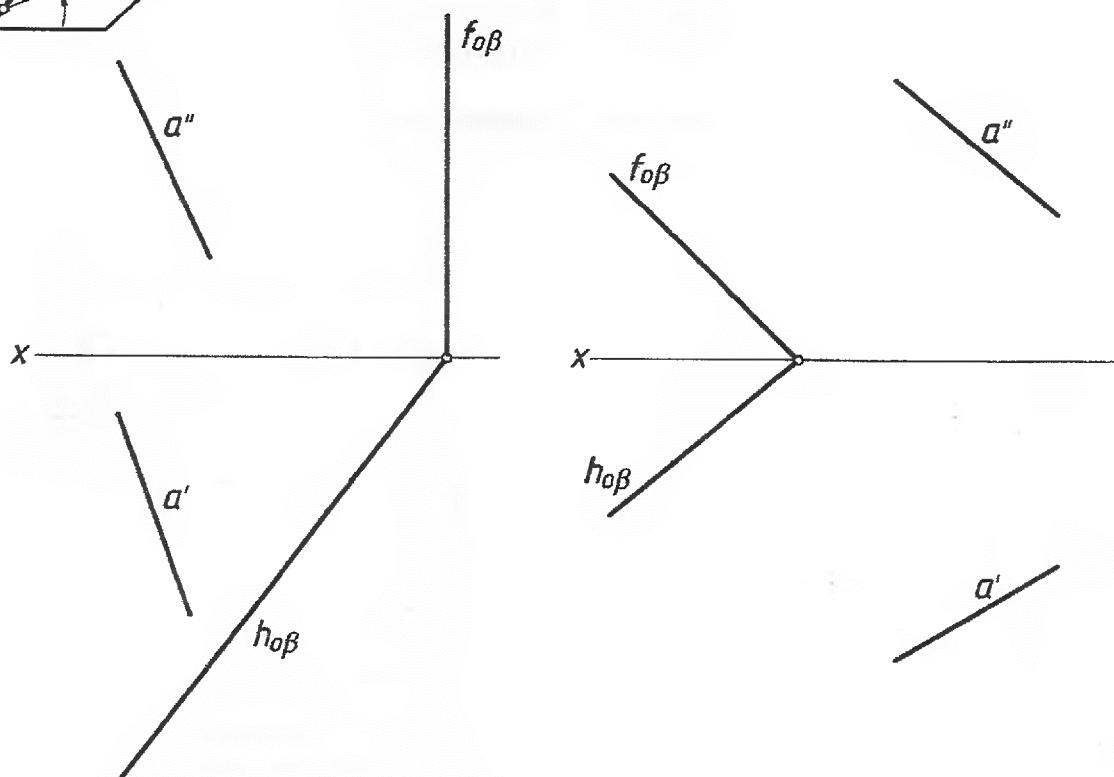


65. Построить проекции центра окружности, описанной около треугольника ABC, применив вращение вокруг фронтали, проходящей через вершину С.

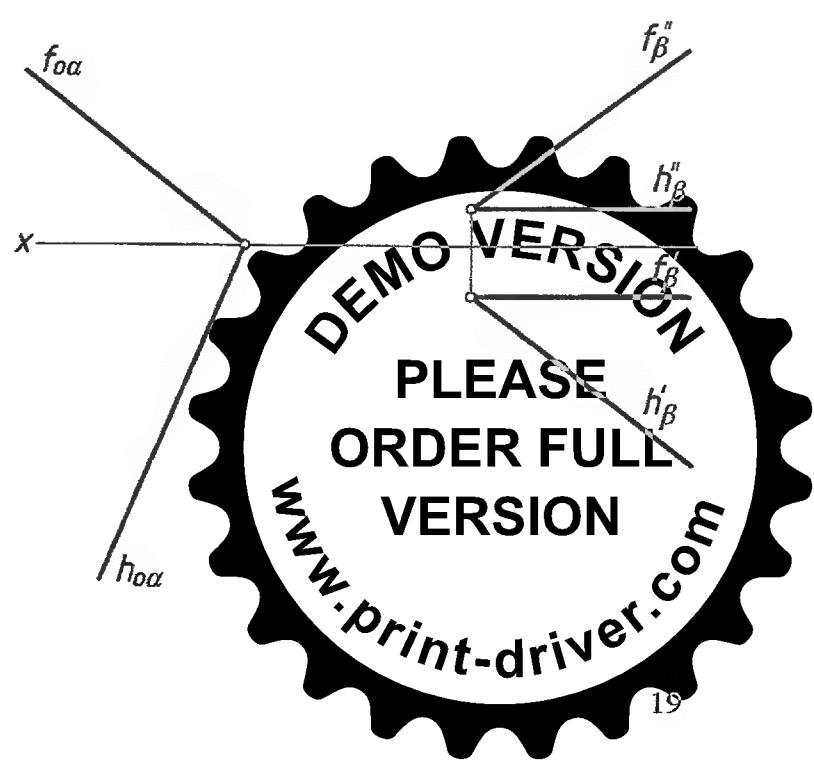




66. Определить угол между прямой  $a$  и плоскостью  $\beta$ , применив вращение вокруг прямой уровня.



67. Определить угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , применив вращение вокруг прямой уровня.

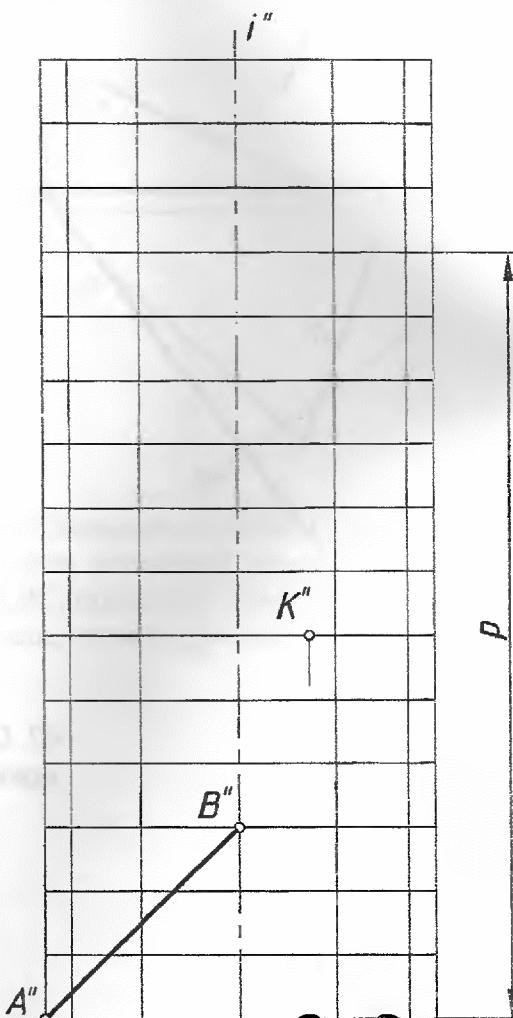
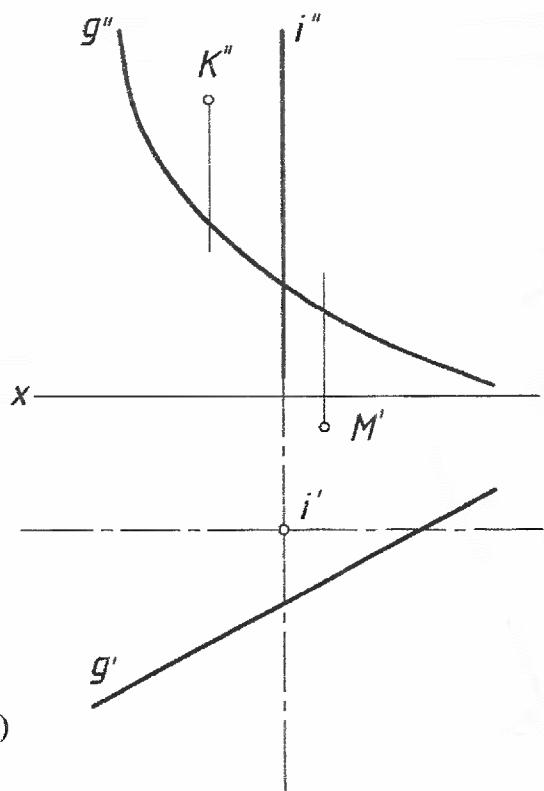
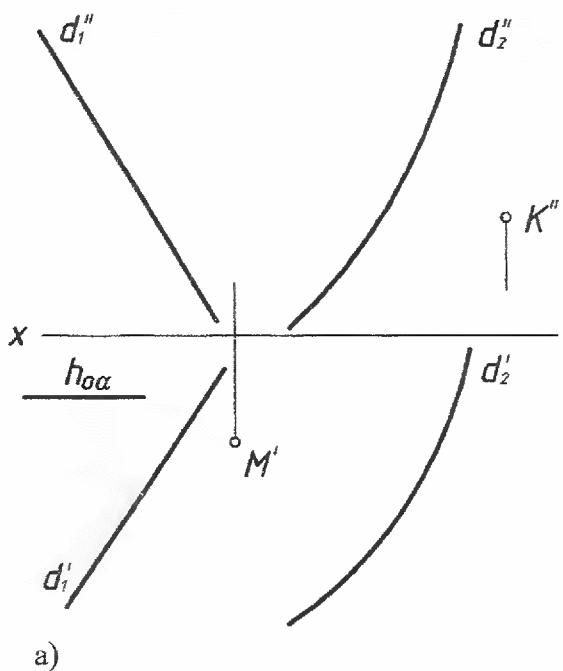


## ТОЧКА И ЛИНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ

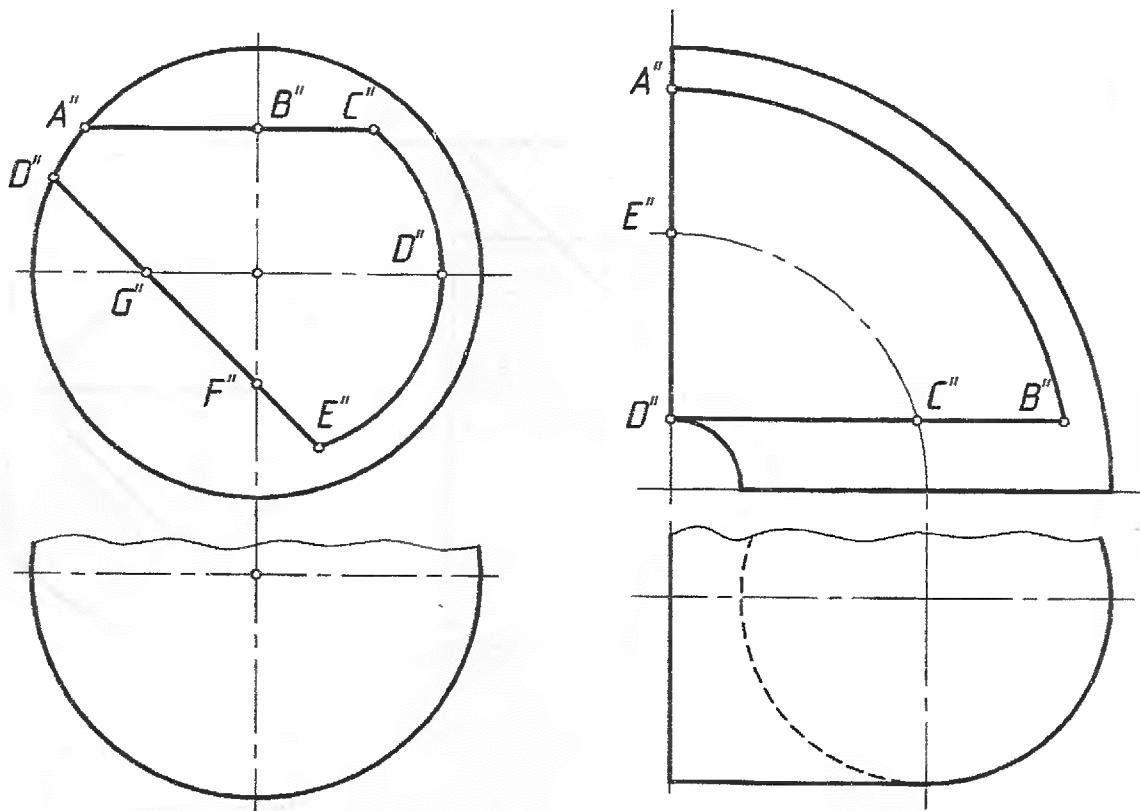
68. Построить недостающие проекции точек **M** и **K**, принадлежащих:

- поверхности коноида, заданного направляющими  $d_1$  и  $d_2$  и плоскостью параллелизма  $\alpha$ ;
- поверхности вращения, заданной осью  $i$  и образующей  $g$ ;
- поверхности правого косого закрытого геликоида с осью  $i$ , образующей **AB** и шагом  $p$ .

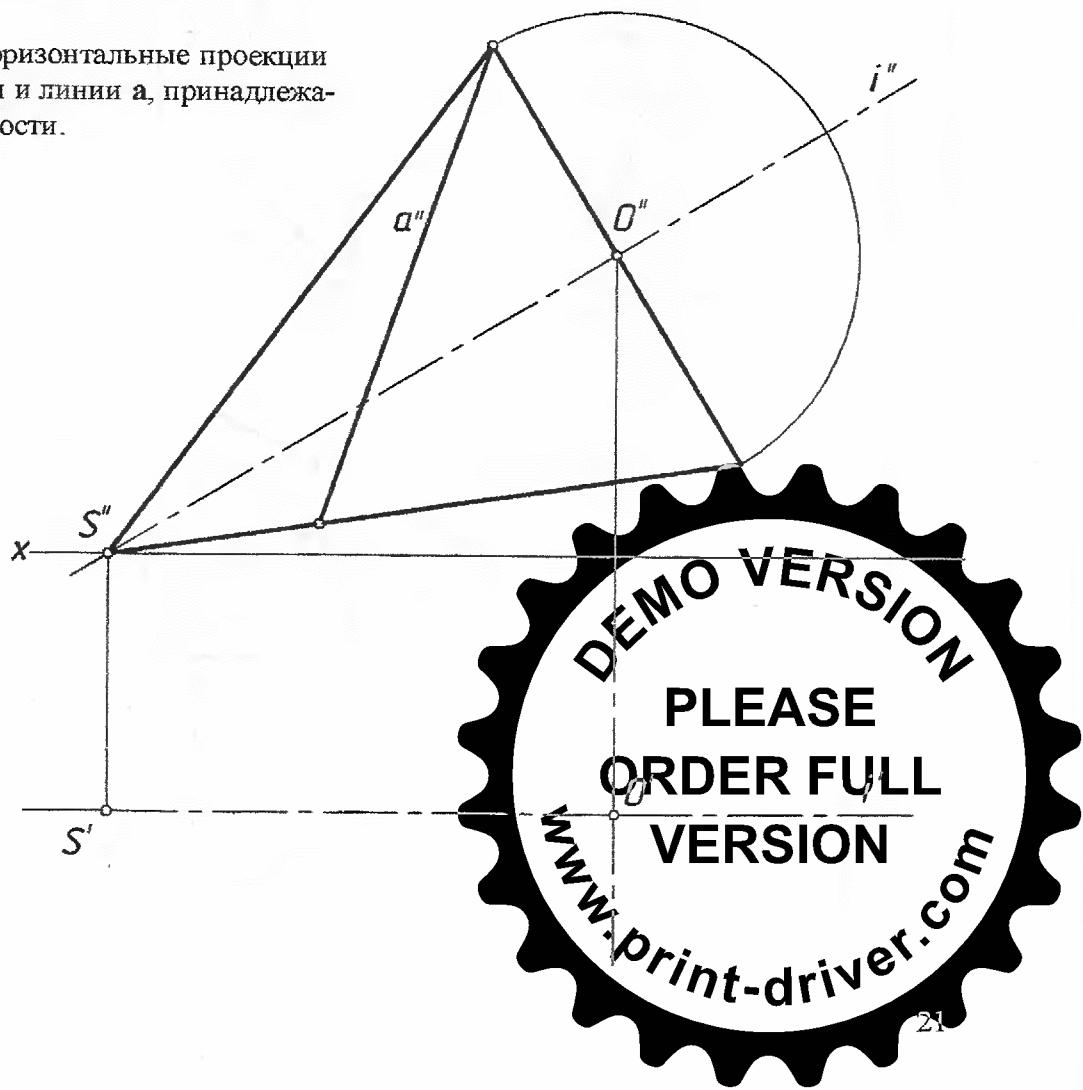
Построить фронтальные очерки заданных поверхностей.



69. Построить горизонтальные проекции точек и линий, проходящих через эти точки, на поверхностях сферы и тора.



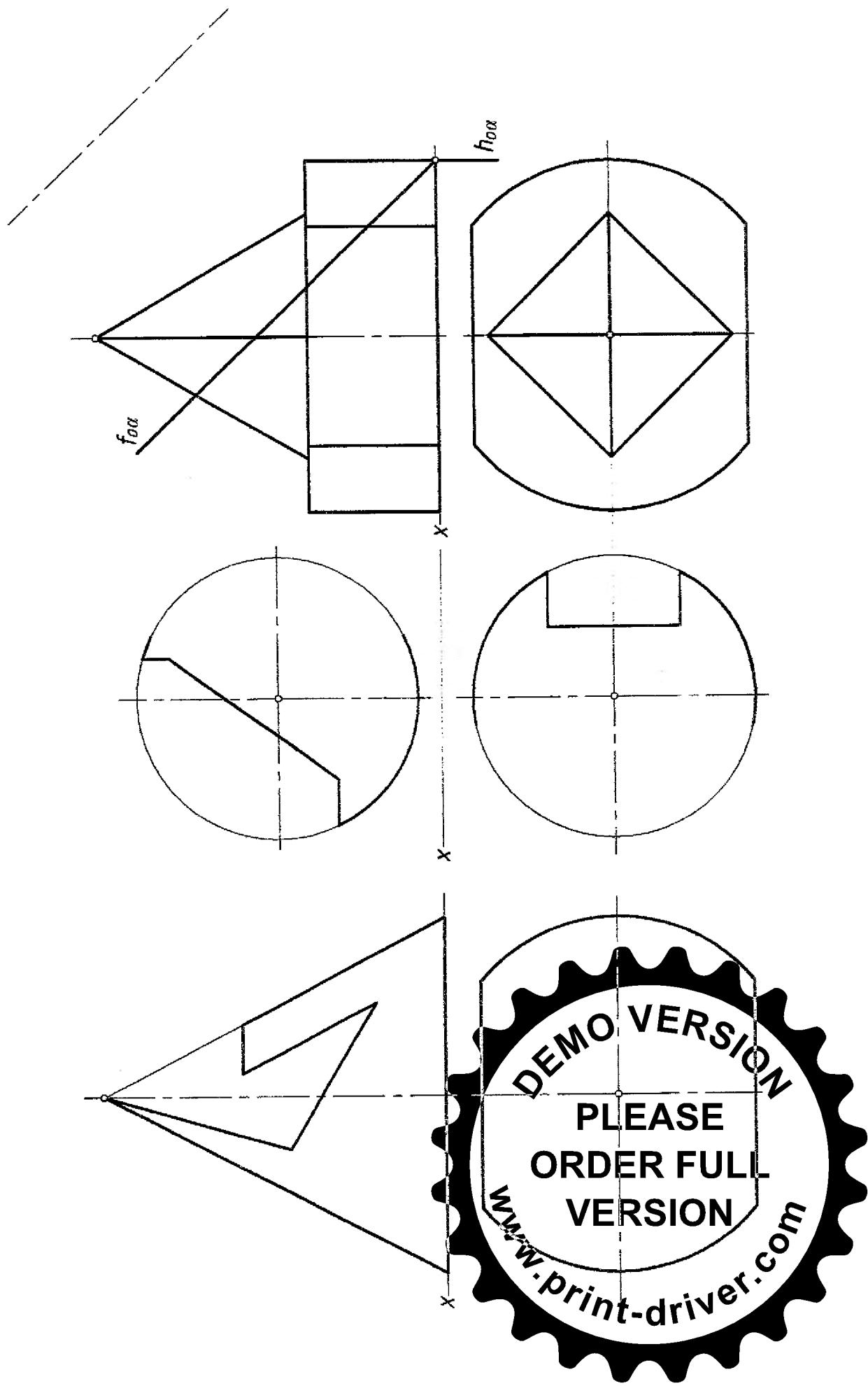
70. Построить горизонтальные проекции конуса вращения и линии а, принадлежащей его поверхности.



## ПРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

71. Достроить проекции конуса и шара, усечёнными проецирующими плоскостями.

72. Построить горизонтальную проекцию и натуральный вид сечения заданной геометрической фигуры плоскостью  $\alpha$ .

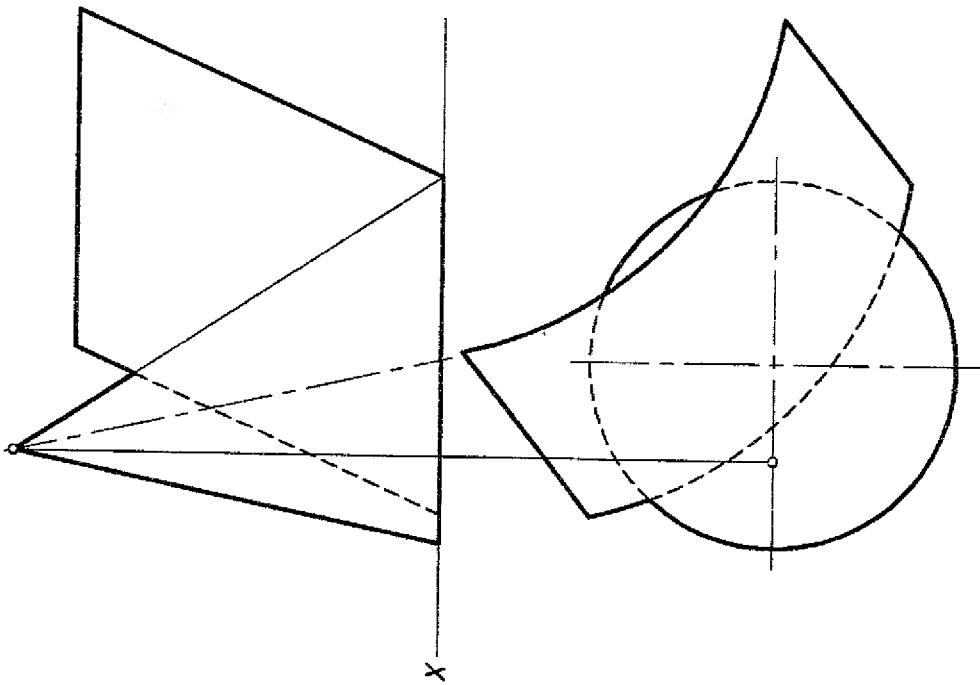
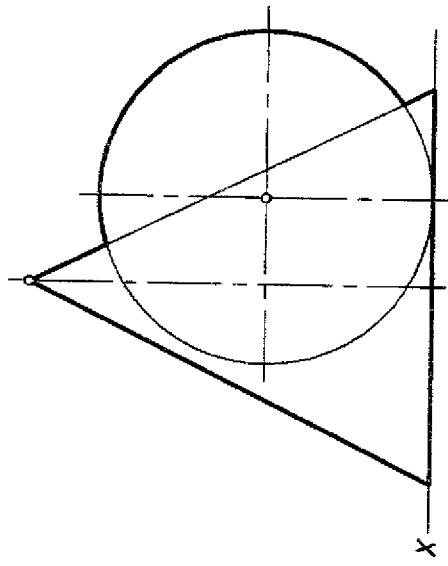
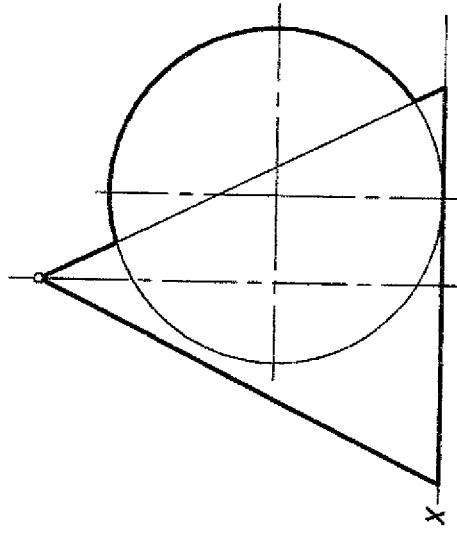


73. Построить проекции линий пересечения заданных поверхностей:

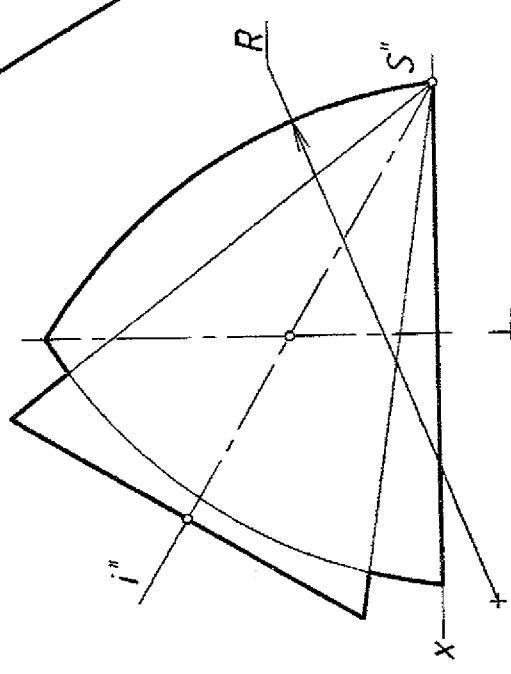
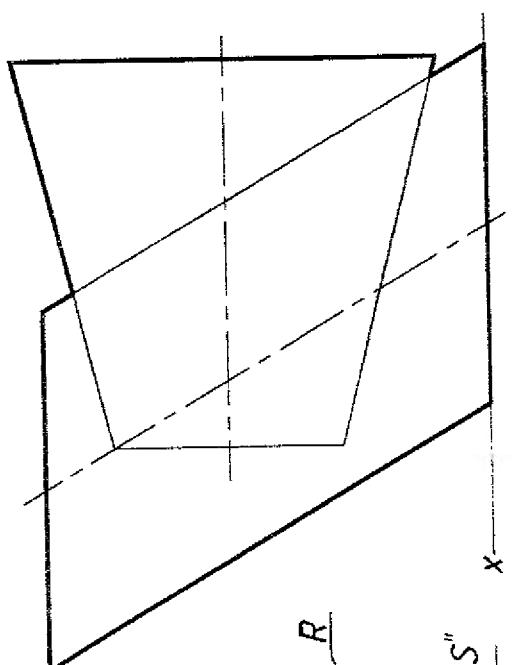
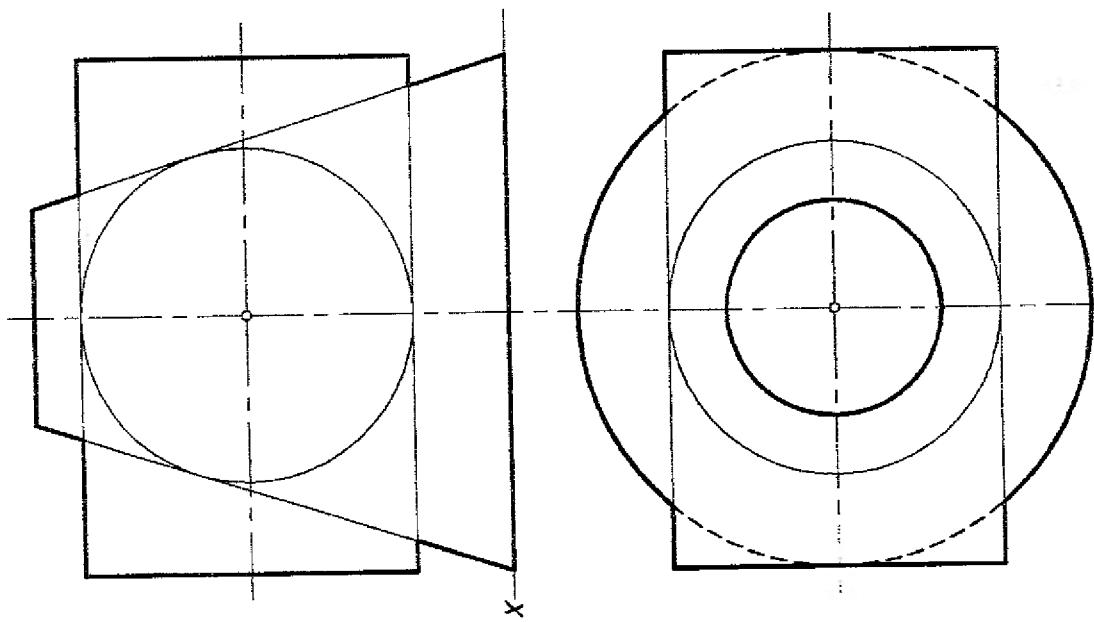
а) конической и цилиндрической;

б) конической и сферической;

в) конической и цилиндрической.

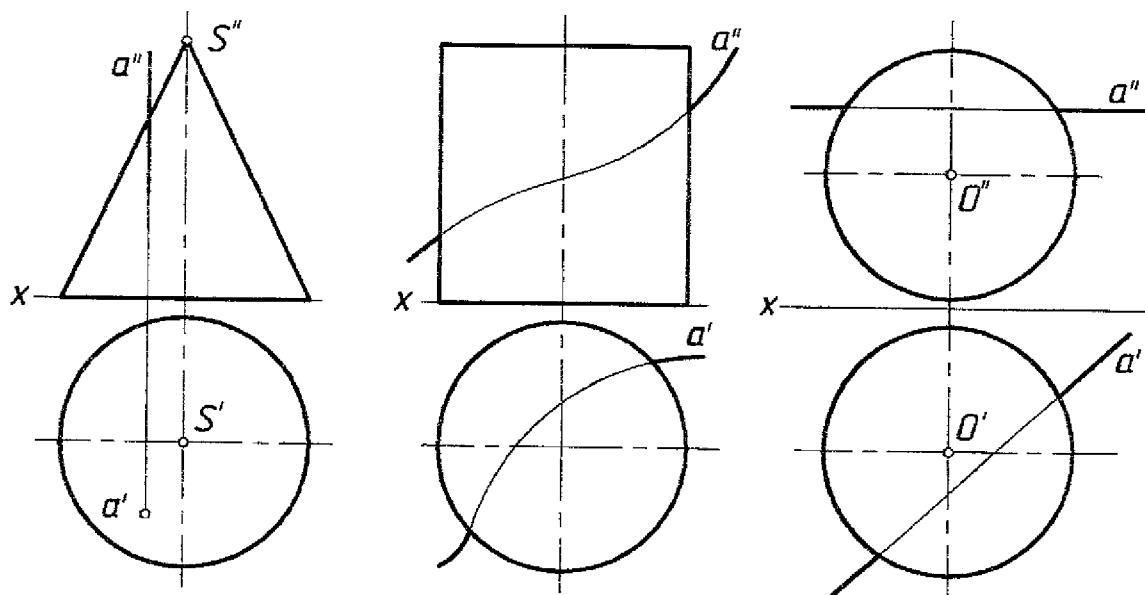


7.4. Построить проекции линий пересечения поверхностей:  
а) конуса вращения и тора;  
б) эллиптического цилиндра и конуса вращения;  
в) конуса вращения и цилиндра вращения.



## ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

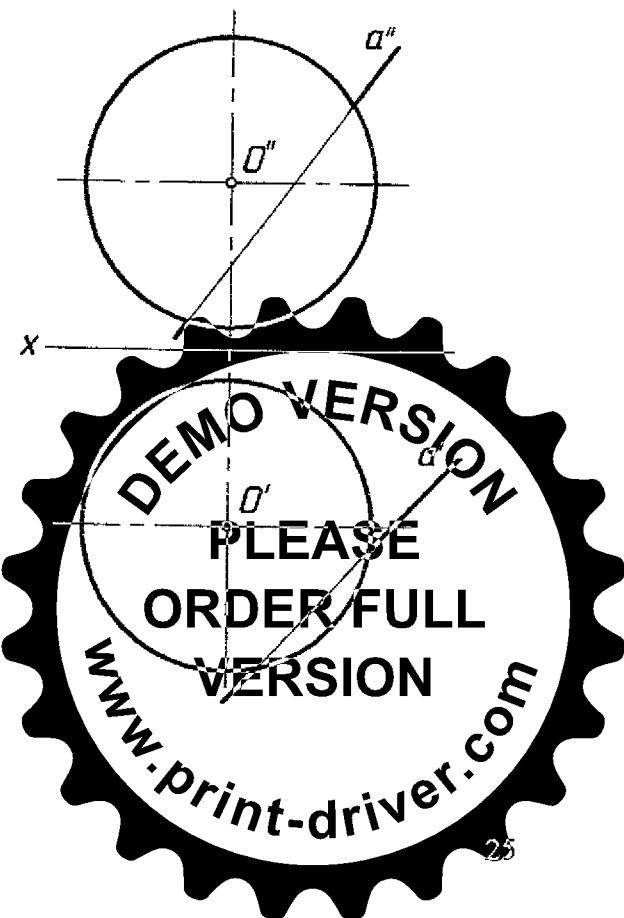
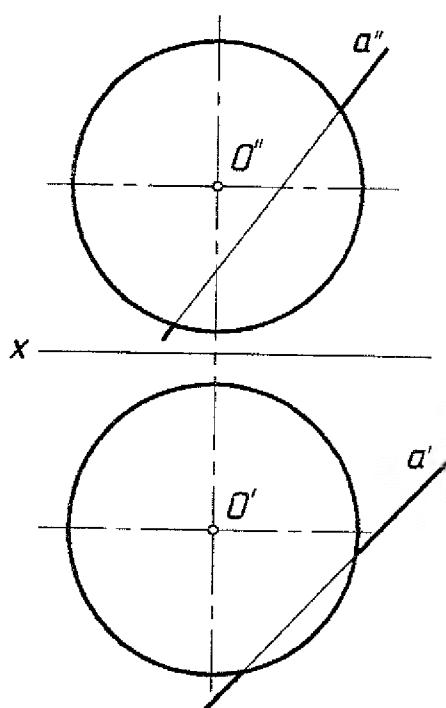
75. Построить проекции точек пересечения линии  $a$  с заданными поверхностями.



76. Построить проекции точек пересечения прямой  $a$  со сферой:

а) применив способ замены плоскостей проекций;

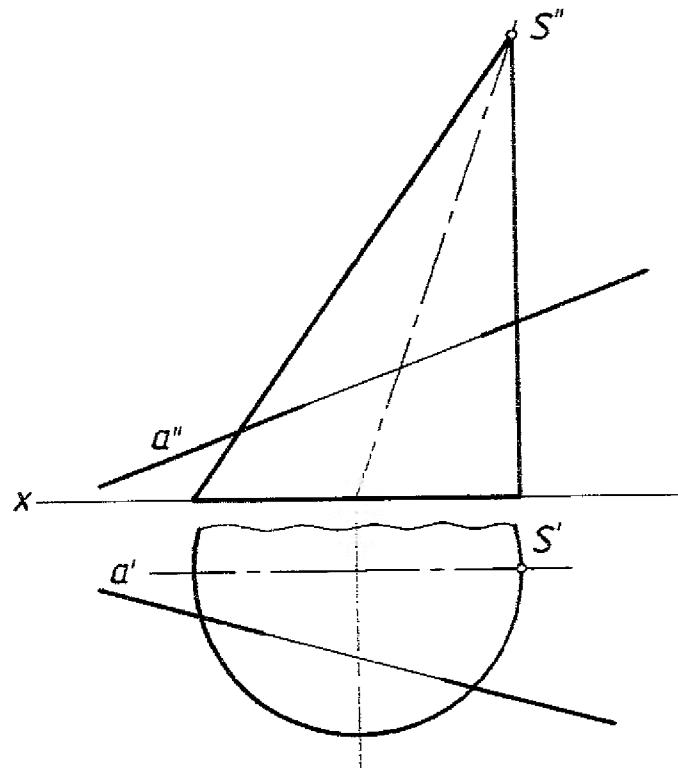
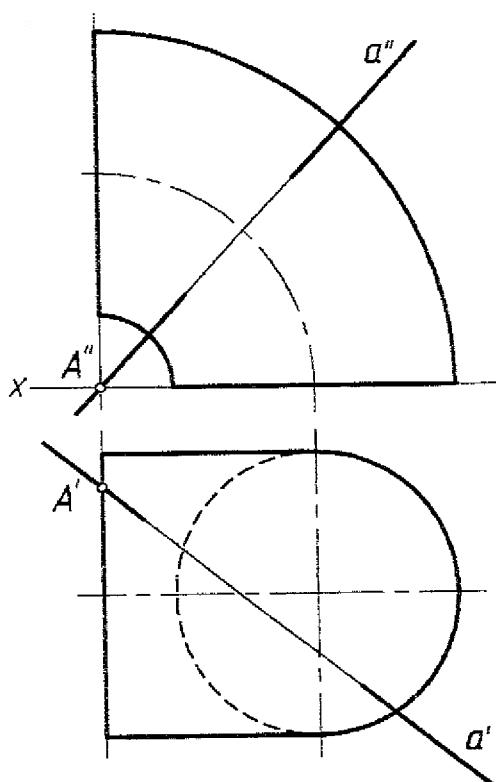
б) применив способ вращения вокруг фронтали.



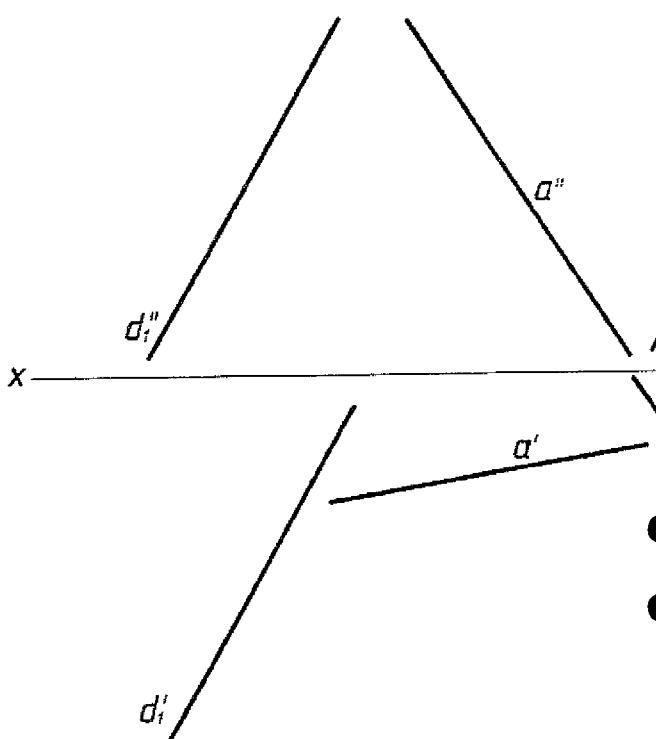
77. Построить проекции точек пересечения прямой  $a$  с заданными поверхностями:

а) с поверхностью тора, применив способ вращения вокруг проецирующей прямой;

б) с конической поверхностью (без построения лекальных кривых);

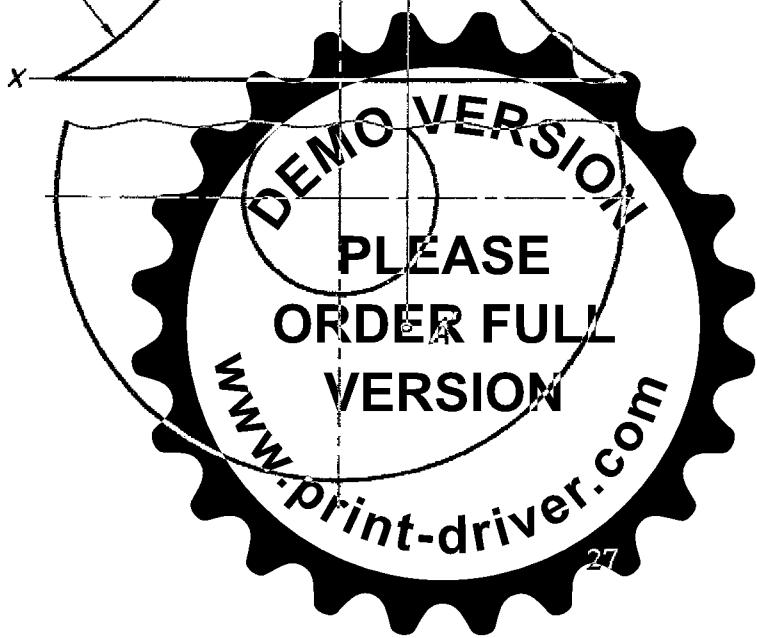
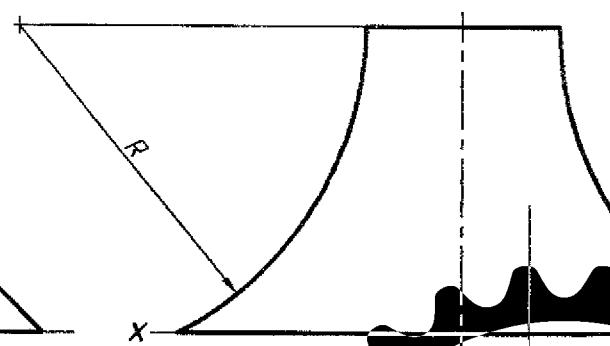
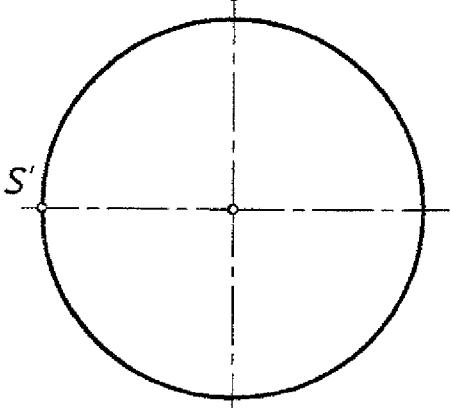
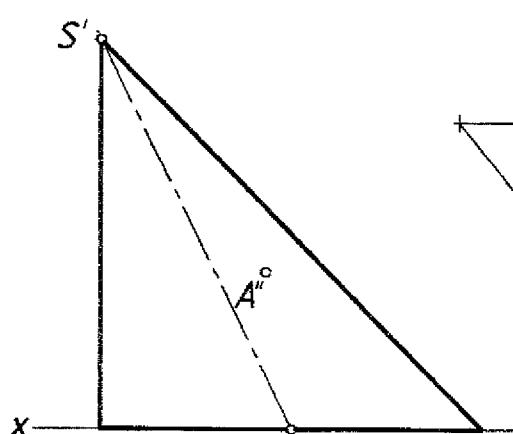
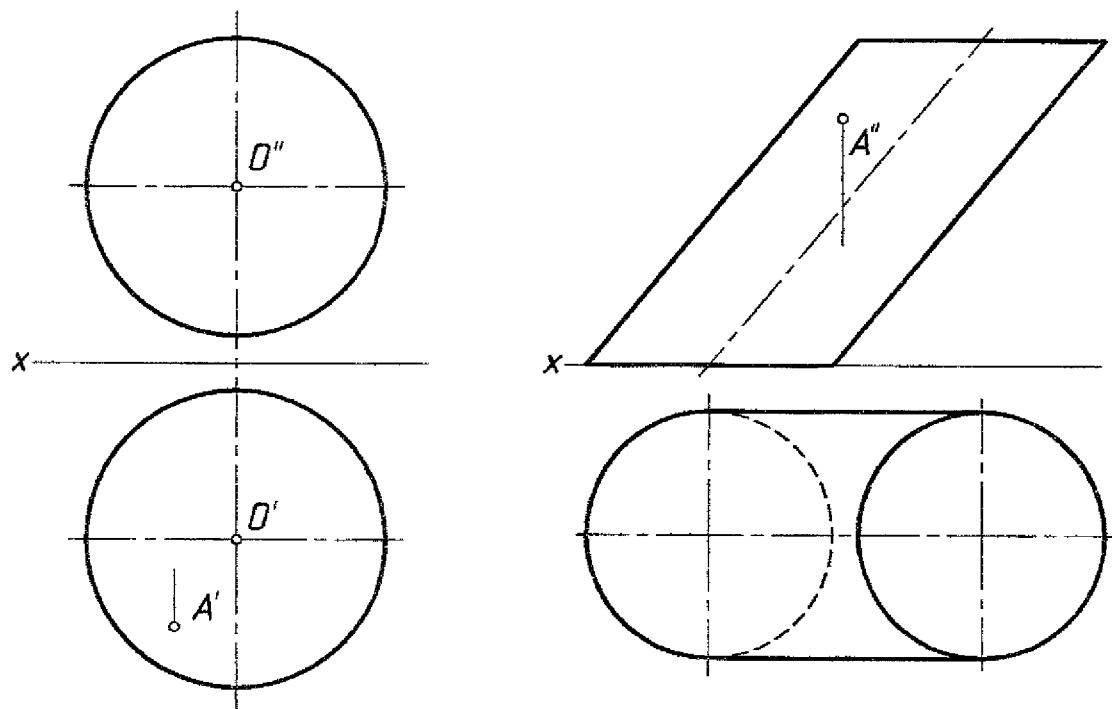


в) с поверхностью гиперболического параболоида (косой плоскостью), заданной направляющими  $d_1$  и  $d_2$  и плоскостью параллелизма  $\alpha$ .



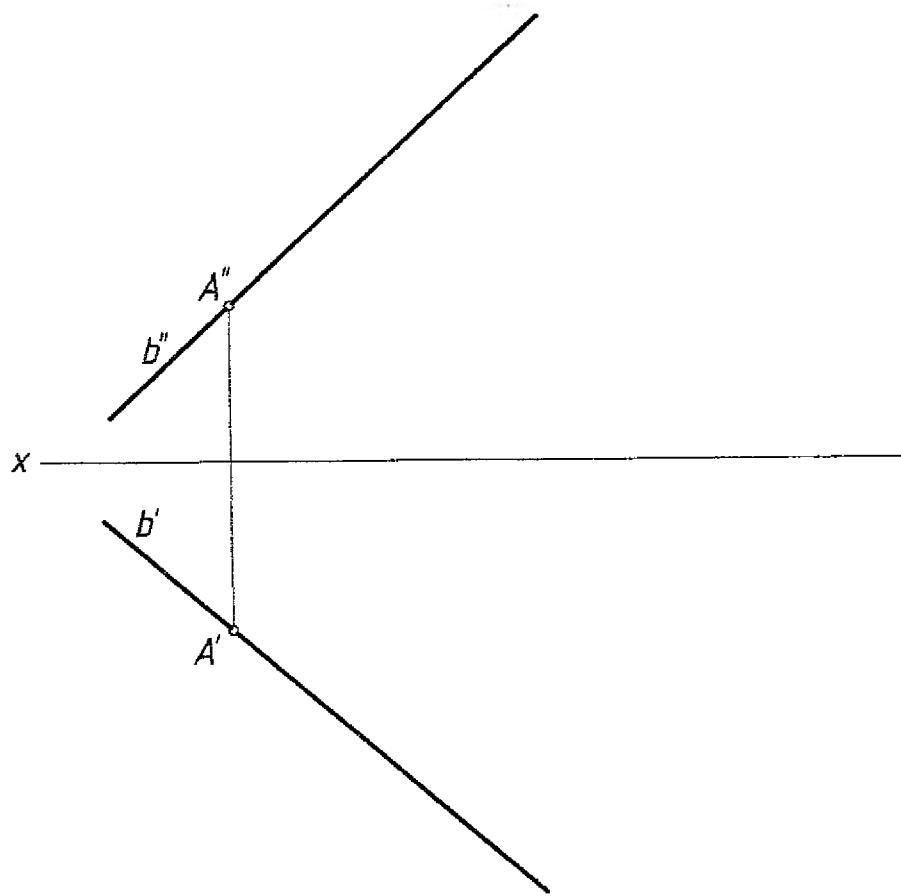
**ПЛОСКОСТЬ, КАСАТЕЛЬНАЯ К ПОВЕРХНОСТИ.  
НОРМАЛЬ К ПОВЕРХНОСТИ**

78. В точке А, принадлежащей заданной поверхности, построить проекции касательной плоскости и нормали к этой поверхности.

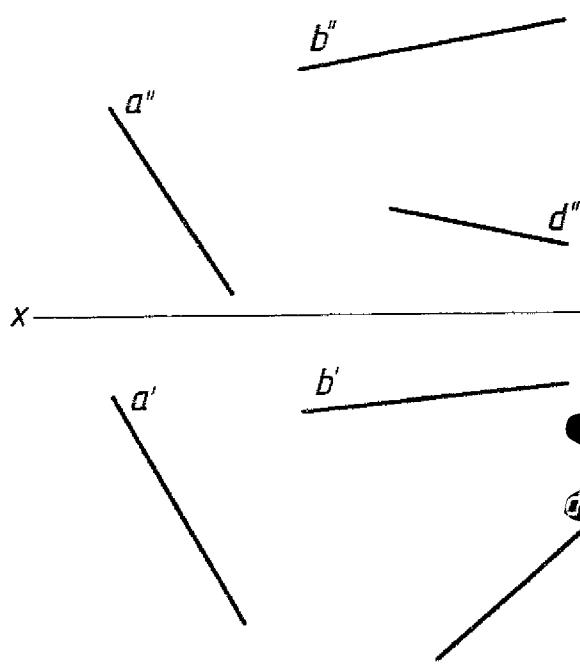


### ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ

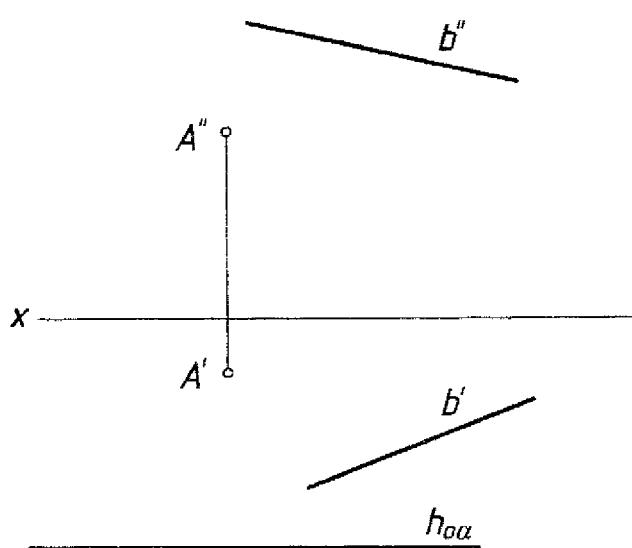
79. Построить проекции квадрата **ABCD** со стороной **AB** на прямой **b** и вершиной **D** на оси **x**. Решить без преобразования чертежа.



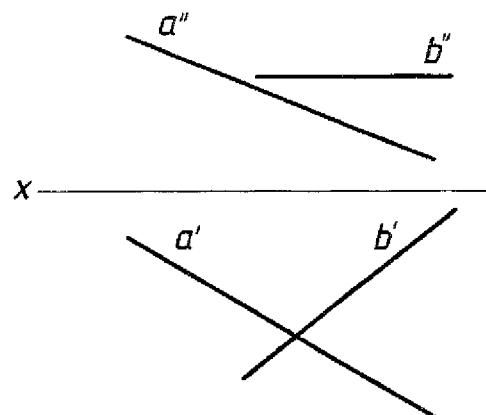
80. Построить проекции ромба **ABCD**, у которого диагональ **BD** параллельна прямой **a**, вершина **A** лежит на прямой **a**, вершина **B** - на прямой **b**, вершина **D** - на прямой **d**.



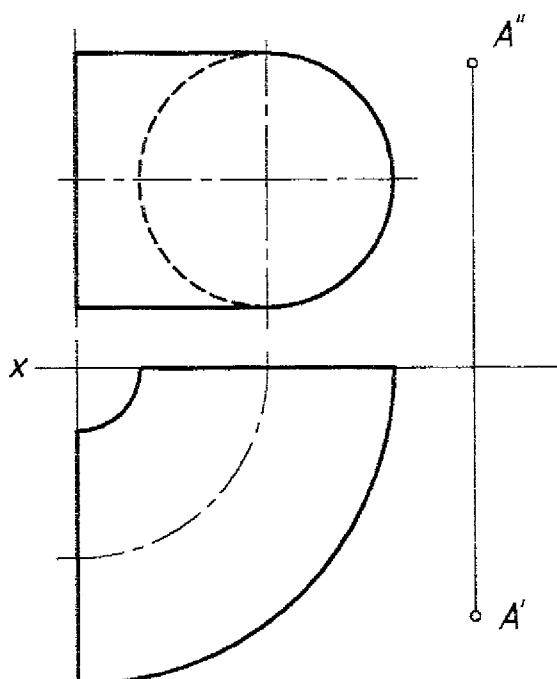
81. Построить проекции прямых, проходящих через точку А, пересекающих прямую b и наклонённых к плоскости α под углом  $45^\circ$ .



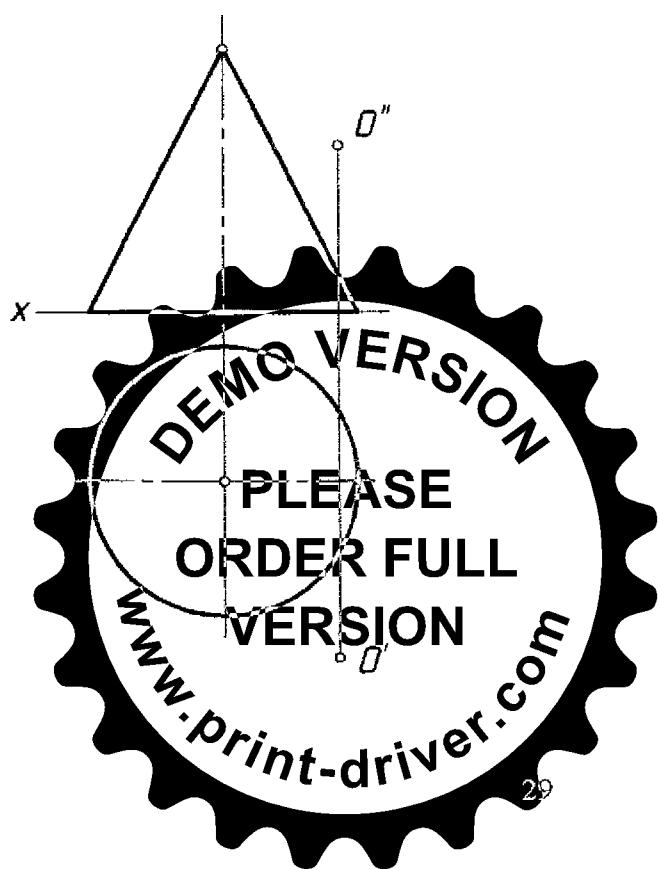
82. Построить проекции точек, принадлежащих прямой а и удалённых от прямой b на 10 мм.



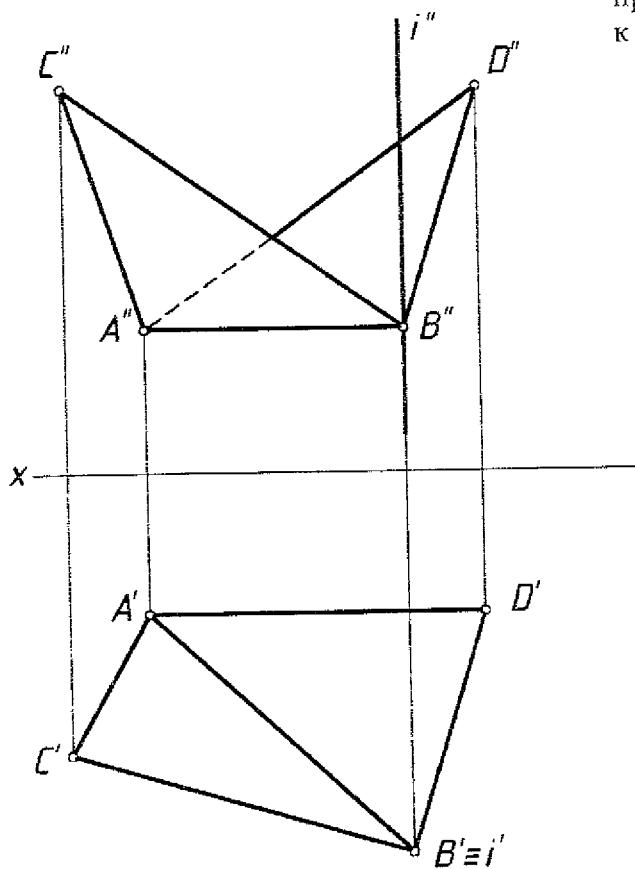
83. Определить расстояние от точки А до поверхности тора.



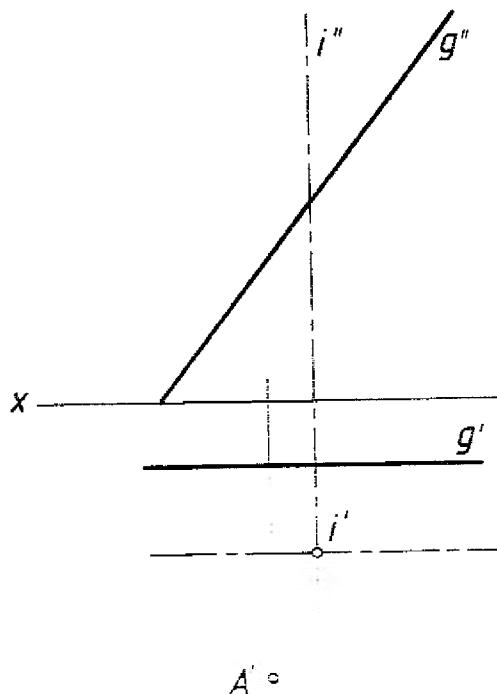
84. Построить проекции сферы с центром в точке О, касательной к конической поверхности, и проекции точки касания.



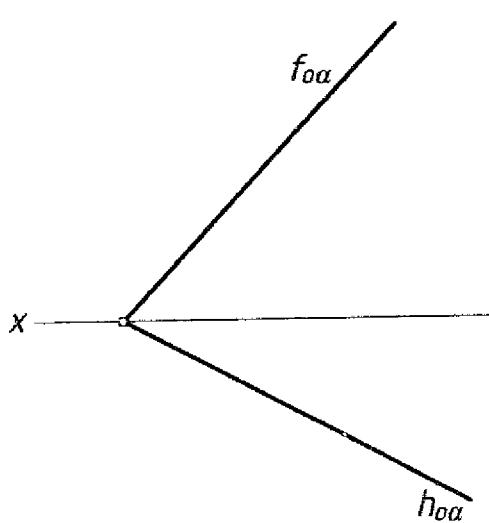
85. Определить величину угла между плоскостями треугольников **ABC** и **ABD**, применив вращение вокруг прямой  $i$ .



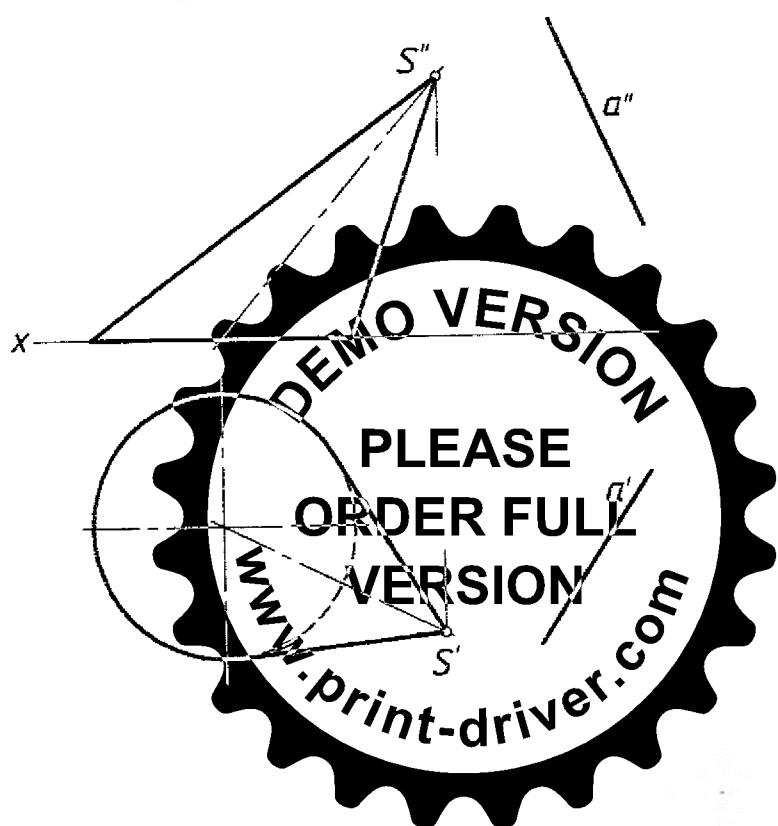
86. В точке А, принадлежащей поверхности однополостного гиперболоида вращения, заданной осью  $i$  и образующей  $g$ , построить проекции касательной плоскости и нормали к этой поверхности.



87. Построить проекции центра окружности радиуса 15 мм, лежащей в плоскости  $\alpha$  и касательной к её следам.



88. Построить проекции плоскости, касательной к поверхности конуса и параллельной прямой  $a$ .

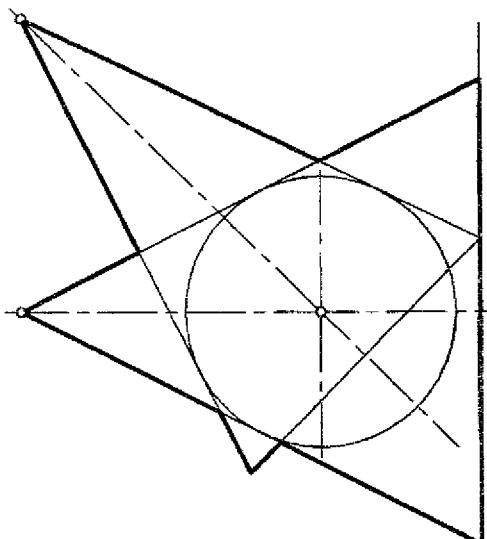
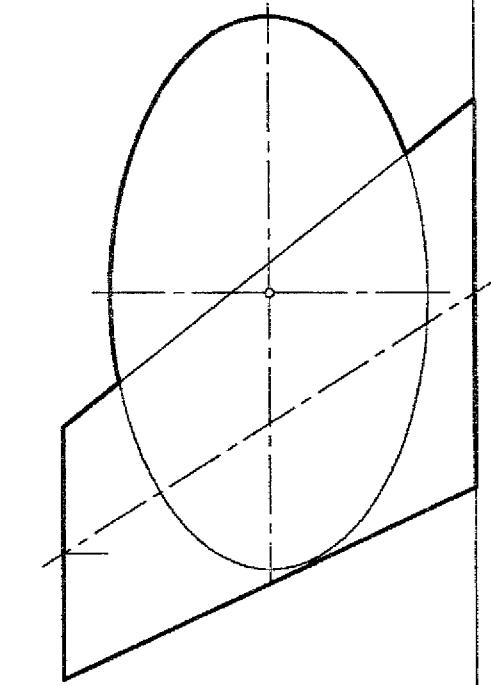
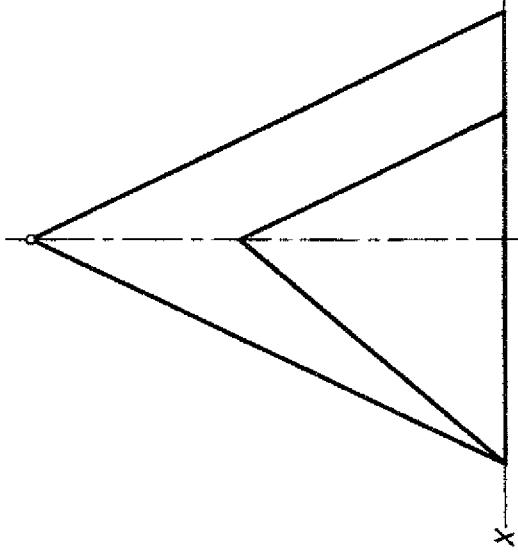


89. Построить проекции линий пересечения заданных поверхностей:

а) конуса и призмы;

б) конуса и вытянутого  
эллипсоида вращения;

в) двух конусов вращения.



## Приложение

1. Начертание букв и цифр для нанесения обозначений на чертежах

Обозначение точек

A B C D E F G H I J K L M N  
O P Q R S T U V W X Y Z

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Обозначение линий

a b c d e f g h i j k l m n  
o p q r s t u v w x y z

Обозначение поверхностей

$\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \eta \lambda \mu \nu \pi \varphi \tau \psi \omega$

2. Размеры и пример заполнения основной надписи для чертежей домашних заданий



**ДЛЯ ЗАМЕТОК**

